<u>Du 27 Novembre au 09 Décembre 2023 :</u>

Primitives et équations différentielles

- Primitive d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.
- Primitives de fonctions puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme. Primitives usuelles de fonctions composées. Primitives du type $x \mapsto \dfrac{1}{ax^2+bx+c}$.
- Calcul d'une intégrale à l'aide de primitives. Intégration par parties. Changement de variable.
- Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre. Résolution d'une équation homogène. Forme des solutions. Principe de superposition. Méthode de la variation de la constante. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
- Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. Résolution de l'équation homogène. Forme des solutions. Principe de superposition. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Démonstrations de cours exigibles :

1. Reconnaître une dérivée composée (formules) + ex : primitive de $x \mapsto \cos x \sin x$
2. IPP (demo)+ Déterminer une primitive de $x \mapsto e^{2x}\cos(3x)$ par 2 méthodes : multiple IPP ou complexes.
3. Changement de variable (demo)+ application à $\int_0^1 \dfrac{dt}{1+e^t}$ avec $u = e^t$
4. Primitives du type $x \mapsto \dfrac{1}{ax^2+bx+c}$ (expliquer rapidement la démarche + exemple au choix de la colleuse ou colleur parmi $\dfrac{1}{2x^2+4x-6}$; $\dfrac{1}{x^2-6x+9}$; $\dfrac{1}{x^2+x+1}$).
5. Résolution équation linéaire d'ordre 1 (expliquer sur résoudre $y' - \frac{1}{2x}y = \sqrt{x}$ sur $I = \mathbb{R}_+^*$).
6. Enoncé problème de Cauchy ordre 1 (demo)
7. Résolution équation linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants (énoncé dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$) + principe de superposition + 2nd membre polynôme exponentiel.

<u>Note aux colleuses et colleurs</u> : les étudiantes et les étudiants doivent :

- Savoir calculer des primitives et des intégrales
- Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 (à coefficients non constant avec second membre) et ordre 2 (à coefficents constants avec second membre polynôme-exponentiel ou type cos, sin). Problème de Cauchy.

Merci de votre collaboration

Question 3 : Posons $u = e^t$
$\int_0^1 \frac{dt}{1+e^t} = \int_1^e \frac{du}{u(u+1)}$ car $du = e^t dt$. On effectue une décomposition en éléments simples (à détailler)
$\frac{1}{u(u+1)} = \frac{1}{u} - \frac{1}{u+1}$
D'où $\int_1^e \frac{du}{u(u+1)} = [\ln(u) - \ln(u+1)]_1^e = 1 + \ln 2 - \ln(e+1)$.