<u>Du 29 avril au 31 Mai 2024 :</u>

Intégration

- Fonctions en escaliers.
- Intégrale d'une fonction continue. Linéarité, positivité, relation de Chasles, croissance. Valeur moyenne. Inégalité de la moyenne (valeur abs. d'une intégrale). Cas d'une fonction paire, impaire.
- Intégrale nulle d'une fonction continue positive.
- Sommes de Riemann. Lien avec méthodes des rectangles, trapèzes.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes.
- Calcul intégral. Rappel des méthodes de recherche d'une primitive (IPP, chgt de variable).
- Étude d'une intégrale avec bornes variables.
- Inégalité de Taylor Lagrange.

Applications linéaire (début)

- Applications linéaires, endomorphismes. Opérations et règles de calcul.
- Image et noyau. Caractérisation de l'injectivité à l'aide du noyau.
- Isomorphismes. Automorphismes. Espaces isomorphes. Cas de la dimension finie.
- Modes de définition d'une application linéaire.

Remarque : toutes les définitions et énoncés ci-dessus doivent être parfaitement connus, et à tout moment, vous devez être capables de les restituer sans aucune hésitation, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Énoncés & Démonstrations de cours exigibles :

1. Somme de Riemann (énoncé+démo cas lipschitzien)
2. Intégrale nulle d'une fonction continue positive + Inégalité triangulaire pour l'intégrale (énoncés) + Exo Formule de Taylor reste intégral (demo) + Inég. de Taylor-Lagrange (énoncé)
3. Exo : Intégrales de Wallis W_n (démo) : relation de récurrence, termes d'indice pair, impair, monotonie (W_n), suite constante $((n+1)W_nW_{n+1})$, équivalent de W_n.
4. Exo : lemme de Riemann-Lebesgue.
5. Exo : Inégalité de Cauchy-Schwarz
6. def noyau, image + caractérisation surjectivité, injectivité + énoncé : f bijective (resp. surjective, resp injective) ssi l'image d'une base est une base (resp famille génératrice, famille resp libre) + base de Im(f)
7. f bijective ssi f injective ssi f surjective quand ..... (énoncé + application $\phi : \mathbb{K}_n[X] \to \mathbb{K}^{n+1}, P \mapsto (\tilde{P}(x_0), \dots \tilde{P}(x_n))$ où x_i tous distincts 2 à 2 .

<u>Note aux colleuses/colleurs</u> : **Routine : 2 $DL_n(0)$ usuels avant de commencer les exos**.
les étudiantes et étudiants doivent savoir :

- Utiliser les sommes de Riemann.
- Calculer des primitives à l'aide d'IPP, chgt de variable.
- Déterminer la limite d'une intégrale, étudier une fonction définie par une intégrale.
- Prouver des inégalités à l'aide de l'inégalité de Taylor-Lagrange.
- Montrer qu'une application est linéaire, étudier son image, son noyau, son injectivité, sa surjectivité.

Merci de votre collaboration