Du 1 septembre au 12 Septembre 2025 :

Rudiments de logique, modes de raisonnement, rudiments d'ensemble

- Opérations sur les propositions : négation, connecteur "ou" ($\vee$), connecteur "et" ($\wedge$), implication, contraposée, réciproque, équivalence. Condition nécessaire, condition suffisante.
- Quantificateurs $\forall$, $\exists$, $\exists!$. Négation, lien avec les connecteurs, permutation des quantificateurs.
- Méthode directe, raisonnement par équivalence, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse, disjonction de cas, contre-exemple, récurrence (simple pour l'instant).
- Ensemble, élément, appartenance. Sous-ensembles, inclusion, égalité de deux ensembles. Ensemble des parties. Cardinal d'un ensemble. Opérations sur les ensembles : union, intersection, complémentaire. Produit cartésien. **Pas d'exercices sur les ensembles, majorants, borne sup, etc (revus dans un autre chapitre).**

Nombres réels et Inégalités dans $\mathbb{R}$

- Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations. Intervalles de $\mathbb{R}$.
- Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients. Utilisation de factorisations et de tableaux de signes. Résolution d'inéquations.
- Valeur absolue. Inégalité triangulaire. Inégalités du type $|x-a| \leq b$.
- Dans $\mathbb{R}$, parties majorées, minorées, bornées. Majorant, minorant ; maximum, minimum.
- Partie entière d'un nombre réel. Caractérisation.

Démonstrations de cours exigibles :

1. Condition nécessaire, suffisante + négation, réciproque, contraposée d'une implication + démontrer ($\forall n \in \mathbb{N}$, n^2 pair $\Rightarrow n$ pair).
2. Raisonnement par l'absurde + démontrer : $\sqrt{2}$ est irrationnel.
3. Raisonnement par équivalence + démontrer $\forall (x,y) \in (\mathbb{R}_+)^2$, $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$.
4. Raisonnement par analyse-synthèse + toute fonction de [0,1] dans $\mathbb{R}$ s'écrit comme la somme d'une fonction affine et d'une fonction s'annulant en 0 et 1.
5. Récurrence pour montrer : $\forall n \in \mathbb{N}$, $0^2 + 1^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
6. Complémentaire d'une union et d'une intersection d'ensembles (démo).
7. Tout sur la partie entière.
8. Valeur absolue + propriétés + équations/inéquations.
9. Démonstration (+ cas égalité) de l'inégalité triangulaire dans $\mathbb{R}$ + énoncé inégalité triangulaire inversée.
10. Définition majorant, borne sup + caractérisation, max d'un ensemble + lien ou (au choix du colleur ou colleuse) définition minorant, borne inf + caractérisation, min d'un ensemble + lien.

Remarque : toutes les définitions et énoncés du cours doivent être parfaitement connus, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Note aux colleuses & colleurs :

Les étudiantes & étudiants doivent :

- écrire des propositions en langage mathématique, utiliser les quantificateurs à bon escient, dire si ces assertions sont vraies ou fausses et en donner leur négation.
- savoir énoncer la négation, la contraposée et la réciproque d'une implication.
- maîtriser les différents modes de raisonnement et démontrer des propositions en utilisant un type de raisonnement adéquat.
- Savoir résoudre des équations, inéquations, notamment avec la valeur absolue, partie entière.

Merci de votre collaboration