<u>Du 18 au 30 Mars 2024 :</u>

Dérivabilité

- Dérivabilité en un point, nombre dérivé. Dérivabilité à gauche, à droite. Dérivabilité et dérivée sur un intervalle. Opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées
- Extremum local. Condition nécessaire en un point intérieur. Théorème de Rolle. Égalité des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis. Fonctions lipschitziennes. Lien avec la monotonie et les suites itérées. Théorème de la limite de la dérivée.
- Fonctions convexes. Fonctions convexes dérivables, tangente au graphe. Inégalités classiques (inégalité de Jensen HP).
- Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$. Opérations sur les fonctions de classe $\mathcal{C}^k$. Théorème de Leibniz. Extension au cas complexe.

Polynômes et fractions rationnelles

- Ensemble $\mathbb{K}[X]$. Opérations : somme, produit, composée. Degré d'un élément de $\mathbb{K}[X]$; coefficient dominant, polynôme unitaire. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$
- Degré d'une somme, d'un produit, d'une composée. Fonction polynomiale.
- Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
- Dérivation dans $\mathbb{K}[X]$. Dérivée formelle, dérivée d'un produit, d'une composée. Dérivée $k-$ième, formule de Leibniz. Formule de Taylor.
- Racines (ou zéros) d'un polynôme. Caractérisation par la divisibilité. Multiplicité d'une racine. Caractérisation par les dérivées successives. Polynôme scindé sur $\mathbb{K}$.
- Décomposition en facteurs irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$. Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$. Théorème de décomposition dans $\mathbb{C}[X]$. Polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$. Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.
- Somme et produit des racines d'un polynôme (second degré).
- Décomposition en élements simples (pôles simples uniquement en pcsi) + applications

Démonstrations de cours exigibles :

1. Théorème de Rolle (dem). Valable pour une fonction à valeurs dans $\mathbb{C}$?
2. Théorème des accroissements finis (interprétation à l'oral + dem) + inégalité des accroissements finis (énoncé +dem rapide).
3. Formule de Leibniz (dem).
4. Théorème de la limite de la dérivée (dem) + ex sur $x \mapsto x^2 \ln(x)$.
5. Enoncé : Déf fonctions convexes + position du graphe d'une fonction convexe par rapport ses sécantes, d'une fonction convexe dérivable par rapport à ses tangentes + Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables + exemple d'inégalité de convexité.
6. Théorème de division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$ (Enoncé + ex au choix).
7. Formule de Taylor (dem).
8. Multiplicité d'une racine et caractérisation par les dérivées successives (dem).
9. Théorème de décomposition dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{K}(X)$ (pôles simples) (énoncé)

Note aux colleuses & colleurs : les étudiantes & étudiants doivent :

- Étudier la dérivabilité d'une fonction et utiliser les théorèmes adéquats.
- Calculer la dérivée n-ième de fonctions.
- Montrer qu'une fonction est convexe.
- Calculer la somme, produit, composée de polynômes et déterminer son degré, coefficient dominant.
- Résoudre des équations d'inconnue $P \in \mathbb{K}[X]$.
- Effectuer la division euclidienne de deux polynômes (pas de technicité pour l'instant, ni exo sur le reste, matrice).
- Savoir faire une DES.

Merci de votre collaboration