

I - Unités et dimensions

Écriture scientifique

$x = N \cdot 10^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$, $N \in \mathbb{N}$ tel que $1 \leq N < 10$.

N	-12	-9	-6	-3	3	6	9	12
Préfixe	pico	nano	micro	milli	kilo	méga	giga	téra
Symbole	p	n	μ	m	k	M	G	T

Ordre de grandeur d'un nombre : $\begin{cases} = n & \text{si } N < 5 \\ = n + 1 & \text{si } N \geq 5 \end{cases}$

Chiffres significatifs (c.s.) : nombre de chiffres apparaissant dans l'écriture du nombre N . Un chiffre 0 placé à gauche du nombre ne compte pas. Dans un calcul, on écrit le résultat avec un nombre de c.s. égal au plus petit nombre de c.s. qui intervient dans le calcul.

Exercice 1 : Compléter



Nombre	Écriture scientifique	Nombre de c.s.	Nombre	Écriture scientifique	Nombre de c.s.
64,52			17,35 g		
8,070			0,0056 m ³		
$0,0074 \times 10^5$			1355×10^3 Pa		
$12,5 \times 10^{-5}$			360 km/h		

Exercice 2 : Applications numériques (AN)



Faire les applications numériques :

1. $c = 2,500 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $V = 1,3 \text{ m}^3$ pour

$$n = cV =$$

2. $d = 37,01 \text{ km}$, $\Delta t = 17 \text{ min}$ pour

$$v = \frac{d}{\Delta t} =$$

3. $W = -1700 \text{ J}$, $Q_c = 3 \times 10^3 \text{ J}$ pour

$$\eta = -\frac{W}{Q_c} =$$

4. $M = 103 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $\mathcal{N}_A = 6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $\rho = 12,4 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$ pour

$$R = \left(\frac{M}{4\sqrt{2}\mathcal{N}_A\rho} \right)^{1/3} =$$

Calcul littéral et application numérique

La réponse à une question calculatoire passe toujours nécessairement par 2 étapes :

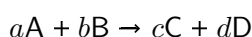
1. Le calcul littéral. Toutes les grandeurs sont représentées par leur symbole, aucune valeur numérique n'est utilisée. Le résultat obtenu est encadré.
2. L'application numérique, donnée avec le bon nombre de chiffres significatifs et la bonne unité. La valeur est encadrée ou soulignée.

Exercice 3 : Calcul littéral

- Donner l'expression littérale de U à partir de l'expression suivante : $U + r \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) U = -e$
- Donner l'expression littérale simplifiée de V_1 : $\ln(V_1) - \ln(V_0) = \alpha(T_1 - T_0)$
- Donner l'expression littérale simplifiée de U : $U = \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} e$
- Donner l'expression littérale simplifiée de T_1 : $T_0^\gamma P_0^{1-\gamma} = T_1^\gamma P_1^{1-\gamma}$
- Exprimer u en fonction de R , r et e à partir du système :
$$\begin{cases} i &= u/R \\ u &= e - ri \end{cases}$$
- Exprimer u_2 en fonction de R_1 , R_2 , r et e à partir du système :
$$\begin{cases} u &= -u_2 \\ u &= e + ri \\ i &= k + j \\ u_2 &= kR_2 \\ u_2 &= jR_1 \end{cases}$$

II - Chimie**Bilan de matière en situation de réaction totale**

On considère une transformation chimique totale pour laquelle le réactif limitant est entièrement consommé :



équation de réaction		aA	bB	cC	dD
état	avancement (en mol)	$n(A)$	$n(B)$	$n(C)$	$n(D)$
état initial	0	$n_{A,i}$	$n_{B,i}$	0	0
en cours de transformation	x	$n_{A,i} - ax$ (ce qui reste)	$n_{B,i} - bx$ (ce qui reste)	cx (se forme)	dx (se forme)
état final (réaction totale)	$x_{\max}$	$n_{A,i} - ax_{\max}$ (ce qui reste)	$n_{B,i} - bx_{\max}$ (ce qui reste)	$cx_{\max}$ (se forme)	$dx_{\max}$ (se forme)

Pour déterminer la valeur de $x_{\max}$ et le réactif limitant, il faut autant d'hypothèses que de réactifs et toutes conduisent à leur valeur de $x_{\max}$: on gardera celle qui donne la plus petite valeur de $x_{\max}$. Un mélange stœchiométrique correspond à des quantités initiales de réactifs qui respectent la stœchiométrie dictée par l'équation de réaction ajustée : dans ce cas, les réactifs sont tous limitants et sont complètement consommés en fin de réaction.

Exercice 4 : Combustions

La combustion du méthane CH_4 se produit avec le dioxygène et forme de l'eau et du dioxyde de carbone. On suppose que la réaction est totale. Les quantités initiales des réactifs sont notées $n_i(\text{CH}_4)$ et $n_i(\text{O}_2)$.

- Écrire la réaction de combustion. Toutes les espèces chimiques seront supposées gazeuses.
- Exprimer les quantités de dioxyde de carbone et du réactif introduit en excès présentes dans l'état final en fonction des données. On supposera que :
 - Le méthane est réactif limitant.
 - Le dioxygène est réactif limitant.

Cas général : combustion d'un alcane $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$. L'alcane réagit avec le dioxygène et forme de l'eau et du dioxyde de carbone. On suppose que la réaction est totale. Les quantités initiales des réactifs sont notées $n_i(\text{C}_n\text{H}_{2n+2})$ et $n_i(\text{O}_2)$.

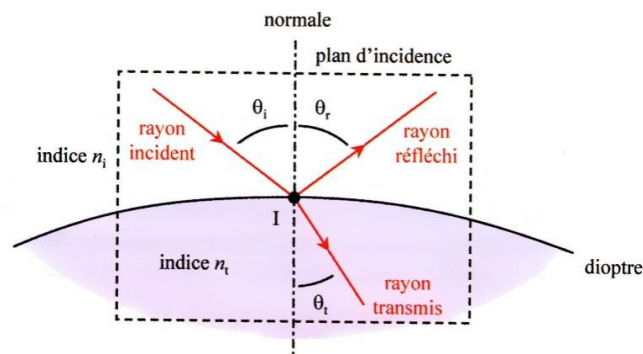
- Écrire l'équation de réaction.

4. Exprimer les quantités de dioxyde de carbone et du réactif introduit en excès présentes dans l'état final en fonction des données. On supposera que :
- L'alcane est réactif limitant.
 - Le dioxygène est réactif limitant.

III - Optique géométrique

Lois de Snell -Descartes

- Les rayons réfléchis et réfractés sont dans le plan d'incidence ;
 - Les angles d'incidence θ_i et de réflexion θ_r sont égaux : $\theta_i = \theta_r$;
 - Les angles d'incidence θ_i et de réfraction θ_t sont liés par la relation : $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$
- Les angles sont repérés par rapport à la normale.



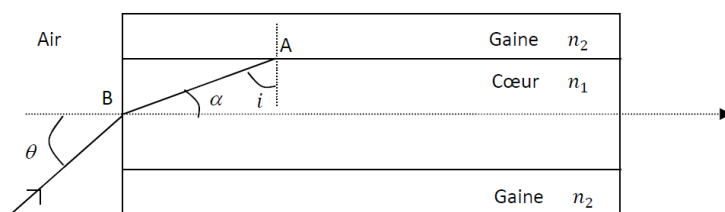
Exercice 5 : Fibre optique



Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques. Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre – ou de plastique – désigné par cœur, entouré d'une gaine transparente d'indice de réfraction plus faible. La gaine contribue aux propriétés mécaniques de la fibre et évite les fuites de lumière vers l'extérieur. Le diamètre du cœur d'une fibre va, actuellement, de 3 à 200 μm et le diamètre de la gaine peut aller jusqu'à 400 μm . Les fibres optiques sont utilisées notamment en génie des télécommunications pour la transmission de l'information et en médecine pour les endoscopies. Une fibre optique cylindrique à saut d'indice est constituée d'un cœur, d'indice de réfraction $n_1 = 1,50$ et d'une gaine, d'indice de réfraction $n_2 = 1,485$.

On considère un rayon incident dans l'air incliné d'un angle θ par rapport à l'axe optique. Le trajet de la lumière dans la fibre est représenté sur le schéma ci-dessous.

Attention : il y a une première réfraction quand le rayon rentre dans le cœur de la fibre !



On souhaite que le rayon soit réfléchi en A : il reste alors dans le cœur et est guidé le long de la fibre sans perte d'énergie. On admet que le rayon est réfléchi en A uniquement si $\sin i > \frac{n_2}{n_1}$.

- A partir de cette inéquation, trouver une condition équivalente portant sur α , n_1 et n_2 .
- Écrire la loi de Snell-Descartes pour la réfraction au point d'entrée B de la fibre.
- En déduire que la condition $\sin i > \frac{n_2}{n_1}$ est équivalente à $\sin \theta < \frac{1}{n_{\text{air}}} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.
- Calculer l'angle θ_{lim} tel que $\sin \theta_{\text{lim}} = \frac{1}{n_{\text{air}}} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$. On prendra $n_{\text{air}} \approx 1,00$.

Aparté - Les vecteurs

Un **vecteur** est un objet mathématique contenant plusieurs informations : Direction, sens, norme. En trois ou deux dimensions il est représenté par une flèche.

Somme de vecteurs

La réussite de la compréhension des actions sur un système physique passe par la bonne maîtrise de la somme des vecteurs. La somme de vecteurs peut de manière graphique

être présentée figure 12.

Relation essentielle : $\|\vec{F}_1 + \vec{F}_2\| \leq \|\vec{F}_1\| + \|\vec{F}_2\|$

Le cas de l'égalité n'est obtenu que si les deux vecteurs sont colinéaires et de même sens.

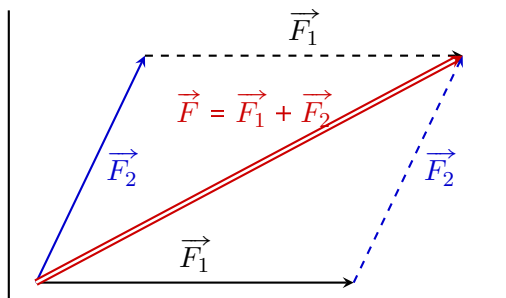


Fig. 1 – Somme de deux vecteurs

Décomposition dans une base

Il est souvent utile de travailler sur la somme des vecteurs dans une base. En physique on travaille toujours sur une base orthonormée directe. La figure 13 montre la décomposition du vecteur $\vec{F}$ dans la base cartésienne à deux dimensions $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$.

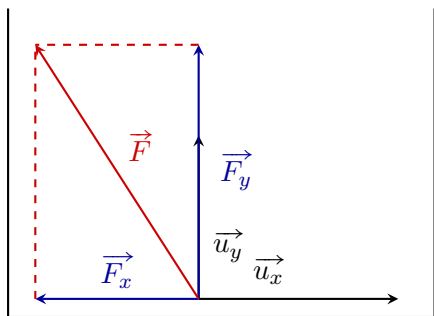


Fig. 2 – Décomposition d'un vecteur dans une base

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

où $\vec{F}_x$ est un vecteur colinéaire à $\vec{u}_x$ et $\vec{F}_y$ est un vecteur colinéaire à $\vec{u}_y$.

On pose alors :

$$\begin{cases} \vec{F}_x = f_x \vec{u}_x & f_x \in \mathbb{R} \\ \vec{F}_y = f_y \vec{u}_y & f_y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

f_x et f_y sont des réels et s'appellent les coordonnées (ou composantes) du vecteur $\vec{F}$ dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$.

On peut alors donner la relation entre la norme du vecteur $\vec{F}$ et ses coordonnées :

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

Notons que si on travaille dans un espace à trois dimensions, de base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, on a $\vec{F} = f_x \vec{u}_x + f_y \vec{u}_y + f_z \vec{u}_z$, et $\|\vec{F}\| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}$.

IV. Projection rapide d'un vecteur

La décomposition dans une base est un outil précieux, qu'il faut manipuler les "yeux fermés". Un cas courant est de déterminer les coordonnées en fonction de la norme du vecteur et des cosinus et sinus de l'angle formé entre le vecteur et un des vecteurs de base. Il faut absolument retenir le schéma suivant.

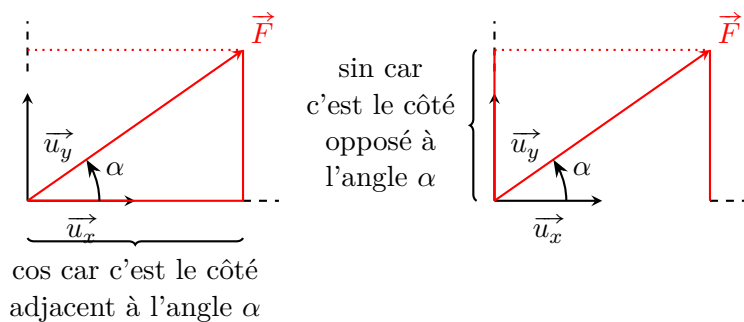
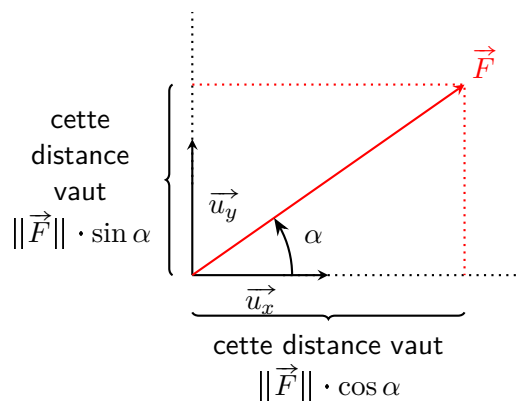


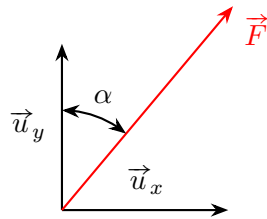
Fig. 3 – Coordonnées en fonction d'un angle

Exercice 6 : Coordonnées de vecteurs

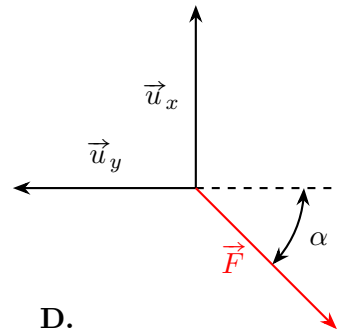


Donner les coordonnées du vecteur $\vec{F}$ dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$ en fonction de $F = \|\vec{F}\|$ et α .

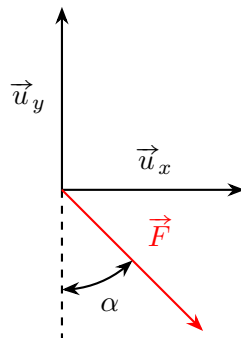
A.



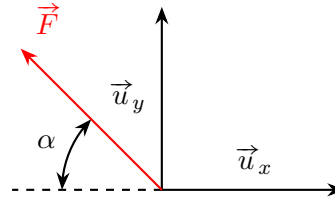
B.



C.



D.



IV - Mécanique

Lois de Newton et méthode

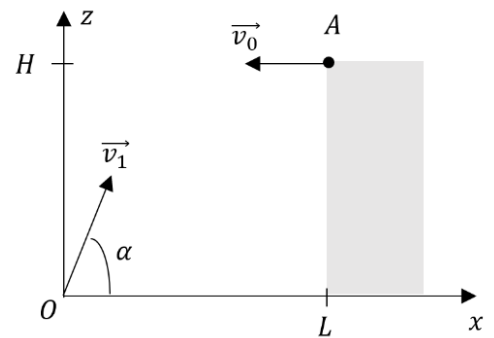
- Principe d'inertie : Dans un référentiel galiléen, si la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un point matériel ou à un solide est nulle alors le point matériel (ou le solide) est animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme.
- 2e loi de Newton : Dans un référentiel galiléen, l'accélération du centre de gravité du système considéré est reliée aux forces extérieures subies par le système : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$ où $\vec{p}$ est la quantité de mouvement du système.
- Méthode d'étude du mouvement d'un solide :
 - ★ choisir le référentiel d'étude ;
 - ★ choisir le système ;
 - ★ faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le solide ;
 - ★ déterminer la loi à utiliser (principe d'inertie ou 2e loi de Newton) ;
 - ★ écrire la relation vectorielle issue de la loi utilisée ;
 - ★ projeter la relation vectorielle sur des axes orthogonaux judicieusement choisis.
- Contact solide -solide suivant une surface :

Dans le cas d'un contact solide -solide sans frottement la force exercée par le support sur le solide est orthogonale à la surface de contact et dirigée vers l'extérieur du support.

Exercice 7 : Ballon



Considérons deux amis qui jouent au ballon. Olivier est situé au sol (au point O), à une distance $L = 15 \text{ m}$ du pied d'un immeuble en haut duquel se trouve Alice (au point A, à la hauteur $H = 10 \text{ m}$). On prendra $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



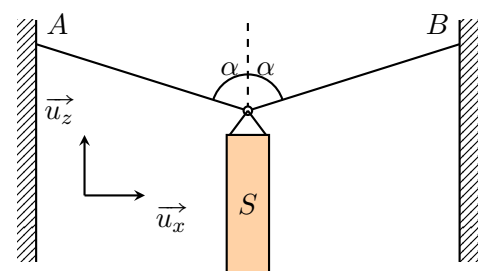
- Alice lâche le ballon sans vitesse initiale.
 - Déterminer l'équation horaire du mouvement.
 - Déterminer la date t_s à laquelle le ballon touche le sol.
 - Déterminer la vitesse à laquelle le ballon touche le sol.
- Alice souhaite désormais donner le ballon à Olivier. Pour cela, elle le lance avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$.
 - Déterminer les équations horaires du mouvement.
 - A l'aide d'une des équations, trouver la date t_s d'impact avec le sol au point O. Commenter.
 - En déduire la vitesse $\vec{v}_0$ adaptée à l'intention d'Alice.
- Olivier souhaite redonner le ballon à Alice. Il le lance avec une vitesse $\vec{v}_1$ inclinée d'un angle α avec l'horizontale.
 - Déterminer les équations horaires du mouvement.
 - On suppose qu'Alice reçoit le ballon en $t = t_A$. Déduire de la question précédente deux équations faisant intervenir t_A et les autres paramètres du problème.
 - Obtenir une expression de v_1 en fonction de g, α, L et H . A quelle condition mathématique le lancer est-il possible ? Interpréter géométriquement cette condition.
 - Calculer v_1 pour $\alpha = 40^\circ, \alpha = 55^\circ, \alpha = 70^\circ$ et $\alpha = 85^\circ$.
- Olivier se demande désormais (en l'absence d'Alice et de l'immeuble) à quelle distance il peut lancer le ballon. On suppose que sa force de lancer est telle que $v_1 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. L'angle α est supposé quelconque.
 - Reprendre les équations horaires obtenues en 3.a) et en déduire l'équation $z = f(x)$ de la trajectoire du ballon.
 - En déduire que la distance x_f à laquelle le ballon retombe au sol s'écrit $x_f = \frac{v_1^2 \sin(2\alpha)}{g}$.
 - Déterminer l'angle α permettant de maximiser la portée du tir.
 - A quelle hauteur maximale h monte le ballon au cours du mouvement ?

Exercice 8 : Solide suspendu



Un objet S de masse $m = 55,0 \text{ kg}$ est suspendu par deux câbles fixés sur un anneau. Les câbles sont fixés en deux points A et B situés sur la même horizontale. L'angle que fait la verticale de l'anneau avec chacun des deux câbles a pour mesure $\alpha = 70,0^\circ$. On prendra $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- Quelles sont les forces exercées sur le système {objet S + anneau} ?
- Quelle relation existe-t-il entre ces vecteurs forces ?
- Déterminer les valeurs des tensions des câbles.

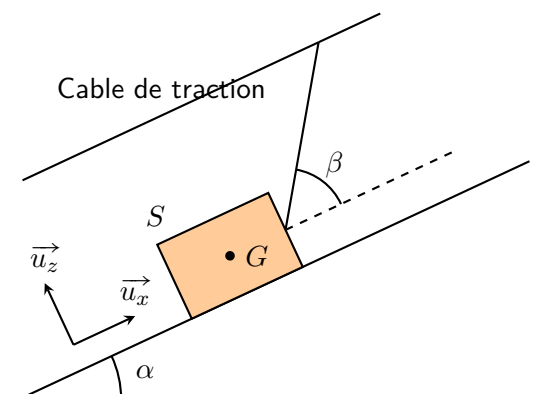


Exercice 9 : Mouvement sur un plan incliné



Un solide de masse $m = 5,00 \text{ kg}$ glisse sans frottement sur un plan incliné d'angle $\alpha = 15,0^\circ$ par rapport à l'horizontale. Il est entraîné à vitesse constante par un câble faisant un angle $\beta = 20,0^\circ$ avec la ligne de plus grande pente du plan incliné. On prendra $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- Déterminer la tension du fil de traction.
- Déterminer la réaction du plan incliné.



V - Signaux

Signal périodique

L'expression générale d'un signal sinusoïdal est : $s(t) = s_M \cos(\omega t + \varphi)$

Avec :

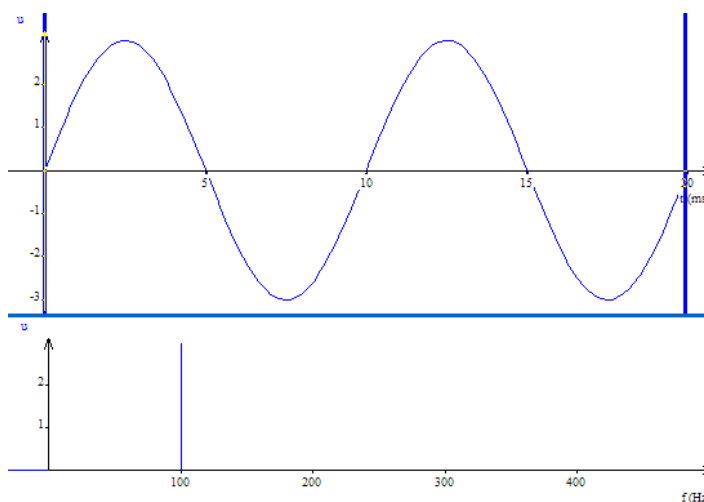
- ω la pulsation du signal ;
- $T = \frac{2\pi}{\omega}$ sa période. La période T d'un phénomène périodique est la plus courte durée au bout de laquelle il se reproduit identique à lui-même ;
- $f = \frac{1}{T}$ sa fréquence. Il s'agit du nombre de période par seconde (en Hertz (Hz) ou s^{-1}) ;
- s_M son amplitude. On peut définir $s_{pp} = 2s_M$ son amplitude crête-à-crête ;
- φ la phase à l'origine des temps.

Exercice 10 : Lecture graphique

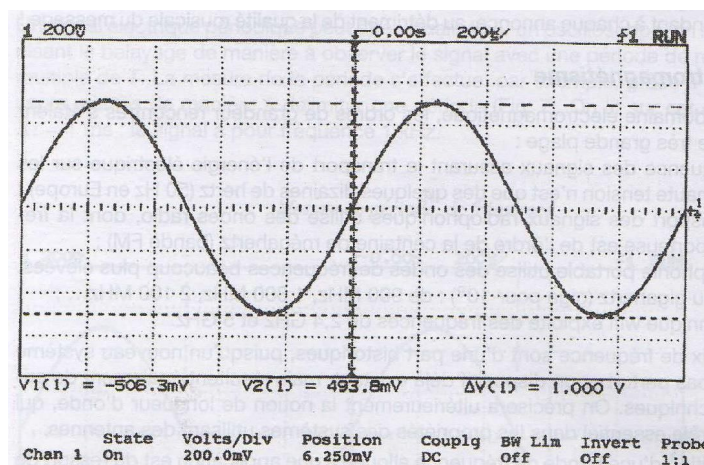


L'axe vertical est gradué en Volt.

1. Déterminer la période, la fréquence et l'amplitude de ce signal.
2. Que représente le second graphe ?



3. Déterminer la période, la fréquence, la pulsation, l'amplitude, la phase à l'origine du signal précédent. On s'aidera des indications qui entourent l'écran.
4. Représenter le spectre de ce signal.

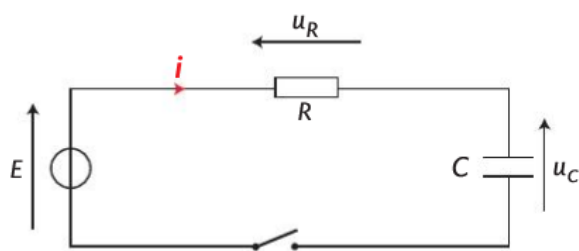


VI - Électricité

Exercice 11 : Circuit RC



Un condensateur préalablement déchargé est placé en série avec un résistor. A $t = 0$, l'interrupteur est fermé.



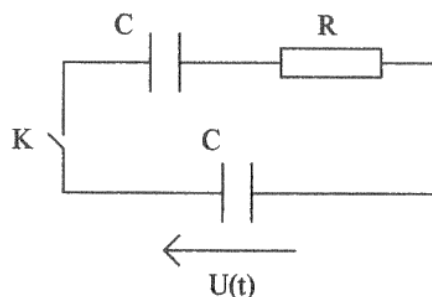
1. Utiliser la loi des mailles pour établir une relation entre les tensions u_R , u_C et E .
2. Déterminer une relation entre u_C et l'intensité i .
3. En utilisant les résultats des 2 questions précédentes et la loi d'Ohm, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_R .
4. Résoudre l'équation différentielle.
5. On mesure un temps de charge à 99 % du condensateur égal à $\Delta t = 0,5 \text{ ms}$. Sachant que $R = 1,0 \text{ k}\Omega$, en déduire la valeur de la capacité du condensateur.

Exercice 12 : Circuit à deux condensateurs



À $t = 0$ on abaisse K. Le condensateur du bas est chargé initialement avec une tension u_0 , et que celui du haut est initialement déchargé.

1. Déterminer l'expression de l'intensité traversant le circuit.
2. En déduire l'expression de $U(t)$.



- FIN -

