

Chapitre 0 – Exercices

Révisions

I Suites numériques

Exercice 1 (Calculs de sommes de suites)

Soit $n > 1$.

Montrer que $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Montre que, si $q \neq 1$, $1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Exercice 2

- Déterminer les limites des deux suites suivantes : a) $u_n = \frac{n-3}{n+3}$ b)
 $u_n = \frac{1+(-1)^n}{n}$
- Donner un exemple de suite bornée non convergente

Exercice 3

Montrer que la suite de terme général $u_n = \frac{1}{n}$ est une suite décroissante.

Exercice 4

On s'intéresse à la suite définie par $u_0 = -2$
 $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3$

- Montrer que la suite définie par $v_n = u_n - 2$ est géométrique.
- Exprimer v_n en fonction de n .
- En déduire u_n en fonction de n .

II Dérivation

Exercice 5

Compléter les tableaux suivants :

Fonction f	Intervalle I	Fonction dérivée f'
$x \mapsto \lambda$	$\mathbb{R}$	
$x \mapsto \lambda x$	$\mathbb{R}$	
$x \mapsto x^2$	$\mathbb{R}$	
$x \mapsto x^n, n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	
$x \mapsto \sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+$	
$x \mapsto e^x$	$\mathbb{R}$	
$x \mapsto \cos(x)$	$\mathbb{R}$	
$x \mapsto \sin(x)$	$\mathbb{R}$	
$x \mapsto \ln(x)$	$\mathbb{R}_+^*$	

Fonction	fonction dérivée
$u + v$	$u' + v'$
uv	
$\frac{u}{v}$, avec $v \neq 0$	
$u^n, n \in \mathbb{N}^*$	
$\sqrt{u}$	
e^u	
$\ln(u)$	

Exercice 6

Tracer le tableau de variation de la fonction $f : x \mapsto x^2 e^{-2x}$.
(Rappeler la définition de la fonction exponentielle ainsi que la relation fonctionnelle qu'elle vérifie).

III Nombres complexes**Exercice 7**

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

a) $(2 + 5i) + (3 - 7i)$ b) $(2 + 5i)(3 - 7i)$ c) i^4 d) $\frac{1}{2+5i}$ e) $\frac{2+5i}{3+7i}$

Exercice 8

Calculer le module et un argument des nombres complexes suivants :

a) $1 + i$ b) $-1 + i$ c) $1 + \sqrt{3}i$ d) $\frac{1+i}{1+\sqrt{3}i}$

IV Pour aller plus loin**Exercice 9 (suite de Fibonacci)**

La suite de Fibonacci est la suite définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et $\forall n \geq 2$, $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$. Dans cet exercice, on va démontrer l'expression du terme u_n en fonction de n .

1. Donner les 10 premiers termes de cette suite.
2. En supposant que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ soit géométrique de raison q , montrer que $q^2 = q + 1$.
3. En déduire les seules valeurs possibles pour q .
On appelle $(a_n)_{n \geq 0}$ la suite correspondant à une raison positive et $(b_n)_{n \geq 0}$ celle de raison négative.
4. Montrer que la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = \frac{1}{\sqrt{5}}a_n + \frac{-1}{\sqrt{5}}b_n$ vérifie $v_{n+1} = v_n + v_{n-1}$.
5. Conclure sur l'expression de la suite de Fibonacci.