<u>Du 15 Avril au 26 Avril 2024 :</u>

Espaces vectoriels et espaces vectoriels de dimension finie

- Structure de $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Exemples de référence : $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, $\mathcal{F}(I,\mathbb{R})$, $M_{n,p}(\mathbb{K})$,.... Sous-espaces vectoriels d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, caractérisation.
- Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs.
- Intersection, union de sous-espaces vectoriels. Somme de deux sous-e.v. Somme directe. Caractérisation. Sous-espaces supplémentaires.
- Famille libre, liée. Famille génératrice. Bases, bases canoniques, coordonnées.
- Espaces vectoriels de dimension finie. Théorème de la base extraite, de la base incomplète.
- Dimension. Dimension des e.v. de référence. Lien avec base, famille génératrice, libre.
- Rang d'une famille finie de vecteurs.
- Formule de Grassmann.

Intégration (début)

- Fonctions en escaliers.
- Intégrale d'une fonction continue. Linéarité, positivité, relation de Chasles, croissance. Valeur moyenne. Inégalité de la moyenne (valeur abs. d'une intégrale).
- Calcul intégral. Rappel des méthodes de recherche d'une primitive (IPP, chgt de variable).

Remarque : toutes les définitions et énoncés ci-dessus doivent être parfaitement connus, et à tout moment, vous devez être capables de les restituer sans aucune hésitation, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Énoncés & Démonstrations de cours exigibles :

1. Dimension d'un espace vectoriel (def) + dimension des ev de référence + application au sous e.v $F = \{P \in \mathbb{K}_n[X], \tilde{P}(0) = 0\}$
2. Comment montrer qu'une famille de vecteurs est libre ? + argument dans le cas des polynômes + ex avec $(\cos, \sin)$ + comment montrer qu'une famille est une base d'un e.v de référence ?
3. Rang d'une famille de vecteurs (def) + application à $((1,-1,1);(-1,1,1);(0,1,1);(1,0,2))$.
4. Formule de Grassmann (énoncé + grdes lignes de la preuve)+ caractérisation des supplémentaires en dim finie (énoncé)+ ex : $\mathcal{S}_n(\mathbb{K}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{K}) = \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$
5. Théorème de la base extraite (énoncé)+théorème de la base incomplète (énoncé + application à $F = Vect((3,2,-4),(2,1,-2)))$ pour la recherche d'un supplémentaire de F.
6. Propriétés de l'intégrale (énoncé) + complétez : une fonction positive continue d'intégrale nulle est ... + inégalité de la moyenne (énoncé +dem)

<u>Note aux colleuses et colleurs :</u> **Donner 2 DL et une forme de DES à trouver avant de commencer les exercices.** Les étudiantes et étudiants doivent savoir :

- Prouver qu'une famille est libre, génératrice.
- Montrer que deux sous-e.v. sont en somme directe voire supplémentaires.
- Montrer qu'une famille de vecteurs est une base et trouver la dimension d'un e.v. ou ss e.v.
- Déterminer le rang d'une famille de vecteurs.
- Raisonner sur les dimensions à l'aide de la formule de Grassmann.
- Calculer des primitives à l'aide d'IPP, chgt de variable.

Merci de votre collaboration