

Du 01 juin au 12 Juin 2026 :

Intégration

Dénombrement et probabilités

- Cardinal d'un ensemble fini.
- Listes et combinaisons.
- Espaces probabilisés finis.
- Probabilité conditionnelle.
- Événements indépendants. Indépendance 2 à 2, mutuelle indépendance.
- Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes.

Applications linéaires

- Applications linéaires, endomorphismes. Opérations et règles de calcul.
- Image et noyau. Caractérisation de l'injectivité à l'aide du noyau.
- Isomorphismes. Automorphismes. Espaces isomorphes. Cas de la dimension finie.
- Modes de définition d'une application linéaire.
- Endomorphismes remarquables. Homothéties, projecteurs, symétries.
- Rang d'une application linéaire.
- Équations linéaires. Formes linéaires et hyperplans

Énoncés & Démonstrations de cours exigibles :

1. Exo Intégrale de Wallis : $W_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin(t))^n dt$: IPP + W_{2p}, W_{2p+1} + décroissance + équivalent
2. Exo : lemme de Riemann-Lebesgue (démonstration)
3. Exo : Inégalité de Cauchy-Schwarz (démonstration)
4. p -liste, arrangement, permutation et combinaison
5. formule des probabilités totales, des probas composées, de Bayes (1 démonstration au choix)
6. def noyau, image + caractérisation surjectivité, injectivité + énoncé : f bijective (resp. surjective, resp injective) ssi l'image d'une base est une base (resp famille génératrice, famille resp libre) + base de $\text{Im}(f)$
7. f bijective ssi f injective ssi f surjective quand (énoncé + application $\phi : \mathbb{K}_n[X] \rightarrow \mathbb{K}^{n+1}, P \mapsto (\tilde{P}(x_0), \dots, \tilde{P}(x_n))$ où x_i tous distincts 2 à 2 .
8. Def + caractérisation des projecteurs (énoncé) + def symétrie + caractérisation des symétries (énoncé + ex : application transposée et somme directe associée) **à partir de mardi**
9. Théorème du rang (énoncé + demo pour les volontaires) **à partir de mardi**
10. H est un hyperplan ssi H est le noyau d'une forme linéaire non nulle (demo) **à partir de mardi**

Note aux colleuses/colleurs : **Routine : 2 $DL_n(0)$ usuels avant de commencer les exos.**

les étudiantes et étudiants doivent savoir :

- Utiliser les sommes de Riemann.
- Calculer des primitives à l'aide d'IPP, chgt de variable.
- Déterminer la limite d'une intégrale, étudier une fonction définie par une intégrale.
- Prouver des inégalités à l'aide de l'inégalité de Taylor-Lagrange.
- Effectuer des dénombrements, modéliser et calculer des probabilités sur un univers fini.
- Montrer qu'une application est linéaire, étudier son image, noyau, injectivité, surjectivité.
- Déterminer le rang d'une application linéaire
- Dire s'il s'agit de projecteur, symétrie.

Merci de votre collaboration