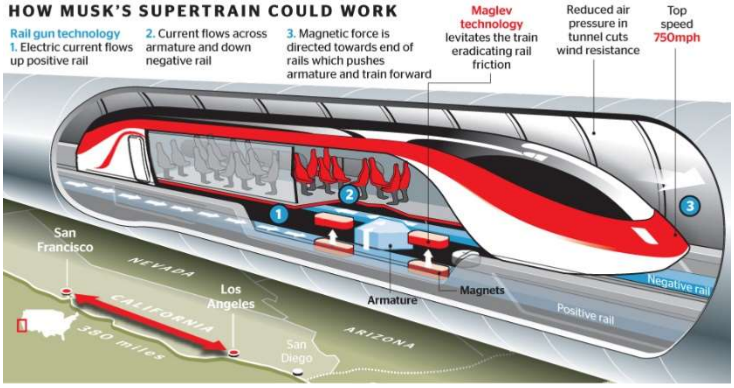
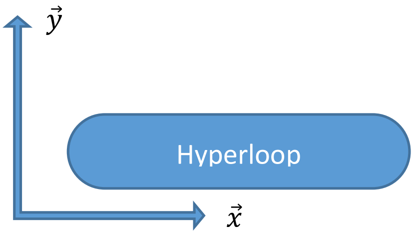
DS 2 Sciences de l'ingénieur PCSI Durée 4 H

Exercice 1 Train électromagnétique « Hyperloop »



Les exercices 1 à 4 seront à rédiger sur une copie double et les exercices suivants sur le Document réponse prévu à cet effet.



1 Présentation

Un train électromagnétique prototype utilise le champ créé par une bobine pour se propulser (on parle de moteur à induction linéaire). On étudie sa vitesse de translation sur $\vec{x}$ notée $v(t)$, il pèse une masse m. Le champ magnétique génère sur le train une force proportionnelle au courant i qui la traverse : $\overrightarrow{F_{mag}} = Bi(t)\vec{x}$. Une force de frottement train $\vec{F_v} = -f_a v(t)^2 \vec{x}$ s'oppose à son avancement. Le champ de gravité est noté $-g\vec{y}$ et le système de sustentation génère une force verticale $F_s\vec{y}$ pour maintenir une distance stable par rapport au sol.

1.1 Attentes du client

On présente ici un extrait du cahier des charges :

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Le système doit atteindre sa vitesse de croisière rapidement.	$t_{5\%}$	30 s	Maximum
Le système doit se déplacer à vive allure.	vitesse en régime permanent	500 km/h	Minimum

2 Modélisation du train magnétique comme un SLCI

Question 1 : Isoler le train, effectuer le bilan de forces, appliquer le principe fondamental de la dynamique et par une projection adaptée donner l'équation du mouvement permettant d'obtenir v(t).

Pour la suite on utilisera l'équation :

$$Bi(t) - fv(t) = m\frac{dv(t)}{dt} \qquad (1)$$

Question 2 : On étudie la mise en mouvement, la vitesse initiale est ainsi nulle. Passer l'équation (1) dans le domaine de Laplace et donner la fonction de transfert $H_t(p) = \frac{V(p)}{I(p)}$.

Question 3 : On utilisera la forme $H_t(p) = \frac{K}{1+\tau p}$. Identifier K et τ en fonction des données du problème.

Question 4 : On teste la réponse du train à un échelon de courant d'amplitude A. Exprimer cette entrée en temporel ,i(t) , puis en Laplace $I(p)$.

Question 5 : Sans passer dans le domaine temporel exprimer la valeur de la vitesse en régime permanent. On donne B = 5T, f = 6000 Nms^{-1} et A = 170 kA.

Question 6 : Effectuer une décomposition en éléments simples et calculer l'expression temporelle de la vitesse $v(t)$ pour cette entrée échelon.

Question 7 : Tracer sur votre copie l'allure de la réponse temporelle.

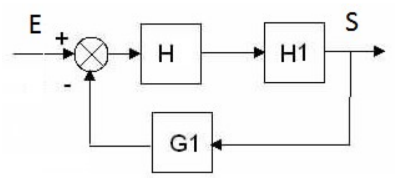
Question 8 : On donne la masse du train : m=40000 kg. Les critères du cahier des charges sont ils validés.

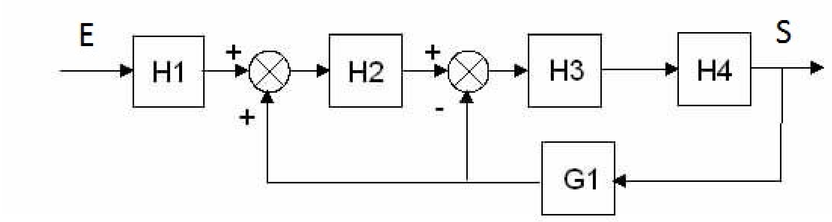
Question 9: <u>bonus :</u> Calculer l'expression temporelle de la vitesse v pour une entrée rampe d'amplitude B (ampère/s).

On donne la transformation de Laplace suivante : $L(e^{-at}) = \frac{1}{1+a}$

Exercice 2 : Schéma Blocs

Donnez les fonctions de transferts des schémas suivants :

1. 

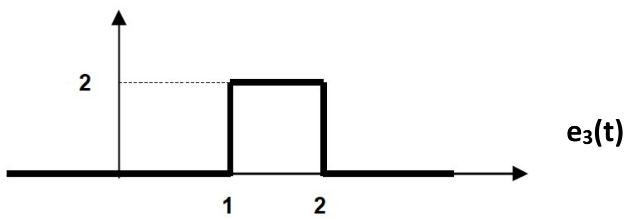
2. 

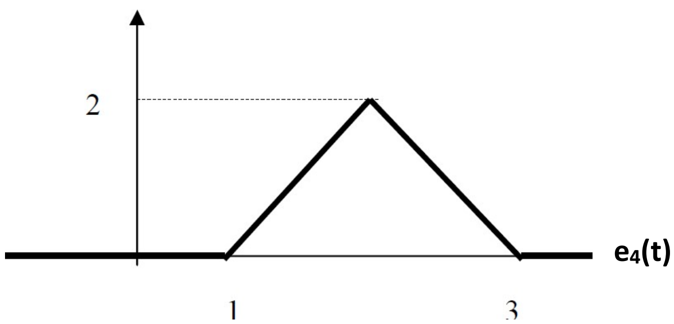
Exercice 3 : Tracer sur votre copie les fonctions suivantes et donner leur Transformées de Laplace :

1) $e_1(t) = 4.u(t) - 3.u(t-2)$ 2) $e_2(t) = 2.u(t) - t.u(t) + (t-3).u(t-3)$

Exercice 4 :

Donner les expressions dans le domaine temporel $e_3(t)$, $e_4(t)$ et dans le domaine de Laplace $E_3(p)$ et $E_4(p)$ des fonctions suivantes :





Exercice 5 - Caméra Speedcam

1 Présentation du système

L'étude porte sur la caméra de poursuite *Speedcam* utilisée aux championnats du monde d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course. La caméra est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Ce rail est le plus petit au monde permettant d'atteindre des vitesses supérieures à $15\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

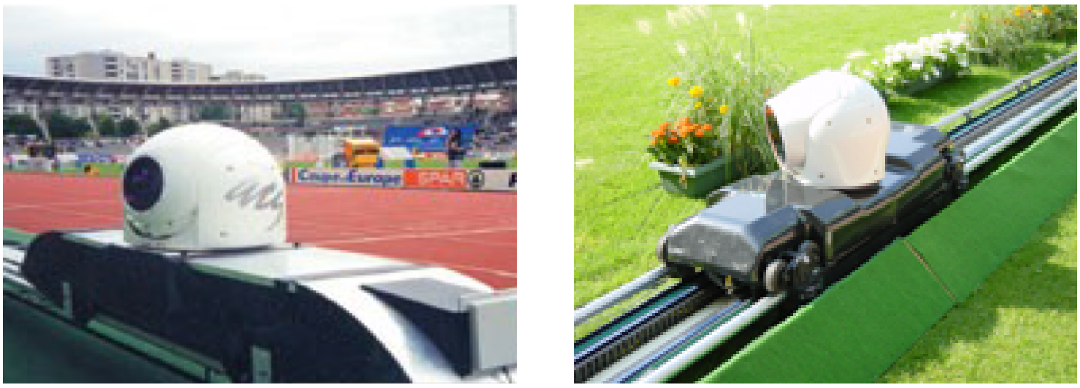


FIGURE 1 – Caméra de poursuite sur son rail

Question 1 Exprimer la vitesse maximale $15\,\mathrm{m.s^{-1}}$ en km/h

Le *Speedcam* permet au réalisateur de filmer le coureur en mouvement.

Question 2 Proposer un diagramme de cas d'utilisation du système *Speedcam*.

Deux fonctions relatives au cas d'utilisation nous intéressent dans ce TD : « suivre l'athlète » et « filmer l'athlète ».

On s'intéresse à la réalisation de la fonction « suivre l'athlète » et plus particulièrement à la fonction technique « déplacer la caméra » qui est réalisée à l'aide d'un asservissement sur la vitesse de translation de la caméra. Le diagramme de définition de blocs FIGURE 2 liste l'ensemble des constituants intervenant dans l'asservissement de vitesse.

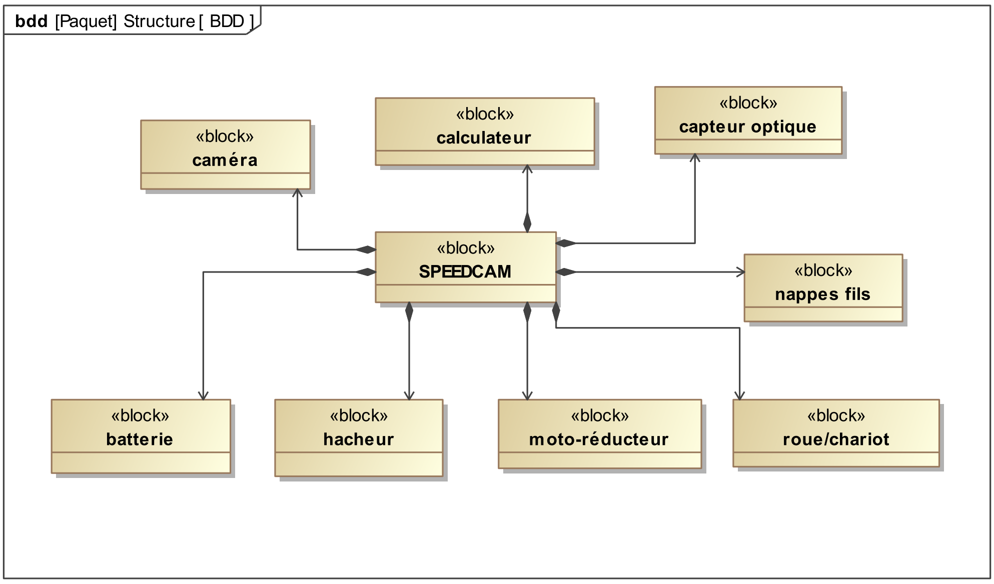


FIGURE 2 – Diagramme BDD du système *Speedcam*

Un capteur optique permet de mesurer la position linéaire du chariot supportant la caméra. Cette information est transmise à un calculateur qui détermine la consigne nécessaire pour suivre le coureur en fonction de la position de celui-ci renvoyée par la caméra. Celle-ci est transmise sous forme de tension de commande à l'asservissement du chariot. Le chariot est mis en mouvement par un motoréducteur (moteur + réducteur) alimenté par une batterie suivie d'un hacheur (ou variateur de tension). Des paramètres de réglage de l'asservissement du chariot peuvent être modifiés.

Question 3 À partir de la description du système et du diagramme de définition de blocs, compléter les chaînes d'énergie et d'informations du système de caméra de poursuite *Speedcam* sur la figure 3 page 4.

Le cahier des charges liés à la satisfaction de cette exigence « Déplacer la caméra » est le suivant :

Critères	Niveaux
Erreur statique sur la vitesse atteinte	$\mu_s = 0$
Rapidité de la caméra	$tr_{5\%} < 0,4$ s
Stabilité de la caméra	Absolue

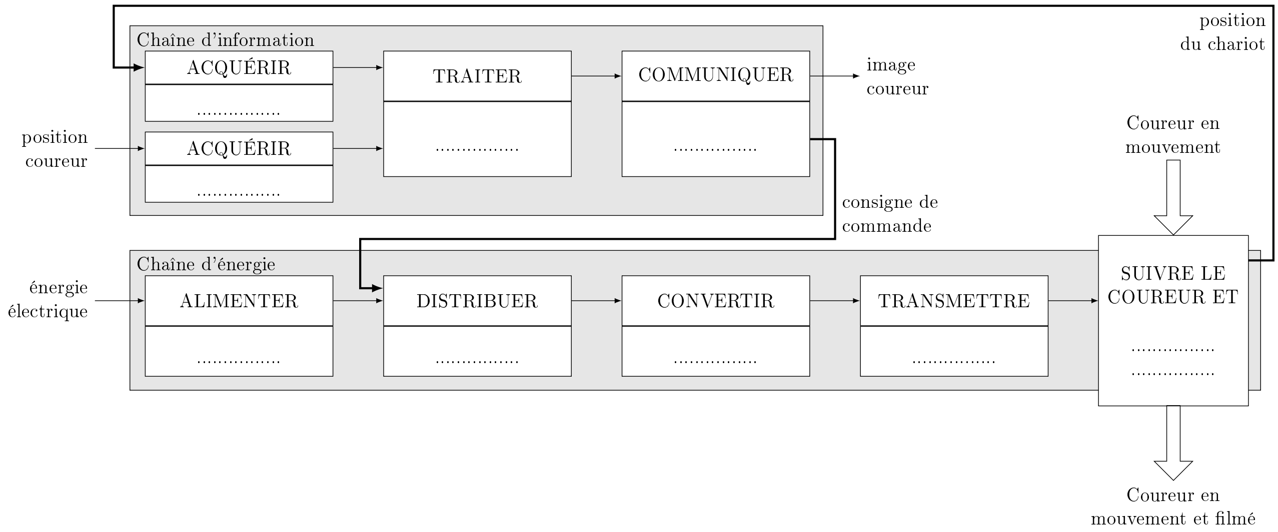


FIGURE 3 – Diagramme des chaînes fonctionnelles du système *Speedcam*

2 Modélisation de l'asservissement

Pour réaliser cet asservissement, la « vitesse linéaire de consigne » $v_c(t)$ est convertie en « tension de consigne » $u_c(t)$ à l'aide d'un convertisseur. Cette tension de consigne est comparée à la « tension mesurée » $u_e(t)$, image de la « vitesse » réelle $v(t)$ obtenue par un capteur, pour former un écart noté $\varepsilon(t)$. Cet écart est ensuite adapté par un correcteur et amplifié par un amplificateur pour délivrer la « tension moteur » $u_m(t)$. Finalement, cette tension moteur permet de faire varier la « vitesse de rotation du moteur » $\Omega_m(t)$ et donc du chariot qui se déplacera à la « vitesse » $v(t)$.

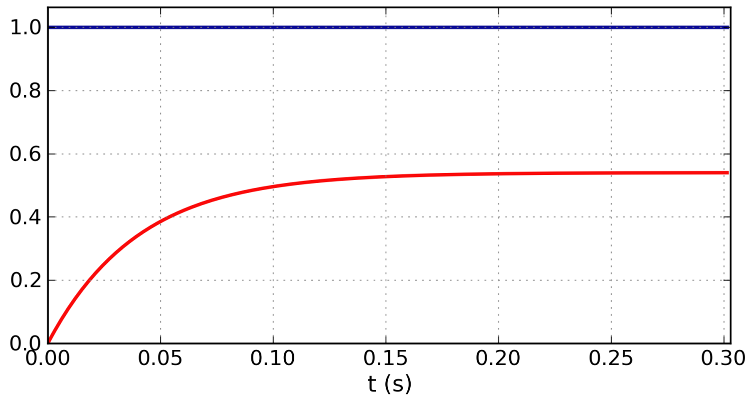
Question 4 Justifier à la lecture de la description du système qu'il s'agit bien d'un asservissement. Mettre en place la structure de cet asservissement (tous les éléments nécessaire sont dans la courte description ci-dessus).

3 Vérification des performances

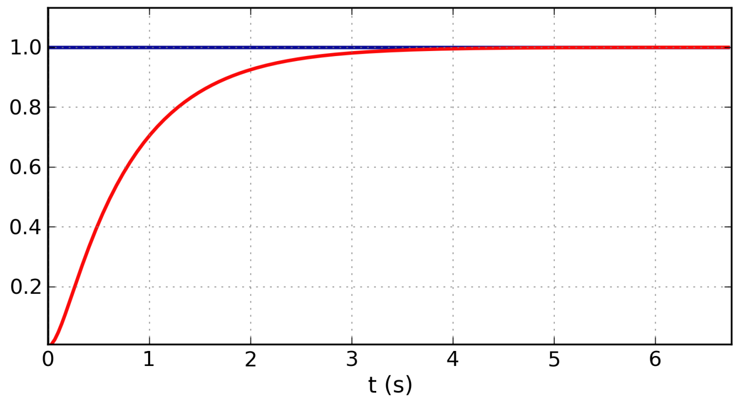
Un des objectifs des ingénieurs-concepteurs est de déterminer le correcteur qui permette de respecter le cahier des charges. Pour cela, on réalise des simulations du modèle du système en le soumettant à un échelon de vitesse de 1 $m.s^{-1}$ pour différents types de correcteur et réglages de la correction.

Question 5 Pour chaque réponse indicielle ci-dessous, caractériser la vérification de la fonction « déplacer la caméra ». (Le critère de stabilité de la caméra est toujours vérifié). Vous ferez apparaitre les tracés permettant la mesure des critères sur les réponses indicielles

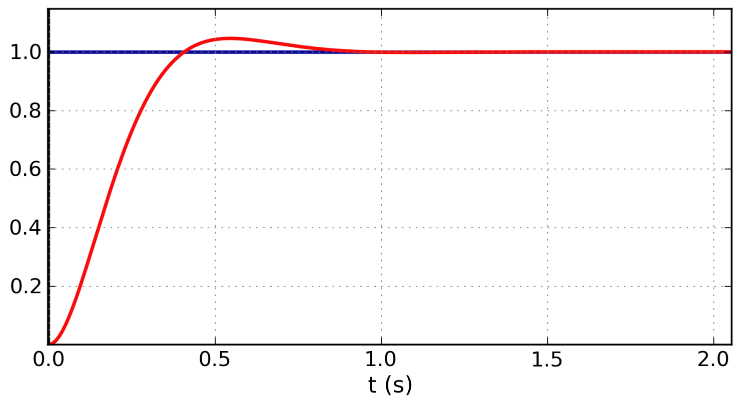
Correction proportionnelle



Correction intégrale



Correction intégrale modifiée

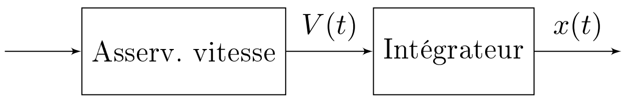


Question 6 Faire un choix de correcteur à implanter sur le système de caméra *Speedcam* afin de respecter le cahier des charges de la fonction « Déplacer la caméra ».

En réalité, et pour satisfaire la fonction « filmer l'athlète », on utilise un **asservissement de position** en plus de **l'asservissement de vitesse** (l'asservissement de vitesse est alors une boucle à l'intérieur de la boucle de l'asservissement de position).

Question 7 Justifier simplement que l'asservissement de vitesse ne permet pas nécessairement de vérifier la fonction « suivre l'athlète ».

Question 8 Compléter le schéma fonctionnel ci-dessous de l'asservissement de position (on notera $V(t)$ la vitesse, $x_c(t)$ la consigne de position et $x(t)$ la position réelle). L'asservissement de vitesse élaboré à la question 4 est représenté par le bloc **Asser. vitesse**. Quel est le composant qui permet de réaliser la mesure de la position linéaire réelle $x(t)$?



Partie 2 - Calculs de limites

Soit $Y(p) = \dfrac{1+3.p}{p.(2.p+3)}$ la transformée de Laplace de $y(t)$: $y(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} Y(p)$

Question 9 En utilisant le théorème de la valeur finale calculer $y(+\infty) = \lim\limits_{t \to +\infty} y(t)$

Question 10 En utilisant le théorème de la valeur initiale calculer $y(0^+) = \lim\limits_{t \to 0^+} y(t)$

Question 11 En utilisant le théorème de la valeur initiale calculer $y'(0^+) = \lim\limits_{t \to 0^+} y'(t)$

Partie 3 - Décomposition en éléments simples

Soit la fraction rationnelle suivante $\dfrac{1}{(p+3).(p^2+p+9)} = \dfrac{A}{p+3} + \dfrac{B.p+C}{p^2+p+9}$

Question 12 Déterminer les valeurs des constantes A, B et C.

CC BY NC SA

Partie 4 - Résolution d'une équation différentielle

Transformées usuelles de fonctions

$K.he(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \dfrac{K}{p}$	
$a.t.he(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \dfrac{a}{p^2}$	$t^n.he(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \dfrac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-a.t}.he(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \dfrac{1}{p+a}$	$t.e^{-a.t}.he(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \dfrac{1}{(p+a)^2}$
$K.e^{-a.t}.\sin(\omega.t).he(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} K.\dfrac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$	$K.e^{-a.t}.\cos(\omega.t).he(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} K.\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$

Soit l'équation différentielle suivante : $\left\{\begin{array}{rcl} 2.\dfrac{d^2s(t)}{dt^2}+3.\dfrac{ds(t)}{dt}+s(t) & = & he(t) \\ s(0^+) & = & 0 \\ s'(0^+) & = & 0 \end{array}\right.$

Question 13 En utilisant la transformée de Laplace, résoudre l'équation différentielle. Vous n'oublierez pas de factoriser sur $\mathbb{R}$ le dénominateur des fractions rationnelles que vous souhaitez décomposer en éléments simples.

BY NC SA

Partie 5 - Transformée inverse de Laplace

Soit $G(p)=\dfrac{\frac{1}{6}}{p}-\dfrac{\frac{1}{3}.p+\frac{1}{6}}{2.p^2+p+6}$ la transformée de Laplace de $g(t)$: $g(t)\xrightarrow{\mathcal{L}}G(p)$

Question 14 En utilisant le tableau des transformées usuelles de fonctions déterminer $g(t)$.

Méthode proposée :

1. traiter la transformée inverse de $\dfrac{\frac{1}{6}}{p}$;
2. Mettre $2.p^2+p+6$ sous la forme $K.\left((p+a)^2+\omega^2\right)$;
3. Mettre $\dfrac{\frac{1}{3}.p+\frac{1}{6}}{2.p^2+p+6}$ sous la bonne forme pour utiliser les transformées de Laplace de $K.e^{-a.t}.\cos\left(\omega.t\right).he(t)$ et $K.e^{-a.t}.\sin\left(\omega.t\right).he(t)$.

Question 15 Mettre $g(t)$ sous la forme $g(t) = \gamma.\left\{1-\alpha.e^{-a.t}.\sin\left(\omega.t+\beta\right)\right\}.he(t)$, préciser les expressions de a, ω, γ, α et β. Vous pourrez développer l'expression proposée puis travailler par identification.