<u>Du 19 Février au 02 Mars :</u>

Ensembles et applications

- Ensemble, élément, appartenance. Sous-ensembles, inclusion, égalité de deux ensembles. Ensemble des parties. Cardinal d'un ensemble. Opérations sur les ensembles : union, intersection, complémentaire. Produit cartésien.
- Applications. Ensemble de définition, d'arrivée, image, antécédent, graphe. Application composée. Fonction indicatrice d'ensembles. Restriction et prolongement. Image directe, image réciproque.

Calcul matriciel

- Ensemble $M_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$). Opérations sur les matrices et propriétés. Application à l'écriture matricielle d'un système linéaire.
- Puissances d'une matrice carrée. Formule du binôme. Matrices diagonales, triangulaires.
- Matrices élémentaires.Traduction matricielle de l'algorithme de Gauss-Jordan.
- Matrice identité, matrice scalaire. Formule du binôme. Application au calcul de puissances. Produit de matrices diagonales, de matrices triangulaires supérieures, inférieures.
- Matrices carrées inversibles. Inverse. Groupe linéaire.
- Transposée d'une matrice : combinaison linéaire, produit. Matrices symétriques et antisymétriques.

Démonstrations de cours exigibles :

1. Définition image directe/image réciproque + $f(A) \cup f(B) = f(A \cup B)$ ou au choix $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.
2. Déf injective, surjective, bijective (toutes les def possibles)
3. La composée d'applications injectives (resp. surjectives, resp. bijectives) est injective (resp. surjective, resp. bijective).
4. Si $g \circ f$ est injective (resp. surjective, resp. bijective) alors f est injective (resp g surjective, resp f injective et g surjective).
5. Propriétés du produit matriciel (+coefficient (i, j) de la matrice produit) + expliquer quelques méthodes pour calculer les puissances d'une matrice, puis traiter un exemple au choix (de la colleuse ou colleur) $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
6. Définition inverse + Propriétés + Montrer que $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in GL_3(\mathbb{R})$ et $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{-3}{2} \\ -1 & -1 & 3 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$ via le pivot de Gauss puis expliquer rapidement la méthode du polynôme annulateur $(X^2 - 2X - 1)$ sur $A = \begin{pmatrix} 1 & 2\mathbf{i} \\ -\mathbf{i} & 1 \end{pmatrix}$.
7. Définition de la transposée, propriétés + dem de la tranposée d'un produit.

Merci de votre collaboration.