

Du 2 septembre au 13 Septembre 2024 :

Rudiments de logique et modes de raisonnement

- Opérations sur les propositions : négation, connecteur "ou" (\vee), connecteur "et" (\wedge), implication, contraposée, réciproque, équivalence. Condition nécessaire, condition suffisante.
- Quantificateurs $\forall, \exists, \exists!$. Négation, lien avec les connecteurs "ou" et "et", permutation des quantificateurs.
- Modes de raisonnement : méthode directe, raisonnement par équivalence, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse, disjonction de cas, contre-exemple, récurrence (simple pour l'instant).

Sommes et produits (début)

- Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes. Règles de calcul. Changement d'indices. Sommes et produits télescopiques. Sommation par paquets.
- Somme d'une progression arithmétique ou géométrique finie de nombres réels. Factorisation de $a^n - b^n$, avec $n \in \mathbb{N}$.

Démonstrations de cours exigibles :

1. Condition nécessaire, suffisante + négation, réciproque, contraposée d'une implication + démontrer ($\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \text{ pair} \Rightarrow n \text{ pair}$).
2. Raisonnement par l'absurde + démontrer : $\sqrt{2}$ est irrationnel.
3. Raisonnement par équivalence + démontrer $\forall (x, y) \in (\mathbb{R}_+)^2, \sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$.
4. Raisonnement par analyse-synthèse + toute fonction de $[0,1]$ dans \mathbb{R} s'écrit comme la somme d'une fonction affine et d'une fonction s'annulant en 0 et 1.
5. Récurrence pour montrer : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1^2 + \dots + n^2 = \frac{(2n+1)n(n+1)}{6}$ + donner les formules des autres sommes classiques $\sum k, \sum_{k=1}^n k^3, \sum q^k$ avec $q \in \mathbb{R}$
6. Somme et produit télescopique + exemple $\sum_{k=1}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$
7. Changement d'indice sur $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{n+1-k}$ + décomposition en éléments simples pour $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

Remarque : toutes les définitions et énoncés du cours doivent être parfaitement connus, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Note aux colleuses & colleurs :

Les étudiantes & étudiants doivent :

- écrire des propositions en langage mathématique et utiliser les quantificateurs à bon escient et dire si ces assertions sont vraies ou fausses
- savoir énoncer la négation, la contraposée et la réciproque d'une implication.
- maîtriser les différents modes de raisonnement et démontrer des propositions en utilisant un type de raisonnement adéquat.
- Savoir compter le nombre de termes dans une somme ou un produit.
- Savoir faire des changements d'indice dans des sommes ou des produits.
- Reconnaître des sommes ou produits télescopiques.
- Calculer des sommes ou des produits. **Pas de formule du binôme de Newton, ni coefficient binomial pour l'instant, ni de somme double**

Merci de votre collaboration