<u>Du 1er Avril au 12 Avril 2024 :</u>

Analyse asymptotique

— Rappel : Analyse asymptotique sur les suites. Relations de comparaison (domination, négligeabilité, équivalence), notations de Landau. Équivalents usuels.
— Relations de comparaisons. Cas des fonctions.
— Développements limités. Définitions. Opérations sur les développements limités. Primitivation d' un développement limité. Formule de Taylor Young.
— Application des développements limités : détermination d'équivalents et de limites, prolongement par continuité, dérivabilité, position relative de la tangente, étude d'extremums locaux, détermination d'asymptotes.
— Problèmes d'analyse asymptotique

Espaces vectoriels

— Structure de $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Exemples de référence : $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, $\mathcal{F}(I, \mathbb{R})$, $M_{n,p}(\mathbb{K})$, ... Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs. Sous-espaces vectoriels d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, caractérisation.
— Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs.
— Intersection, union de sous-espaces vectoriels. Somme de deux sous-e.v. Somme directe. Caractérisation. Sous-espaces supplémentaires.

Remarque : toutes les définitions et énoncés ci-dessus doivent être parfaitement connus, et à tout moment, vous devez être capables de les restituer sans aucune hésitation, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Démonstrations de cours exigibles :

1. Intégration d'un développement limité (Énoncé) + application pour $DL_n(0)$ de arctan.
2. Formule de Taylor Young (Énoncé) + application à exp
3. $DL_5(0)$ de tan par 2 méthodes (par ex : quotient de DL ou fonction réciproque).
4. Position relative d'une courbe par rapport à sa tangente (des dessins sont les bienvenus et explication sur l'exemple $x \mapsto \frac{x}{\ln(1+x)}$.
5. Caractérisation des sous-e.v. (énoncé)+ exple : $\{M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K}), {}^t M = M\}$.
6. Vect($\mathcal{F}$) (def) + caractérisation : c'est le plus petit (pour l'inclusion) sous-espace vectoriel de E contenant $\mathcal{F}$ + écrire sous forme de Vect :
$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - y + z = 0 \text{ et } 2x - y - z = 0\}$.
7. Caractérisation sous-espaces supplémentaires (énoncé général) + ex :
$\mathcal{P} = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}),\ f \text{ paire }\}$ et $\mathcal{I} = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}),\ f \text{ impaire }\}$.

<u>Note aux colleuses et aux colleurs :</u> **Donner 2 DL et une forme de DES à trouver avant de commencer les exercices**
les étudiants doivent savoir :

— Tout sur l'analyse asymptotique
— Démontrer qu'un espace est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.
— Montrer que deux sous-e.v. sont en somme directe.
— Montrer que deux sous-e.v. sont supplémentaires dans un e-v.

Merci de votre collaboration