Du 16 Juin au 21 Juin 2025 :**Matrices d'applications linéaires et déterminant**

- Matrice d'applications linéaires. Matrice de passage. Formule de changement de bases.
- Image et noyau, rang d'une matrice.
- Déterminant d'une matrice carrée de taille n . Propriétés. Caractérisation de l'inversibilité.
- Développement par rapport à une ligne ou une colonne. Déterminant d'un endomorphisme

Dénombrément, probabilités et variables aléatoires

- Loi d'une variable aléatoire. Loi uniforme, de Bernoulli, binomiale.
- couple de variables aléatoires. Variables aléatoires indépendantes.
- Espérance. Propriétés, théorème de transfert. Variance, formule de Koenig-Huygens. Lois usuelles. Covariance. Inégalité de Markov + inégalité de Bienaymé Tchebychev.

Séries numériques

- Sommes partielles d'une série numérique. Convergence, divergence, somme. Divergence grossière. Reste d'une série convergente. Lien suite-série.
- Séries géométriques : condition nécessaire et suffisante de convergence, somme. Série exponentielle. Séries de Riemann
- Théorèmes de comparaison des séries à termes positifs. Comparaison série-intégrale.

Espaces préhilbertiens réels (début : pas d'exercices)**Énoncés & Démonstrations de cours exigibles :**

1. Déf matrice d'application linéaire + formule de changement de bases pour une application linéaire (dém pour les volontaires) + dans le cas d'un endomorphisme.
2. Définition noyau, image, rang d'une matrice + caractérisation des matrices inversibles
3. Énoncé : développement / ligne ou colonne + au choix : dem rapide déterminant de

$$\text{Vandermonde ou tridiagonal} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 2 & -2 & \dots & 0 \\ 0 & 6 & 3 & -2 & \vdots \\ & & \ddots & \ddots & -2 \\ 0 & 0 & \dots & n(n-1) & n \end{vmatrix}$$

4. Lois usuelles, espérance, variance (def+ demo) : uniforme, Bernoulli, binomiale
5. Théorème de transfert (énoncé) + def variance + formule de Koenig Huygens + covariance
6. Inégalité de Markov + inégalité de BienAymé Tchebychev (demo)
7. Théorème de comparaison ($\leq, \sim, o$, règle du n^α) pour les séries à termes positifs, TSA, cv absolue illustré : $\sum \frac{1}{\ln(n)}, \sum \frac{\sin^2(n)}{2^n}, \sum \frac{n^2 \ln(n)}{e^n}, \sum \frac{(-1)^n}{n}, \sum \frac{\sin n}{n^{\frac{3}{2}}}$.
8. Développement asymptotique de (H_n) , soit $H_n \underset{+\infty}{=} \ln(n) + \gamma + o(1)$
9. (dès mercredi) Définition d'un produit scalaire à illustrer sur l'exemple au choix
 $\forall P, Q \in \mathbb{R}[\mathbf{X}], \langle P, Q \rangle = \int_0^1 P(t)Q(t)dt$ ou
 $\forall A, B \in \mathcal{M}_n[\mathbb{R}], \langle A, B \rangle = \sum_{1 \leq i, j \leq n} a_{i,j} b_{i,j} = \text{tr}(A^T \cdot B)$

Note aux colleuses et colleurs : 2 DLn(0) usuels avant les exos. Ils doivent savoir :

- Calculer un déterminant
- Déterminer la loi d'une variable aléatoire et calculer son espérance et variance.
- Utiliser des inégalités de concentration.
- Déterminer la nature d'une série

Merci de votre collaboration