



## CONCOURS COMMUN INP RAPPORT DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES

### 1/ PRÉSENTATION DU SUJET

Le sujet était composé de trois exercices totalement indépendants. Le premier exercice introduisait la notion de racine cubique d'une matrice et étudiait quelques-unes de ses propriétés. Le second exercice permettait de démontrer une caractérisation du logarithme de la fonction gamma d'Euler, puis de l'exploiter pour établir la formule de duplication. Le troisième exercice concernait l'étude du temps d'attente avant une collision lors d'une succession de tirages avec remises dans une urne.

Le sujet avait pour objectif d'évaluer les candidats sur une vaste partie du programme des deux années de classe préparatoire ainsi que sur les six grandes compétences exposées dans le programme de la filière PC. L'indépendance des trois exercices avait pour but de permettre aux candidats de commencer le sujet avec les thèmes du programme qu'ils maîtrisaient le mieux, puis de pouvoir passer facilement à un autre exercice en cas de difficulté. Le sujet était d'une longueur raisonnable afin de donner une réelle possibilité au candidat de traiter l'ensemble des questions. Les résultats obtenus sont cependant assez décevants dans l'ensemble.

### 2/ COMMENTAIRES GÉNÉRAUX SUR LES COPIES

Comme durant la session précédente, les correcteurs ont remarqué une amélioration dans la qualité de la présentation des copies, notamment lors de l'utilisation de théorèmes nécessitant la vérification de nombreuses hypothèses.

Par contre, une part trop importante des candidats utilise implicitement les questions précédentes d'un exercice sans les citer, ce qui nuit à la clarté de leurs raisonnements. Rappelons que si un candidat souhaite utiliser le résultat d'une question précédente, il se doit de l'indiquer en citant le numéro de la question. Les candidats doivent également faire attention à introduire correctement les objets et les notations qu'ils utilisent pendant leur raisonnement.

Rappelons également que l'objectif d'une épreuve de mathématiques ne se résume pas à évaluer les capacités calculatoires des candidats. Ces derniers doivent également prêter attention à la présentation de leurs raisonnements avec une rédaction précise. Lorsqu'un candidat souhaite utiliser un résultat du cours, il doit le citer et vérifier soigneusement toutes ses hypothèses. De plus, il est important de choisir une présentation claire (avec une liste numérotée par exemple) pour les théorèmes comportant de nombreuses hypothèses à vérifier (comme le théorème de dérivation d'une intégrale à paramètre par exemple).

Nous avons constaté une fois de plus qu'une partie non négligeable des candidats ne lisait pas l'énoncé et les questions assez consciencieusement : certains d'entre eux restent bloqués en ayant raté une information dans l'énoncé ; d'autres oublient de répondre à une partie de la question.

L'ensemble des correcteurs souhaite rappeler que la présentation et le soin de la copie contribuent à son évaluation. Certains candidats n'ont pas respecté la consigne d'utiliser un stylo de couleur suffisamment foncée, ce qui rend la lecture de leur copie difficile. De plus, l'interdiction d'utiliser un effaceur n'empêche pas les candidats de raturer proprement. Nous encourageons également les candidats à aérer leur copie, à ne pas utiliser d'abréviation et à mettre en valeur leurs résultats afin d'en faciliter la lecture.

L'exercice 1 a été traité de manière pertinente par une majorité de candidats. Les difficultés rencontrées par ces derniers se situaient principalement dans la partie II à cause d'une mauvaise maîtrise des connaissances du cours et dans la partie III.2 par manque d'aisance dans la manipulation des outils algébriques.

L'exercice 2 a mis en évidence les lacunes des candidats sur des notions fondamentales au programme d'analyse de la filière (telles que, par exemple, développements limités, étude de la convergence d'une série, etc.). Ainsi, la proportion des candidats capables de traiter convenablement les trois premières questions de cet exercice est très faible.

L'exercice 3 a principalement posé des difficultés aux candidats dans la première partie portant sur les probabilités. Rappelons que la rigueur et le respect du formalisme sont indispensables lors de la résolution des problèmes de probabilité.

### 3/ REMARQUES DÉTAILLÉES PAR QUESTION

#### Exercice 1 (Racine cubique d'une matrice) :

**Q1.** Question globalement bien traitée. Quelques candidats confondent la notion de matrice diagonalisable et la notion de matrice inversible.

**Q2.** Une part importante de candidats ne considère qu'une implication, alors qu'il s'agissait de prouver une équivalence.

**Q3.** Question globalement bien traitée.

**Q4.** La rédaction des candidats manque souvent de rigueur. Peu d'entre eux justifient les différentes étapes du raisonnement et ne citent pas les résultats des questions précédentes.

**Q5.** Beaucoup de réponses ne sont pas suffisamment précises.

**Q6.** Question globalement bien traitée par les candidats ayant réussi la question précédente.

**Q7.** Le cours n'est pas suffisamment maîtrisé.

**Q8.** Question globalement bien traitée. Quelques candidats ont traité différents cas en fonction du signe de  $\lambda$ , ce qui était inutile.

**Q9.** Malgré les indications très détaillées, les réponses à cette question sont souvent décevantes et peu rigoureuses.

**Q10.** Question globalement bien traitée.

**Q11.** Très peu de candidats pensent à mentionner que  $\rho$  n'est pas nul pour conclure que les trois solutions sont bien distinctes.

**Q12.** Une part importante de candidats affirment de manière erronée qu'un produit de polynômes scindés à racines simples est encore scindé à racines simples.

**Q13.** Le cours n'est pas suffisamment maîtrisé. Beaucoup de candidats affirment que  $Q$  est le polynôme caractéristique de  $A$  ou de  $B$ , ce qui est faux en général.

## Exercice 2 (La fonction logarithme de Gamma) :

- Q14.** Bien qu'il s'agisse d'une question basique dans le programme de la filière, une majorité des candidats n'a pas été capable de donner un raisonnement rigoureux pour justifier la convergence de la série.
- Q15.** Une part importante de candidats n'a pas lu correctement la question : ils ont essayé d'appliquer le théorème de dérivabilité pour la limite d'une suite de fonctions, ce qui est hors sujet. De même, la suite dont il fallait prouver l'existence ne devait pas dépendre de la variable  $x$ .
- Q16.** Beaucoup de candidats n'ont pas réussi à gérer correctement les valeurs absolues.
- Q17.** Très peu de candidats ont réussi à faire apparaître les sommes télescopiques permettant de montrer rigoureusement que la fonction vérifiait le point (ii).
- Q18.** Question globalement bien traitée.
- Q19.** Question globalement bien traitée.
- Q20.** Question difficile qui a souvent amené des solutions erronées.
- Q21.** Une part importante de candidats a déduit directement de la question précédente que la fonction  $h$  est constante, ce qui n'est pas un résultat immédiat.
- Q22.** La relation à démontrer étant notée dans l'énoncé, il faut faire attention à présenter une démonstration complète sans étape floue.
- Q23.** La plupart des candidats connaissent la formule de Stirling, mais ils l'exploitent de manière non rigoureuse pour aboutir au résultat.
- Q24.** Question globalement bien traitée par les candidats ayant compris le lien avec les questions précédentes.

## Exercice 3 (Temps d'attente avant une collision) :

- Q25.** Peu de candidats ont donné la bonne réponse, alors qu'il s'agissait essentiellement de lire correctement l'énoncé.
- Q26.** La plupart des candidats se contentent de paraphraser l'énoncé, ce qui n'est pas suffisant : il faut donner l'image de  $Z$  et calculer la distribution de probabilités.
- Q27.** Peu de candidats fournissent une solution convaincante à cette question.
- Q28.** La formule nécessaire pour répondre à cette question (directement issue du cours) est rarement connue des candidats.
- Q29.** Question globalement bien traitée. Attention à ne pas oublier de préciser sur quel intervalle la fonction est continue.
- Q30.** Il est indispensable de rédiger entièrement la récurrence pour que la réponse donnée soit rigoureuse. De plus, pour appliquer le théorème d'intégration par parties, il faut commencer par vérifier l'hypothèse sur les limites au bord de l'intervalle d'intégration.
- Q31.** Peu de candidats pensent à utiliser la linéarité de l'intégrale pour faire le lien avec les questions précédentes.
- Q32.** Question globalement bien traitée.
- Q33.** Question globalement bien traitée.
- Q34.** Le lien entre  $K_n$  et  $J_n$  est rarement fait. Pour conclure, il ne faut pas oublier de préciser que la raison de la suite géométrique se trouve dans l'intervalle  $]-1, 1[$ .
- Q35.** Question globalement bien traitée.
- Q36.** Il ne faut pas oublier de vérifier que l'on utilise le développement en série entière adéquat en un point de l'intervalle de convergence.
- Q37.** Question peu abordée par les candidats.
- Q38.** Question peu abordée par les candidats.
- Q39.** Question peu abordée par les candidats.