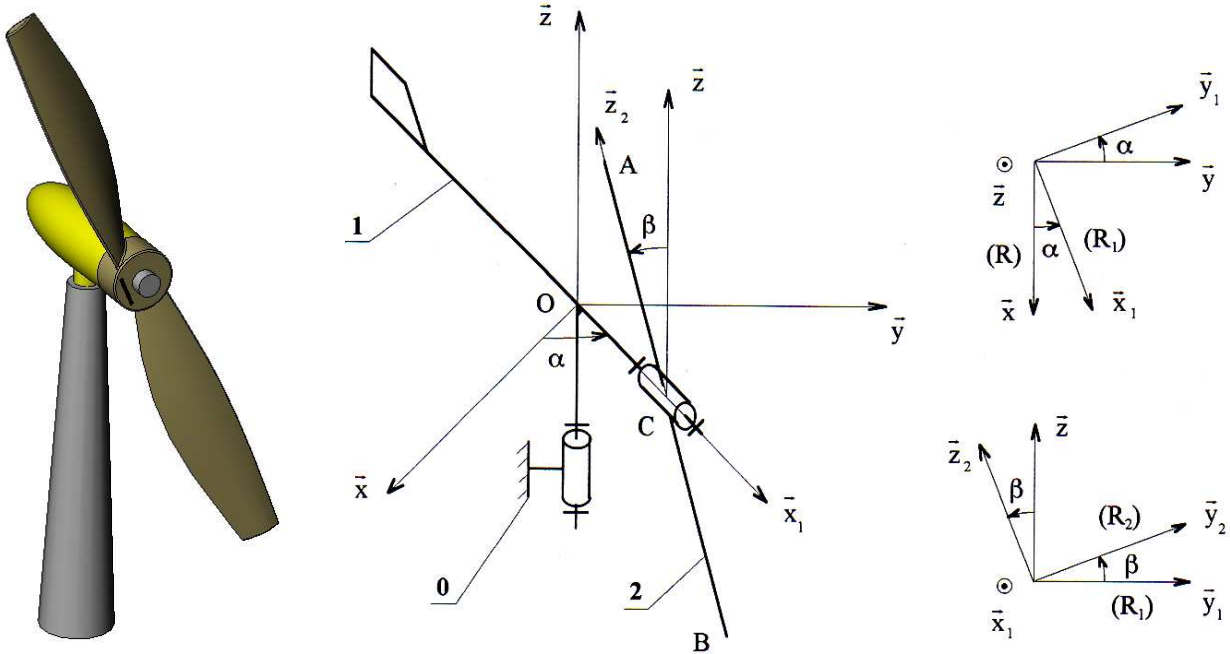


TD Cinématique

EXERCICE 1: Dérivation vectorielle



Soit $R(O; \vec{X}; \vec{Y}; \vec{Z})$ un repère lié au support **0** d'une éolienne. La girouette **1** décrit un mouvement de rotation d'axe $(O, \vec{Z})$ par rapport au support **0**. Soit $R_1(O; \vec{X}_1; \vec{Y}_1; \vec{Z}_1)$ un repère lié à la girouette **1**, on pose: $\alpha = (\vec{X}; \vec{X}_1)$

L'hélice **2** décrit un mouvement de rotation d'axe $(C, \vec{X}_1)$ avec la girouette **1**, tel que: $\vec{OC} = a\vec{X}_1$, (a constante positive).

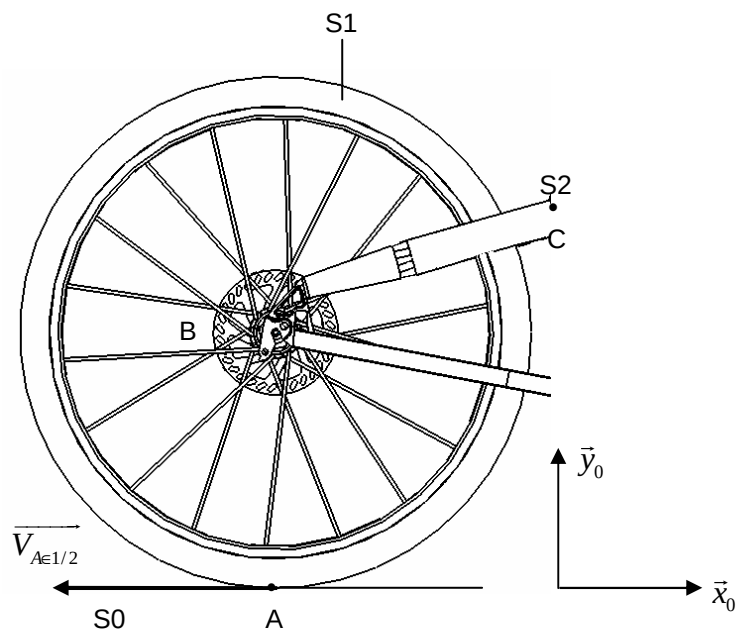
Soit $R_2(C; \vec{X}_2; \vec{Y}_2; \vec{Z}_2)$ un repère lié à l'hélice **2**, de telle façon que l'axe $(C, \vec{Z}_2)$ soit confondu avec l'axe AB de la pale de l'hélice. On pose : $\vec{CA} = b\vec{Z}_2$ (b est une constante positive) et $\beta = (\vec{Z}; \vec{Z}_2)$

1. Calculer le vecteur vitesse $\vec{V}_{(A \in 2/R)}$,
2. Calculer le vecteur accélération $\vec{\Gamma}_{(A \in 2/R)}$

Exercice 2 :

Voici un système composé d'un vélo (cadre+ pilote (S2), roues (S1), sol (S0)). Le compteur de vitesse indique (11km/h en ligne droite sur le plat).

1. Quel est le mouvement de S1/S2 ?
2. Quel est le mouvement de S2/S0 ?
3. Tracer $T_{A \in 1/2}$, $T_{A \in 2/0}$, $T_{A \in 1/0}$
4. Tracer $\vec{V}_{B \in 2/0}$ ($1\text{cm} \Leftrightarrow 1\text{m/s}$) et $\vec{V}_{C \in 2/0}$
5. On donne $\vec{V}_{A \in 1/2}$. Calculer le taux de rotation de 1/2
6. Exprimer et tracer le champ des vecteurs vitesses de 1/2 (on prendra plusieurs points) sur un rayon [BD] au choix.
7. Exprimer les torseurs cinématiques $\{V_{1/2}\}$ et $\{V_{2/0}\}$



Exercice 3 : Centrifugeuse de laboratoire de chimie

On considère une centrifugeuse composée d'un bâti (S_0), d'un bras (S_1) et d'une éprouvette (S_2) qui peut contenir deux liquides de masses volumiques différentes (figure 2). Sous l'effet centrifuge dû à la rotation du bras (S_1), l'éprouvette (S_2) s'incline pour se mettre pratiquement dans l'axe du bras et le liquide dont la masse volumique est la plus élevée va au fond de l'éprouvette. Ainsi la séparation des deux liquides est réalisée.

Soit $R(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié à (S_0) (fixe). Les solide (S_1) admet une rotation par rapport au solide (S_0) d'axe $(O, \vec{x})$.

$R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à (S_1). Posons $\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_1)$ avec $\alpha = \omega t$ et ω étant une constante positive exprimée en radians par seconde. On pose $\vec{OA} = a \vec{y}_1$

Le solide S_2 admet une rotation par rapport à S_1 d'axe $(A, \vec{z}_1)$ telle que : $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ un repère lié à (S_2). On pose

$\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$, β étant une fonction du temps inconnue. Soit B le centre d'inertie de (S_2) tel que : $\vec{AB} = b \vec{x}_2$ (b constante positive exprimée en mètre)

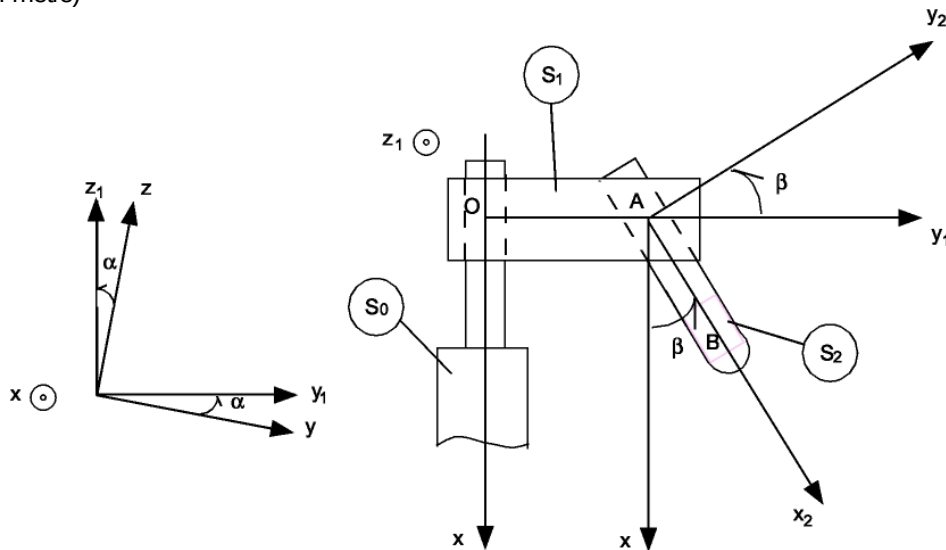


FIG. – La centrifugeuse et le tube à essai centrifugé.

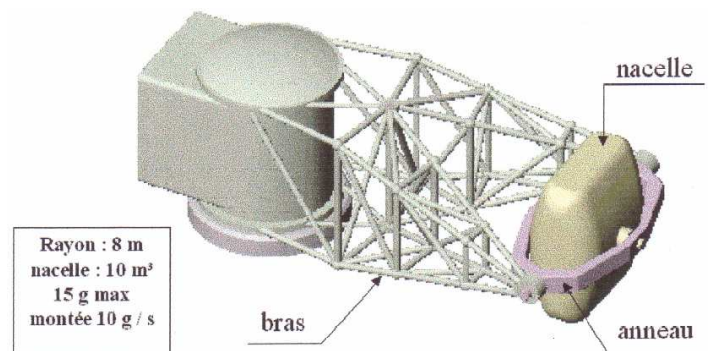
- Q1/ Déterminer le vecteur taux de rotation de S_1 / S_0 , de S_2 / S_1 et de S_2 / S_0 .
 Q2/ Déterminer la vitesse en A du solide S_1 par rapport au solide S_0 par deux méthodes différentes.
 Q3/ Déterminer déduire $\vec{V}_{A, S_2 / S_0}$.
 Q4/ Déterminer la vitesse en B du solide S_2 par rapport au solide S_1 .
 Q5/ Déterminer la vitesse en B du solide S_1 par rapport au solide S_0 .
 Q6/ En déduire la vitesse en B du solide S_2 par rapport au solide S_0 .
 Q7/ Déterminer finalement le vecteur accélération du point B du solide S_2 par rapport à S_0 .

EXERCICE 4: Reprendre Exo 1, Q1 à l'aide d'une autre méthode

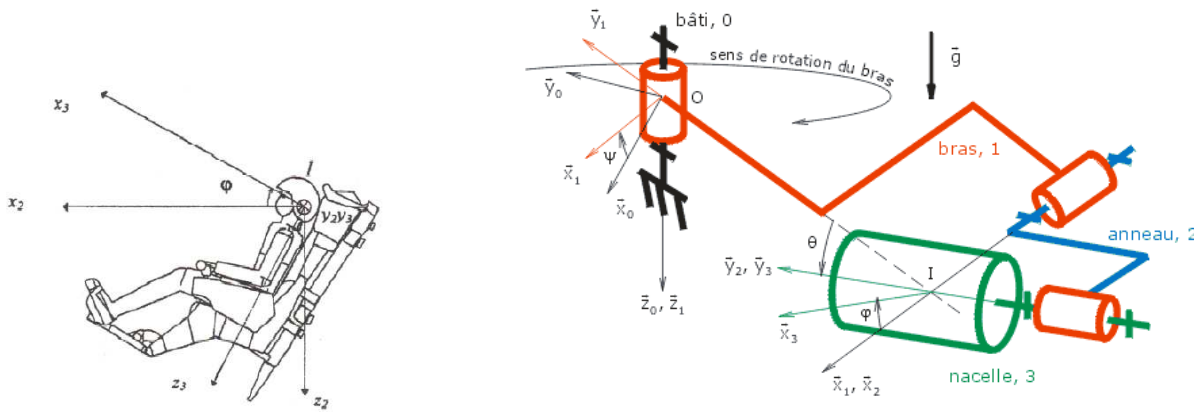
EXERCICE 5: Centrifugeuse humaine

Les performances des avions de combat modernes permettent d'atteindre des niveaux d'accélération très élevés, qui peuvent conduire à la perte de conscience du pilote.

Pour améliorer la résistance humaine aux fortes accélérations, la centrifugeuse constitue un moyen d'essai indispensable pour la recherche médicale afin d'étudier l'effet des fortes accélérations (10 g) sur le corps humain et de développer de nouveaux systèmes (combinaison anti-g, commande vocale, son 3D...) Elles sont utilisées d'autre part pour l'entraînement des pilotes afin d'augmenter par des exercices de contraction musculaire et de respiration leur tolérance aux fortes accélérations.



L'étude cinématique permettra de valider l'utilisation de cette centrifugeuse pour simuler les accélérations effectivement subies par le pilote dans son avion.



1) Tracer les bases planes associées aux angles θ , φ , et ψ , et préciser les vecteurs rotation associés, en déduire $\overline{\Omega(3/0)}$.

2) Calcul de l'accélération du le pilote :

C'est l'accélération ressentie au niveau de la tête du pilote qui est le paramètre important pour l'étude des phénomènes physiologiques. Pour simplifier les lois de commande de la centrifugeuse, on installe le siège pilote dans la nacelle de telle façon que le point I, centre de la tête du pilote se trouve aligné sur les axes de rotation des deux liaisons pivot bras/anneau et anneau/nacelle.

$$\text{Ainsi } \overline{IO} = R\overline{y_1}.$$

2.1) Calculer le vecteur vitesse $\overline{V(I,3/0)}$, vitesse du centre de la tête du pilote par rapport au référentiel fixe.

2.2) Calculer le vecteur accélération $\overline{A(I,3/0)}$.

Soit $\overline{G(I,3/0)} = \overline{g} - \overline{a(I,3/0)}$, le vecteur qui représente l'accélération ressentie par le pilote au cours de l'exercice.

L'accélération de la pesanteur est telle que $\overline{g} = g\overline{z_0}$.

2.3) Projeter le vecteur $\overline{G(I,3/0)}$ dans la base du repère R_3 lié à la nacelle.

Les 3 composantes obtenues représentent :

- l'accélération longitudinale G_x , ressentie par le pilote dans les phases de freinage ou d'accélération de l'avion par exemple.
- l'accélération latérale G_y , qui doit rester la plus faible possible car une accélération latérale de quelques g peut être mortelle.
- l'accélération verticale G_z , pratiquement égale à l'accélération résultante. C'est à partir de cette composante, donnée dans les profils d'accélération d'entraînement des pilotes, que l'on commande la vitesse de rotation du bras.

2.4) Calculer en fonction de R et $\dot{\psi}$ l'inclinaison θ de l'anneau pour que l'accélération latérale reste nulle.