Du 02 juin au 13 Juin 2025 :

Intégration (questions de cours uniquement)

Dénombrement et probabilités

- Cardinal d'un ensemble fini.
- Listes et combinaisons.
- Espaces probabilisés finis.
- Probabilité conditionnelle.
- Événements indépendants. Indépendance 2 à 2, mutuelle indépendance.
- Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes.

Applications linéaires

- Applications linéaires, endomorphismes. Opérations et règles de calcul.
- Image et noyau. Caractérisation de l'injectivité à l'aide du noyau.
- Isomorphismes. Automorphismes. Espaces isomorphes. Cas de la dimension finie.
- Modes de définition d'une application linéaire.
- Endomorphismes remarquables. Homothéties, projecteurs, symétries.
- Rang d'une application linéaire.
- Équations linéaires. Formes linéaires et hyperplans

Remarque : toutes les définitions et énoncés ci-dessus doivent être parfaitement connus, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.

Énoncés & Démonstrations de cours exigibles :

1. Exo Intégrale de Wallis : $W_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin(t))^n dt$: IPP + W_{2p}, W_{2p+1}+ décroissance + équivalent
2. Exos : lemme de Riemann-Lebesgue+Inégalité de Cauchy-Schwarz (énoncés+démo au choix)
3. p-liste, arrangement, permutation et combinaison + formule des probabilités totales, formule des probas composées, formule de Bayes (1 démo au choix)
4. def noyau, image + caractérisation surjectivité, injectivité + énoncé : f bijective (resp. surjective, resp injective) ssi l'image d'une base est une base (resp famille génératrice, famille resp libre) + base de Im(f)
5. f bijective ssi f injective ssi f surjective quand ..... (énoncé + application $\phi : \mathbb{K}_n[X] \to \mathbb{K}^{n+1}, P \mapsto (\tilde{P}(x_0), \dots \tilde{P}(x_n))$ où x_i tous distincts 2 à 2 .
6. Def + caractérisation des projecteurs (énoncé) + def symétrie + caractérisation des symétries (énoncé + ex : application tranposée et somme directe associée)
7. Théorème du rang (énoncé + demo pour les volontaires)
8. H est un hyperplan ssi H est le noyau d'une forme linéaire non nulle (demo)

Note aux colleuses/colleurs : **Routine : 2** $DL_n(0)$ **usuels avant de commencer les exos**.
les étudiantes et étudiants doivent savoir :

- Effectuer des dénombrements, modéliser et calculer des probabilités sur un univers fini.
- Montrer qu'une application est linéaire, étudier son image, son noyau, son injectivité, sa surjectivité.
- Déterminer le rang d'une application linéaire
- Dire s'il s'agit de projecteur, symétrie.

Merci de votre collaboration