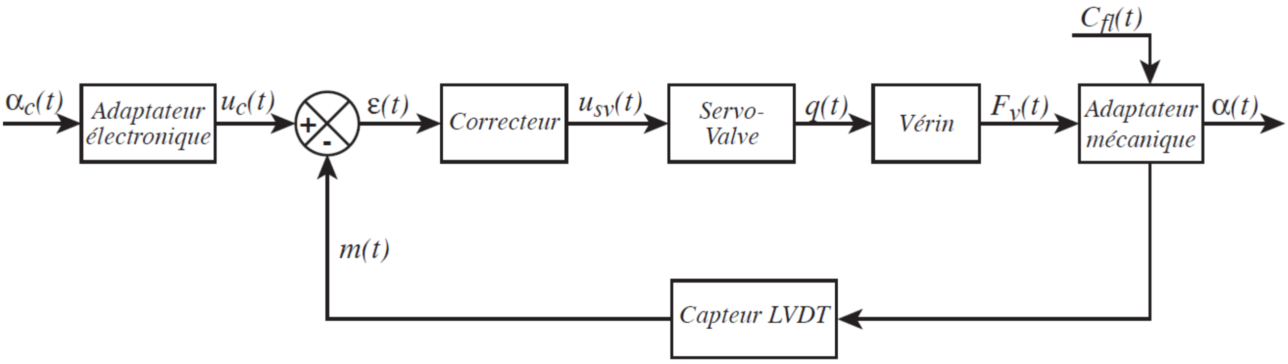
CORRIGÉ - DS3 : Moteur Open Rotor

R1.



R2.

$$Q(p) = SV(p) + \frac{V_0}{B}pP_r(p) \qquad \text{et} \qquad F_V(p) = SP_r(p)$$

R3. $\boxed{H_1(p) = \frac{B}{V_0 p}}$, $\boxed{H_2(p) = S = H_4(p)}$.

R4.

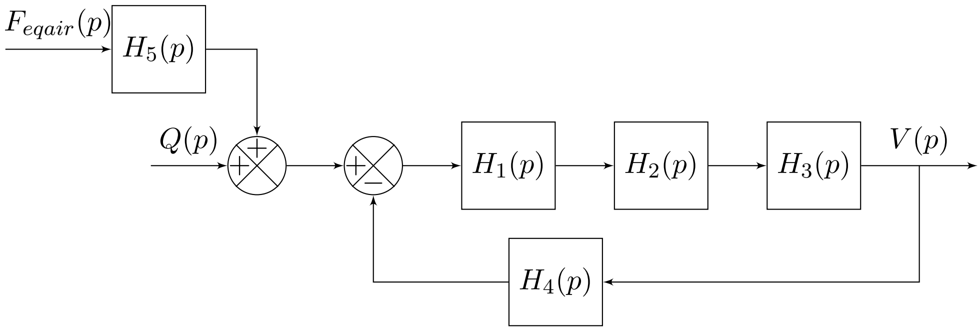
$$M_{eq}pV(p) + \frac{K_{eq}}{p}V(p) = F_V(p) + F_{eqair}(p)$$

soit donc $\boxed{H_3(p) = \frac{p}{M_{eq}p^2 + K_{eq}}}$

R5.

$$G_1(p) = \frac{H_1H_2H_3}{1 + H_1H_2H_3H_4}$$

R6.



avec $H_5(p) = \frac{1}{H_1(p)H_2(p)}$ soit $\boxed{H_5(p) = \frac{V_0 p}{SB}}$.

R7. On a directement $G_2(p) = H_5(p)G_1(p)$ et donc $\boxed{G_2(p) = \frac{H_3}{1 + H_1H_2H_3H_4}}$.

R8. En remplaçant les $H_i(p)$, $G_1(p) = \frac{BS}{V_0K_{eq} + BS^2 + V_0M_{eq}p^2}$ soit $\boxed{G_1(p) = \frac{\frac{BS}{V_0K_{eq}+BS^2}}{1 + \frac{V_0M_{eq}}{V_0K_{eq}+BS^2}p^2}}$

Et $G_2(p) = \dfrac{V_0 p}{BS} G_1(p)$ soit $\boxed{G_2(p) = \dfrac{\dfrac{pV_0}{V_0K_{eq}+BS^2}}{1+\dfrac{V_0M_{eq}}{V_0K_{eq}+BS^2}p^2}}$.

Soit donc $\boxed{K_V = \dfrac{BS}{V_0K_{eq}+BS^2},\ K_{air} = \dfrac{V_0}{V_0K_{eq}+BS^2} \text{ et } \omega_V^2 = \dfrac{V_0K_{eq}+BS^2}{V_0M_{eq}}}$.

R9. $D_{1\%} \approx \dfrac{0.072-0.05}{0.05}$ soit $\boxed{D_{1\%} = 44\%}$.
L'abaque du 1er dépassement donne $\boxed{\xi \approx 0,22}$.
L'abaque du temps de réponse réduite donne $\boxed{t_{5\%}\omega_V \approx 11}$.
La courbe donne $\boxed{t_{5\%} \approx 0{,}45\,\mathrm{s}}$.
Ainsi, $\boxed{\omega_V \approx 25\,\mathrm{rad/s}}$

R10. L'écart a un sens si lorsque $\alpha_c(p) = \alpha(p)$ alors $\varepsilon(p) = 0$.
Or $\varepsilon(p) = U_c(p) - M(p) = K_E\alpha_c(p) - K_{cap}\lambda(p) = K_E\alpha_c(p) - \dfrac{K_{cap}}{K_{am}}\alpha(p)$

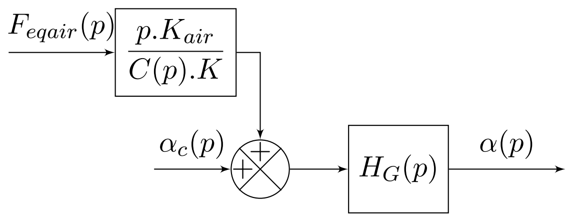
Dans le cas où $\alpha_c(p) = \alpha(p)$, on obtient $K_E - \dfrac{K_{cap}}{K_{am}} = 0$, c'est-à-dire $\boxed{K_E = \dfrac{K_{cap}}{K_{am}}}$.

R11. La fonction de transfert $I(p)$ permet de passer de la vitesse de la tige du vérin à se position, il s'agit donc d'un **intégrateur**, soit $\boxed{I(p) = \dfrac{1}{p}}$.

R12. $\boxed{H_{BO}(p) = \dfrac{C(p)KK_2}{p\left(1+\dfrac{2\xi_2}{\omega_2}p+\dfrac{p^2}{\omega_2^2}\right)}}$.

R13. Le retour est unitaire : $H_G(p) = \dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}$. Avec le résultat de la question précédente, on obtient
$H_G(p) = \dfrac{C(p)KK_2}{C(p)KK_2 + p\left(1+\dfrac{2\xi_2}{\omega_2}p+\dfrac{p^2}{\omega_2^2}\right)}$.

R14. En rejetant la perturbation au niveau de l'entrée, on obtient le schéma-bloc suivant.



D'où $H_{pert}(p) = \dfrac{p.K_{air}}{C(p).K} H_G(p)$.

R15. D'après le **théorème de la valeur finale** :
$\mu_s = \lim\limits_{t\to\infty} \alpha_c(t) - \alpha(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\left(\alpha_c(p) - \alpha(p)\right) = \lim\limits_{p\to 0} p\alpha_c(p)\left(1 - H_G(p)\right)$.

Avec $H_G(p) = \dfrac{CKK_2}{CKK_2 + p\left(1+\dfrac{2\xi_2}{\omega_2}p+\dfrac{p^2}{\omega_2^2}\right)}$ et $\boxed{\alpha_c(p) = \dfrac{\alpha_0}{p}}$ pour une **consigne en échelon**.

Ainsi, $\mu_s = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{\alpha_0}{p}\left(1 - \dfrac{CKK_2}{CKK_2 + p\left(1+\dfrac{2\xi_2}{\omega_2}p+\dfrac{p^2}{\omega_2^2}\right)}\right) = 0$. **L'erreur statique est nulle, le critère de précision du cahier des charges est validé**.

R16. D'après le **TVF** :

$\mu_{pert} = \lim\limits_{t\to\infty} \alpha_c(t) - \alpha(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\left(\alpha_c(p) - \alpha(p)\right) = \lim\limits_{p\to 0} p\alpha_c(p)\left(1 - H_G(p)\right) + pF_{eqair}(p)\dfrac{p.K_{air}}{C(p).K}H_G(p).$

Or $\lim\limits_{p\to 0} p\alpha_c(p)\left(1 - H_G(p)\right) = 0$ (voir question précédente) et $\boxed{F_{eqair}(p) = \dfrac{a}{p^2}}$ pour une **perturbation en rampe**. Ainsi :

$$\mu_{pert} = \lim_{p\to 0} p\frac{a}{p^2}\frac{p.K_{air}}{C.K}H_G(p) = \frac{a.K_{air}}{C.K}H_G(p).$$ Puisque $\lim\limits_{p\to 0} H_G(p) = 1$, on obtient $\boxed{\mu_{pert} = \dfrac{a.K_{air}}{C.K}}$.

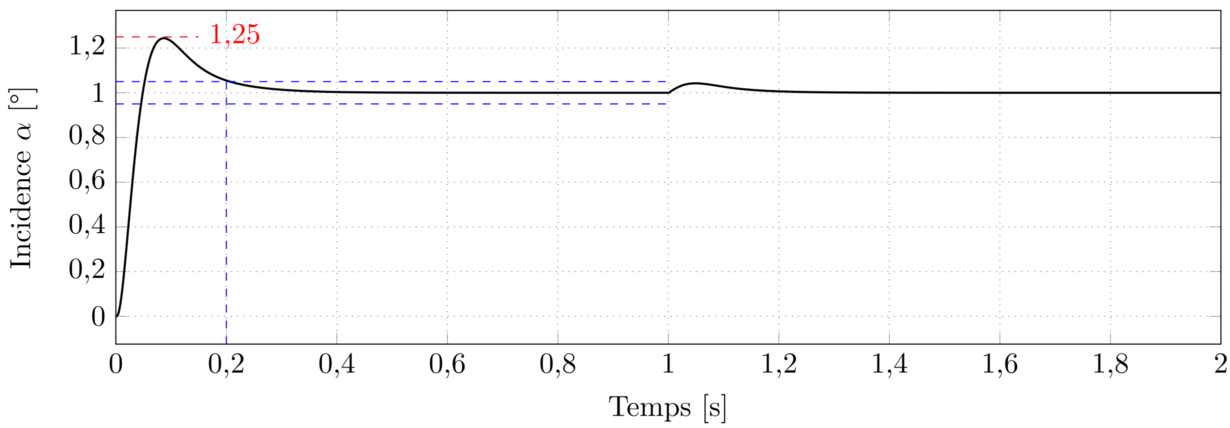
L'erreur due à la perturbation n'est pas nulle, le cahier des charges n'est pas validé.

R17. $\lim\limits_{p\to 0} H_G(p) = \dfrac{\dfrac{K_iKK_2}{p}}{\dfrac{K_iKK_2}{p} + p\left(1 + \dfrac{2\xi_2}{\omega_2}p + \dfrac{p^2}{\omega_2^2}\right)} = \dfrac{K_iKK_2}{K_iKK_2 + p^2\left(1 + \dfrac{2\xi_2}{\omega_2}p + \dfrac{p^2}{\omega_2^2}\right)} = 1.$

On en déduit que $\mu_s = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{\alpha_0}{p}\left(1 - H_G(p)\right) = 0$. Le système est toujours précis en consigne.

R18. $\mu_{pert} = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{a}{p^2}\dfrac{p.K_{air}}{\dfrac{K_i}{p}.K}H_G(p) = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{a.K_{air}}{\dfrac{K_i}{p}.K} = 0$ **La perturbation en rampe est annulée, le cahier des charges est validé.**

R19.



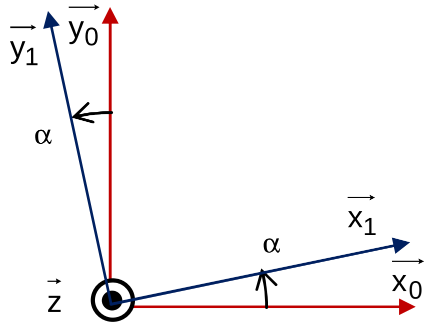
Le système est stable (consigne bornée, sortie bornée).
La perturbation est annulée (la valeur après perturbation **tend** vers la même valeur qu'avant perturbation).
Le système est précis (valeur finale = valeur de consigne).

$D_{1\%} = \dfrac{1.25 - 1}{1} \approx 25\%.$

$T_{5\%} \approx 0{,}2\,\mathrm{s}.$

Le cahier des charges est validé sauf pour le critère de rapidité (celui du dépassement n'étant pas précisé, on ne peut pas conclure).

Corrigé Exercice 1 : VERIN.



Question 1 : *Réaliser une figure plane illustrant le paramètre d'orientation.*
Question 2 : *En déduire sous la figure, le vecteur rotation.*

$$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}.\vec{z}$$

Question 3 : *Que dire des bases 1 et 2 ? En déduire* $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$.

$B_1 = B_2$ car le mouvement de 2/1 est une translation : donc $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \vec{0}$.
Attention R1 ≠ R2 car l'origine se déplace.

Question 4 : *Déterminer* $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$. *(Vérifier l'homogénéité du résultat).*

$$B \in 2 \Rightarrow \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_2} = \vec{0}$$ (A origine du repère R_2, repère lié au solide 2)

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_0} = \left[\frac{d(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})}{dt}\right]_{R_0} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_0} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{(R_1/R_0)}} \wedge \overrightarrow{OA} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_2} + \overrightarrow{\Omega_{(R_2/R_0)}} \wedge \overrightarrow{AB}$$

avec $\overrightarrow{OA} = \lambda.\overrightarrow{x_1}$ (λ dépend du temps) et $\overrightarrow{AB} = b.\overrightarrow{x_2} = b.\overrightarrow{x_1}$ (b constant)

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \dot{\lambda}.\overrightarrow{x_1} + \dot{\alpha}.\vec{z} \wedge \lambda.\overrightarrow{x_1} + \vec{0} + \dot{\alpha}.\vec{z} \wedge (b.\overrightarrow{x_1}) = \dot{\lambda}.\overrightarrow{x_1} + \dot{\alpha}.(a+\lambda).\overrightarrow{y_1}$$

Question 5 : *Déterminer* $\overrightarrow{V_{B\in 2/1}}$. *(Vérifier l'homogénéité du résultat).*

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/1)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_1} = \left[\frac{d(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})}{dt}\right]_{R_1} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_1} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_1}$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/1)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_1} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_2} + \overrightarrow{\Omega_{(R_2/R_1)}} \wedge \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \dot{\lambda}.\overrightarrow{x_1} + \dot{\alpha}.\vec{z} \wedge \vec{0} + \vec{0} + \dot{\alpha}.\vec{z} \wedge (\vec{0}) = \dot{\lambda}.\overrightarrow{x_1}$$

Question 6 : *Déterminer* $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$. *(Vérifier l'homogénéité du résultat).*

$$B \in 1 \Rightarrow \left[\frac{d\overrightarrow{0B}}{dt}\right]_{R_1} = \vec{0}$$ (O origine du repère R_1, repère lié au solide 1)

$$\overrightarrow{V_{(B\in 1/0)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_0} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{(R_1/R_0)}} \wedge \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 1/0)}} = \vec{0} + \dot{\alpha}.\vec{z} \wedge (\lambda+b).\overrightarrow{x_1} = \dot{\alpha}.(\lambda+b).\overrightarrow{y_1}$$

NB : On peut remarquer que $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 2/1}} + \overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$
(Propriété de composition des vecteurs vitesse que l'on démontrera dans le cours suivant)

Question 7 : *Déterminer les trajectoires* $T_{B\in 2/1}$, $T_{B\in 1/0}$ *et* $T_{B\in 2/0}$.

NB : Pour déterminer une trajectoire, il faut s'intéresser à la nature du mouvement en présence… (voir cours sur les trajectoires).

Le mouvement de 2/1 est une translation rectiligne de direction $\overrightarrow{x_1}$.

Les trajectoires des points de 2 dans R_1 sont des segments de droite de direction $\overrightarrow{x_1}$.

Par conséquent, la trajectoire $T_{B\in 2/1}$ est un segment de droite porté par $(B,\overrightarrow{x_1})$.

Le mouvement de 1/0 est une rotation d'axe $(O,\vec{z})$.

Les trajectoires des points de 1 dans R_0 sont des arcs de cercle d'axe $(O,\vec{z})$.

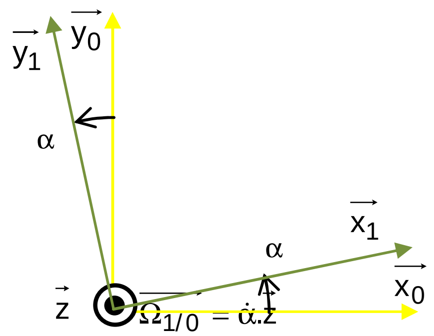
Par conséquent, la trajectoire du point $T_{B\in 1/0}$ est un arc de cercle d'axe $(O,\vec{z})$, de centre O et de rayon [OB].

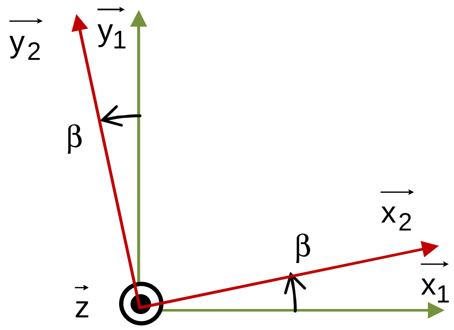
Le mouvement de 2/0 est une combinaison d'une rotation d'axe $(O,\vec{z})$ et d'une translation rectiligne de direction $\overrightarrow{x_1}$.

Les trajectoires des points de 2 dans R_0 sont quelconques dans le plan $(\vec{x},\vec{y})$.

Corrigé Exercice 2 : BRAS DE ROBOT.

Question 1 : *Réaliser des figures planes illustrant les 2 paramètres d'orientation.*
Question 2 : *En déduire sous chaque figure, le vecteur rotation traduisant la figure.*





$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\beta}.\vec{z}$

Question 3 : *Déterminer* $\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}}$. *(Vérifier l'homogénéité du résultat).*

$$B \in 2 \Rightarrow \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_2} = \vec{0}$$ (A origine du repère R_2, repère lié au solide 2)

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_0} = \left[\frac{d(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})}{dt}\right]_{R_0} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_0} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{(R_1/R_0)}} \wedge \overrightarrow{OA} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_2} + \overrightarrow{\Omega_{(R_2/R_0)}} \wedge \overrightarrow{AB}$$ avec $\overrightarrow{OA} = a.\overrightarrow{x_1}$ (a et b constants)

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \vec{0} + \dot{\alpha}.\vec{z} \wedge a.\overrightarrow{x_1} + \vec{0} + (\dot{\alpha}.\vec{z} + \dot{\beta}.\vec{z}) \wedge b.\overrightarrow{x_2}$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \dot{\alpha}.a.\overrightarrow{y_1} + (\dot{\alpha}+\dot{\beta}).b.\overrightarrow{y_2}$$

Question 4 : *Déterminer* $\overrightarrow{V_{B\in 2/1}}$. *(Vérifier l'homogénéité du résultat).*

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/1)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_1} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_1} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_1}$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/1)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_1} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{(R_2/R_1)}} \wedge \overrightarrow{AB}$$ avec $\overrightarrow{OA} = a.\overrightarrow{x_1}$ (a et b constants)

$$\overrightarrow{V_{(B\in 2/0)}} = \vec{0} + \vec{0} + (\dot{\beta}.\vec{z}) \wedge b.\overrightarrow{x_2} = b.\dot{\beta}.\overrightarrow{y_2}$$

Question 5 : *Déterminer* $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$. *(Vérifier l'homogénéité du résultat).*

$$B \in 1 \Rightarrow \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_1} = \vec{0}$$ (O origine du repère R_1, repère lié au solide 1)

$$\overrightarrow{V_{(B\in 1/0)}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_0} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{(R_1/R_0)}} \wedge \overrightarrow{OB} = \vec{0} + \dot{\alpha}.\vec{z} \wedge (a.\overrightarrow{x_1} + b.\overrightarrow{x_2})$$

$$\overrightarrow{V_{(B\in 1/0)}} = \dot{\alpha}.a.\overrightarrow{y_1} + \dot{\alpha}.b.\overrightarrow{y_2}$$

NB : On peut remarquer que $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 2/1}} + \overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$

Corrigé Exercice 3 : MANEGE.

Question 1 : *Déterminer les trajectoires* $T_{D\in 3/2}$, $T_{A\in 1/0}$, $T_{D\in 2/1}$ *et* $T_{B\in 1/0}$.

Le mouvement de 3/2 est une rotation d'axe $(C, \overrightarrow{z_2})$.

Les trajectoires des points de 3 dans R2 sont des arcs de cercle d'axe $(C, \overrightarrow{z_2})$.

Par conséquent, la trajectoire $T_{D\in 3/2}$ est un arc de cercle d'axe $(C, \overrightarrow{z_2})$, de centre C et de rayon [CD].

Le mouvement de 1/0 est une combinaison d'une rotation d'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ et d'une translation rectiligne de direction $\overrightarrow{z_0}$.
Le point A étant sur l'axe de rotation, il ne subit que la translation.
Par conséquent, la trajectoire $T_{A\in 1/0}$ est un segment de droite porté par $(A, \overrightarrow{z_0})$.

Le mouvement de 2/1 est une rotation d'axe $(B, \overrightarrow{x_1})$.

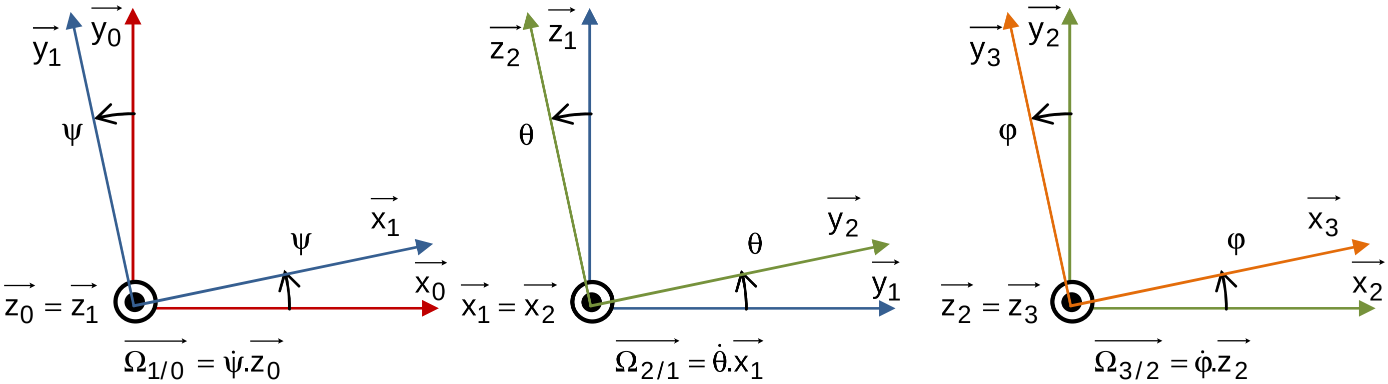
Les trajectoires des points de 2 dans R1 sont des arcs de cercle d'axe $(B, \overrightarrow{x_1})$.

Par conséquent, la trajectoire $T_{D\in 2/1}$ est un arc de cercle d'axe $(B, \overrightarrow{x_1})$, de centre H le projeté orthogonal de D sur la droite $(B, \overrightarrow{x_1})$ et de rayon [HD].

Le mouvement de 1/0 est une combinaison d'une rotation d'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ et d'une translation rectiligne de direction $\overrightarrow{z_0}$.
Les trajectoires des points de 1 dans R0 sont des hélices.

Question 2 : *Déterminer* $\overrightarrow{V_{D\in 3/2}}$, $\overrightarrow{V_{D\in 2/1}}$, $\overrightarrow{V_{D\in 3/0}}$, *et* $\overrightarrow{V_{D\in 1/0}}$. *(Vérifier l'homogénéité des résultats).*

Avant tout calcul, TOUJOURS REALISER des figures planes définissant les paramètres d'orientation.



$\overrightarrow{V_{(D\in 3/2)}} = \overrightarrow{V_{(C\in 3/2)}} + \overrightarrow{\Omega_{(3/2)}} \wedge \overrightarrow{CD} = \vec{0} + \dot{\varphi}.\overrightarrow{z_2} \wedge c.\overrightarrow{x_3} = c.\dot{\varphi}.\overrightarrow{y_3}$

$\overrightarrow{V_{(D\in 2/1)}} = \overrightarrow{V_{(B\in 2/1)}} + \overrightarrow{\Omega_{(2/1)}} \wedge \overrightarrow{BD} = \vec{0} + \dot{\theta}.\overrightarrow{x_1} \wedge (-b.\overrightarrow{z_2} + c.\overrightarrow{x_3}) = b.\dot{\theta}.\overrightarrow{y_2} + c.\dot{\theta}.\sin(\varphi).\overrightarrow{z_2}$

$\overrightarrow{V_{(D\in 1/0)}} = \overrightarrow{V_{(A\in 1/0)}} + \overrightarrow{\Omega_{(1/0)}} \wedge \overrightarrow{AD} = \dot{\lambda}.\overrightarrow{z_0} + \dot{\psi}.\overrightarrow{z_0} \wedge (a.\overrightarrow{y_1} - b.\overrightarrow{z_2} + c.\overrightarrow{x_3})$
$\overrightarrow{V_{(D\in 1/0)}} = \dot{\lambda}.\overrightarrow{z_0} - \dot{\psi}.a.\overrightarrow{x_1} - \dot{\psi}.b.\sin(\theta).\overrightarrow{x_2} + \dot{\psi}.\overrightarrow{z_0} \wedge c.(\cos(\varphi).\overrightarrow{x_2} + \sin(\varphi).\overrightarrow{y_2})$
$\overrightarrow{V_{(D\in 1/0)}} = \dot{\lambda}.\overrightarrow{z_0} - \dot{\psi}.a.\overrightarrow{x_1} - \dot{\psi}.b.\sin(\theta).\overrightarrow{x_2} + \dot{\psi}.c.\cos(\varphi).\overrightarrow{y_2} - \dot{\psi}.c.\sin(\varphi)\cos(\theta).\overrightarrow{x_2}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_{(D\in 3/0)}} &= \overrightarrow{V_{(D\in 3/2)}} + \overrightarrow{V_{(D\in 2/1)}} + \overrightarrow{V_{(D\in 1/0)}} \\ &= c.\dot{\varphi}.\overrightarrow{y_3} + b.\dot{\theta}.\overrightarrow{y_2} + c.\dot{\theta}.\sin(\varphi).\overrightarrow{z_2} + \dot{\lambda}.\overrightarrow{z_0} - \dot{\psi}.a.\overrightarrow{x_1} - \dot{\psi}.b.\sin(\theta).\overrightarrow{x_2} + \dot{\psi}.c.\cos(\varphi).\overrightarrow{y_2} \\ &\quad - \dot{\psi}.c.\sin(\varphi)\cos(\theta).\overrightarrow{x_2}\end{aligned}$$