

Du 03 Juin au 14 Juin 2024 :**Dénombrement et probabilités**

- Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité. Une application entre deux ensembles finis de même cardinal. Opérations sur les cardinaux. Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un autre. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.
- Nombre de p -listes (ou p -uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal n , nombre de permutations d'un ensemble de cardinal n . Nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal p dans un ensemble de cardinal n . Nombre de parties à p éléments (ou p -combinaisons) d'un ensemble de cardinal n .
- Lien entre vocabulaire ensembliste et celui des probabilités. Probabilité sur un univers fini.
- Probabilités conditionnelles. Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes
- Événements indépendants, mutuelle indépendance.

Applications linéaires, matrices d'applications linéaires et déterminant

- Endomorphismes remarquables. Homothéties, projecteurs, symétries.
- Rang d'une application linéaire.
- Équations linéaires. Formes linéaires et hyperplans
- Matrice d'applications linéaires. Matrice de passage. Formule de changement de bases.
- Image et noyau, rang d'une matrice.
- Déterminant d'une matrice carrée de taille n . Propriétés. Caractérisation de l'inversibilité.
- Développement par rapport à une ligne ou une colonne.
- Déterminant d'un endomorphisme (après mercredi).

Remarque : toutes les définitions et énoncés du cours doivent être parfaitement connus, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Énoncés & Démonstrations de cours exigibles :

1. Théorème du rang (énoncé)
2. Déf+caractérisation projecteurs, symétries, sommes directes associées (énoncé)+ex : $M \mapsto M^T$
3. H est un hyperplan ssi H est le noyau d'une forme linéaire non nulle (dem)
4. Définition et nombre p -liste, arrangement et permutation, combinaisons.
5. Formule des probabilités totales, des probas composées, de Bayes (énoncé+ 1dem au choix) + déf mutuelle indépendance
6. Déf matrice d'application linéaire + formule de changement de bases pour une application linéaire (dém pour les volontaires) + dans le cas d'un endomorphisme.
7. Définition noyau, image, rang d'une matrice + caractérisation des matrices inversibles
8. **Dès mercredi** : Énoncé : développement / ligne ou colonne + au choix : dem rapide

$$\text{déterminant de Vandermonde ou tridiagonal} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 2 & -2 & \dots & 0 \\ 0 & 6 & 3 & -2 & \vdots \\ & & \ddots & \ddots & -2 \\ 0 & 0 & \dots & n(n-1) & n \end{vmatrix}$$

Note aux colleuses et colleurs : 2 DLn(0) usuels avant les exos. Ils doivent savoir :

- Calculer des probabilités en modélisant l'énoncé.
- Reconnaître un projecteur, symétrie.
- Déterminer la matrice d'une application linéaire et effectuer un changement de base.
- Calculer le noyau, image, rang d'une matrice
- Calculer de manière pratique un déterminant d'une matrice (pour l'instant sans technicité).