

Du 27 Octobre au 07 Novembre 2025 :**Nombres complexes (fin)**

- Racines n -ièmes de l'unité. Racines d'un complexe.
- Équations du second degré à coefficients complexes. Équations du type $\sin = \sin$, $\cos = \cos$, $\tan = \tan$, du type $Z^n = 1$.
- Nombres complexes et géométrie. Alignement de points. Vecteurs orthogonaux. Caractérisation complexe d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie.

Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot

- Généralités sur les systèmes linéaires (petits systèmes : système linéaire à coefficients réels de deux ou trois équations à deux ou trois inconnues, cf programme).
- échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan
- Ensemble des solutions d'un système linéaire. Rang, compatibilité.

Fonctions de la variable réelle : généralités (début)

- Étude de l'ensemble de définition. Graphe, translation ou homothétie de graphes. Parité, périodicité.

Démonstrations de cours exigibles :

1. Racines n -ièmes d'un complexe + démo sur $z^4 = 1 - i$.
2. Equations du second degré à coefficients complexes (démo de l'expression des solutions : recherche de forme canonique).
3. Représentation géométrique de $|z - a|$, de $\arg\left(\frac{z - a}{z - b}\right)$ et caractérisation de l'alignement de points ou d'orthogonalité de vecteurs.
4. Caractérisation complexe d'une translation, d'une rotation, d'une homothétie.
5. Explication du pivot de Gauss sur
$$\begin{cases} 2y + z = 1 \\ x + y - z = 2 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases} \quad (\text{rang ? , compatibilité du système ?})$$
6. Exercice : Etudier le système selon les valeurs de a :
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 2z = 3 \end{cases}$$
7. Graphes des fonctions $x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x + a)$, $x \mapsto f(ax)$, $x \mapsto af(x)$.
8. Définition périodicité/parité/imparité d'une fonction + utilité + application à $x \mapsto \sin\left(\frac{x}{3}\right)$.
9. Exercice : montrer que toute fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} s'écrit comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
10. Somme de fonctions croissantes, décroissantes sur un intervalle (un au choix à démontrer).

Note aux colleuses et colleurs : Exo préliminaire : assurez-vous que l'élève sait donner le domaine de définition d'une fonction. Pas de fonctions $x \mapsto x^\alpha$, ni de fonctions circulaires réciproques ou hyperboliques.

Les étudiantes et étudiants doivent :

- Résoudre des équations du type second degrés à coefficients complexes, du type $\sin = \sin$, $\cos = \cos$, $\tan = \tan$, du type $Z^n = 1$;
- Utiliser les complexes en géométrie plane ;
- Résoudre des petits systèmes linéaires, systèmes linéaires à paramètre
- Étudier l'ensemble de définition d'une fonction, d'une composée de fonctions ;
- Dire si des fonctions sont paires, périodiques (réduction du domaine d'étude)

Merci de votre collaboration