

Du 4 septembre au 15 Septembre 2023 :

### Rudiments de logique et modes de raisonnement

- Opérations sur les propositions : négation, connecteur "ou" ( $\vee$ ), connecteur "et" ( $\wedge$ ), implication, contraposée, réciproque, équivalence. Condition nécessaire, condition suffisante.
- Quantificateurs  $\forall, \exists, \exists!$ . Négation, lien avec les connecteurs "ou" et "et", permutation des quantificateurs.
- Modes de raisonnement : méthode directe, raisonnement par équivalence, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse, disjonction de cas, contre-exemple, récurrence (simple pour l'instant).

### Sommes et produits (début)

- Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes. Règles de calcul. Changement d'indices. Sommes et produits télescopiques. Sommatation par paquets.
- Somme d'une progression arithmétique ou géométrique finie de nombres réels. Factorisation de  $a^n - b^n$ , avec  $n \in \mathbb{N}$ .

### Démonstrations de cours exigibles :

1. Condition nécessaire, suffisante + négation, réciproque, contraposée d'une implication + exemple ( $n^2$  pair  $\Rightarrow n$  pair).
2. Raisonnement par l'absurde + exemple :  $\sqrt{2}$  est irrationnel.
3. Raisonnement par analyse-synthèse + Toute fonction de  $[0,1]$  dans  $\mathbb{R}$  s'écrit comme la somme d'une fonction affine et d'une fonction s'annulant en 0 et 1.
4. Récurrence pour montrer  $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1^2 + \dots + n^2 = \frac{(2n+1)n(n+1)}{6}$  + donner les formules des autres sommes classiques  $\sum k, \sum_{k=0}^n k^3, \sum q^k$
5. Somme et produit télescopique +  $\text{ex } \sum_{k=1}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$
6. Changement d'indice sur  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{n+1-k}$  + décomposition en éléments simples pour  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

### Note aux colleurs :

Les étudiants doivent :

- écrire des propositions en langage mathématique et utiliser les quantificateurs à bon escient et dire si elles sont vraies ou fausses
- savoir énoncer la négation, la contraposée et la réciproque d'une implication.
- maîtriser les différents modes de raisonnement et démontrer des propositions en utilisant un type de raisonnement adéquat.
- Savoir compter le nombre de termes dans une somme ou un produit.
- Savoir faire des changements d'indice dans des sommes ou des produits.
- Reconnaître des sommes ou produits télescopiques.
- Calculer des sommes ou des produits. **Pas de formule du binôme de Newton, ni coefficient binomial pour l'instant, ni de somme double**

Merci de votre collaboration