Du 02 Février au 13 Février 2026 :

Suites

- Généralités sur les suites. Suites croissantes, décroissantes, stationnaires. Suites majorées, minorées et bornées. Extension au suites complexes.
- Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Limite finie, infinie d'une suite numérique. Interprétation. Suites convergentes, divergentes. Théorèmes de divergence par majoration ou minoration, d'encadrement, de limite monotone.
- Suites adjacentes et convergence. Suites extraites et convergence. Étude de suites itérées $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Relations de comparaison : domination ($\mathcal{O}$), négligeabilité (o), équivalence ($\sim$).

Limites et continuité

- Limite finie ou infinie d'une fonction en a. Limite finie ou infinie d'une fonction en $+\infty$.
- Unicité de la limite. Limite à droite, limite à gauche. Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a. Stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite $+\infty$) et de majoration (limite $-\infty$). Théorème de la limite monotone.
- Continuité de f en un point a de I. Continuité à droite et à gauche. Prolongement par continuité en un point. Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.
- Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue. Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. Bijection continue.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes.

Démonstrations de cours exigibles :

1. o, O et $\sim$ pour les suites (lien, opérations, équivalents usuels)
2. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : théorèmes dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$ (énoncés)
3. Suites arithmético-géométriques : Point méthode
4. Etude de $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$ avec $u_0 = 3$. Un dessin sera le bienvenu.
5. Exercice : Irrationnalité de e (Théorème suites adjacentes + irrationnalité)
6. Exercice : Montrer $x_n \underset{+\infty}{=} \frac{1}{n} - \frac{1}{n^4} + o(\frac{1}{n^4})$ où (x_n) définie implicitement avec $\forall n \in \mathbb{N}$, x_n est l'unique solution de l'équation $x^3 + nx = 1$ sur $\mathbb{R}$.
7. Définition mathématique d'une limite finie (ou infinie) en un point ou à l'infini pour une fonction (3 cas aux choix de la colleuse/colleur) + def de la continuité de f en un point
8. Théorème de la caractérisation séquentielle de la continuité (preuve).
9. Énoncé th. d'encadrement, de divergence par minoration, majoration, limite monotone pour les fonctions
10. Théorème des valeurs intermédiaires (idée de la preuve par dichotomie + 2 versions du th)+ énoncé du théorème des bornes atteintes

Remarque : toutes les définitions, énoncés du cours doivent être parfaitement connus.

Note aux colleuses et colleurs : les étudiantes & étudiants doivent :

- Trouver l'expression d'une suite (u_n) en fonction de n pour des suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Montrer que deux suites sont adjacentes.
- Étudier les suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Montrer la convergence de suites. Utiliser les théorèmes d'encadrement, minoration, majoration, relations de comparaison
- Calculer des limites, étudier la continuité d'une fonction, prolonger par continuité.

Merci de votre collaboration