

Du 17 Juin au 21 Juin 2024 :**Séries numériques**

- Sommes partielles d'une série numérique. Convergence, divergence, somme.
- Linéarité de la somme.
- Divergence grossière. Reste d'une série convergente. Lien suite-série.
- Séries géométriques : condition nécessaire et suffisante de convergence, somme. Série exponentielle. Séries de Riemann
- Théorèmes de comparaison des séries à termes positifs
- Comparaison série-intégrale.

Dénombrement, probabilités et variables aléatoires

- Tout sur le dénombrement et probabilités
- Loi d'une variable aléatoire. Loi uniforme, de Bernoulli, binomiale.
- couple de variables aléatoires.
- Variables aléatoires indépendantes.
- Espérance. Propriétés, théorème de transfert. Variance, formule de Koenig-Huygens. Espérance et variance de lois usuelles. Covariance.
- Inégalité de Markov + inégalité de Bienaymé Tchebychev.

Espaces préhilbertiens réels (début)

Remarque : toutes les définitions et énoncés ci-dessus doivent être parfaitement connus, et à tout moment, vous devez être capables de les restituer sans aucune hésitation, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Énoncés & Démonstrations de cours exigibles :

1. Théorème de comparaison (\leq, \sim, o , règle du n^α) pour les séries à termes positifs, TSA illustré sur : $\sum \frac{1}{\ln(n)}, \sum \frac{\sin^2(n)}{2^n}, \sum \frac{n^2 \ln(n)}{e^n}, \sum \frac{(-1)^n}{n}$.
2. Développement asymptotique de (H_n) , soit $H_n \underset{+\infty}{=} \ln(n) + \gamma + o(1)$
3. Formule des probabilités totales, des probas composées, de Bayes (énoncé + 1 dem au choix)
4. Lois usuelles, espérance, variance (def + demo) : uniforme, Bernoulli, binomiale
5. Théorème de transfert (énoncé) + def variance + formule de Koenig Huygens
6. Inégalité de Markov + inégalité de Bienaymé Tchebychev (demo)
7. (dès mercredi) Définition d'un produit scalaire à illustrer sur l'exemple au choix
 $\forall P, Q \in \mathbb{R}[\mathbf{X}], \langle P, Q \rangle = \int_0^1 P(t)Q(t)dt$ ou
 $\forall A, B \in \mathcal{M}_n[\mathbb{R}], \langle A, B \rangle = \sum_{1 \leq i, j \leq n} a_{i,j} b_{i,j} = \text{tr}(A^T \cdot B)$

Note aux colleuses et colleurs : 2 DLn(0) usuels avant les exos. Ils doivent savoir :

- Calculer des probabilités en modélisant l'énoncé.
- Déterminer la nature d'une série
- Reconnaître des lois usuelles, ou la calculer à la main
- Calculer une espérance, une variance
- Utiliser des inégalités de concentration

Merci de votre collaboration