

Du 05 Février au 16 Février 2024 :**Suites**

- Généralités sur les suites. Suites croissantes, décroissantes, stationnaires. Suites majorées, minorées et bornées. Extension aux suites complexes.
- Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Limite finie d'une suite numérique. Interprétation géométrique. Limites infinies. Suites convergentes, divergentes.
- Théorèmes de divergence par majoration ou minoration, d'encadrement, de limite monotone.
- Suites adjacentes et convergence.
- Étude de suites itérées $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Suites extraites et convergence.
- Relations de comparaison : domination, négligeabilité, équivalence. Notion de petit o et grand \mathcal{O} .

Limites et continuité

- Limite finie ou infinie d'une fonction en a . Limite finie ou infinie d'une fonction en $+\infty$.
- Unicité de la limite. Limite à droite, limite à gauche.
- Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a . Image d'une suite de limite a par une fonction admettant une limite en a .
- Stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite $+\infty$) et de majoration (limite $-\infty$). Théorème de la limite monotone.
- Continuité de f en un point a de I . Continuité à droite et à gauche. Prolongement par continuité en un point. Image d'une suite de limite a par une fonction continue en a .
- Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.
- Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue. Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. Bijection continue.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes.

Démonstrations de cours exigibles :

1. o , \mathcal{O} et \sim pour les suites. mais l'élève doit donner les résultats de lui même...
 - a) Quel lien a-t-on entre o, \mathcal{O} et \sim ?
 - b) On suppose au voisinage de a si $u_n \sim v_n$ et $w_n \sim z_n$, a-t-on $u_n v_n \sim w_n z_n$ et $u_n + v_n \sim w_n + z_n$ et la composée d'équivalents ?
 - c) Pour $L \dots$ On a : $u_n \sim L$?
 - d) quelques équivalents usuels
2. Étude de $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$ avec $u_0 = 3$. Un dessin sera le bienvenu.
3. Exercice : Irrationalité de e (Théorème suites adjacentes + irrationalité)
4. Exercice : Montrer la convergence de la suite (x_n) définie implicitement où $\forall n \in \mathbb{N}^*$, x_n est l'unique solution de l'équation $\sum_{k=1}^n x^k = 1$ sur \mathbb{R}_+ .
5. Donner la définition mathématique d'une limite finie (ou infinie) en un point ou à l'infini pour une fonction (9 cas possibles, 3 cas aux choix de la colleuse ou colleur) + def de la continuité d'une fonction en un point
6. Énoncé du théorème des valeurs intermédiaires (idée de la preuve + 2 versions du th) + énoncé du théorème des bornes atteintes
7. Théorème de la caractérisation séquentielle de la continuité (énoncé + idée de preuve).

Merci de votre collaboration