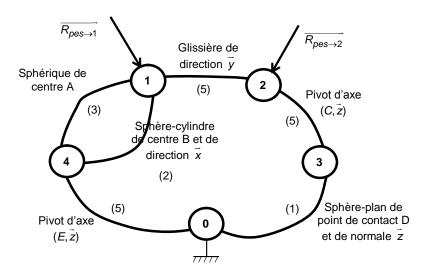
# Corrigé Exercice 1 : PASSERELLE TÉLESCOPIQUE D'AÉROPORT

Question 1 : Réaliser le graphe de structure, puis compléter-le en vue d'une étude de statique.



# Question 2: Par quel(s) isolement(s) peut-on commencer?

## Isolement à ne pas faire :

- Ne jamais prendre le bâti dans un isolement.
- Ne jamais prendre un isolement qui a plus de 6 inconnues de liaison (exemple {2} où on a 10 inconnues) car le PFS nous donne dans l'espace que 6 équations.
- Ne pas prendre un isolement qui n'inclue pas les données du sujet (ici  $\overline{R_{pes \to 1}}$  et  $\overline{R_{pes \to 2}}$ ) dans son calcul... (exemple {3}).

#### On peut donc débuter par :

Isoler {1, 2, 3}

Isoler {1, 2, 3, 4}

Question 3: Parmi ces isolements, lequel donnera moins de calcul?

Isoler  $\{1, 2, 3, 4\}$   $\Rightarrow$  4 AME:  $AM_{0\rightarrow 4}$ ,  $AM_{0\rightarrow 3}$ ,  $AM_{pes\rightarrow 2}$  et  $AM_{pes\rightarrow 2}$ 

Isoler {1, 2, 3}  $\Rightarrow$  5 AME :  $AM_{4\rightarrow1}^{LA}$ ,  $AM_{4\rightarrow1}^{LB}$ ,  $AM_{0\rightarrow3}$ ,  $AM_{pes\rightarrow1}$  et  $AM_{pes\rightarrow2}$ 

Ainsi, pour effectuer moins de calcul, il est préférable d'isoler le système qui comporte le moins d'AME, c'est-à-dire ici {1, 2, 3, 4}.

**Question 4 :** Donner la suite d'isolement à effectuer pour pouvoir déterminer complètement toutes les actions transmissibles dans les liaisons.

## Méthode réfléchie (à réaliser au brouillon) :

Isoler  $\{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow AM_{0\rightarrow 4} \text{ et } AM_{0\rightarrow 3}$ 

Isoler {4}  $\Rightarrow AM_{1\rightarrow 4}^{LA}$  et  $AM_{1\rightarrow 4}^{LB}$ 

Isoler  $\{1,4\}$   $\Rightarrow$   $AM_{2\rightarrow 1}$  (NB: pour déterminer cette action, nous aurions pu aussi isoler  $\{2,3\}$ )

Isoler {3}  $\Rightarrow AM_{2\rightarrow 3}$ 

### Question 5: Résoudre vos différents isolements.

- 1) <u>Isolons {1, 2, 3, 4}.</u>
- 2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {1, 2, 3, 4}.
  - Action mécanique de 0 sur 4

(pivot d'axe  $(E, \vec{z})$ )

- Action mécanique de 0 sur 3 (sphère-plan de point de contact D et de normale  $\vec{z}$ )
- Action mécanique de la pesanteur sur 1
- Action mécanique de la pesanteur sur 2
- 3) Modélisables par

$$\begin{split} \left\{T_{0\to 4}\right\} &= \left\{\begin{matrix} X_{0\to 4} & L_{P,0\to 4} \\ Y_{0\to 4} & M_{P,0\to 4} \\ Z_{0\to 4} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0\to 3} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \\ \left\{T_{pes\to 1}\right\} &= \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_1.g & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{pes\to 2}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_2.g & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \end{split}$$

# 4) Résolution:

On détermine les moments au point E des 3 torseurs à transporter :

$$\overline{M_{E,0\rightarrow3}} = \overline{M_{C,0\rightarrow3}} + \overline{EC} \wedge \overline{R_{0\rightarrow3}}$$

$$\overline{M_{E,pes\rightarrow1}} = \overline{M_{G_1,pes\rightarrow1}} + \overline{EG_1} \wedge \overline{R_{pes\rightarrow1}}$$

$$\overline{M_{E,0\rightarrow3}} = (h.\vec{z} + y_0.\vec{y}) \wedge (Z_{0\rightarrow3}.\vec{z})$$

$$\overline{M_{E,pes\rightarrow1}} = (h.\vec{z} + d.\vec{y}) \wedge (-m_1.g.\vec{z})$$

$$\overline{M_{E,pes\rightarrow1}} = -d.m_1.g.\vec{x}$$

$$\overline{M_{E,pes\to 2}} = \overline{M_{G_2,pes\to 2}} + \overline{EG_2} \wedge \overline{R_{pes\to 2}}$$

$$\overline{M_{E,pes\to 2}} = (\overrightarrow{h.z} + y_0.\overrightarrow{y} + \overrightarrow{e.x}) \wedge (-m_2.g.\overrightarrow{z})$$

$$\overline{M_{E,pes\to 2}} = -y_0.m_2.g.\overrightarrow{x} + \overrightarrow{e.m_2}.g.\overrightarrow{y}$$

Donc

$$\left\{ \begin{matrix} T_{0 \to 3} \\ T_{0 \to 3} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & y_0.Z_{0 \to 3} \\ 0 & 0 \\ Z_{0 \to 3} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 1} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -\text{d.m_1.g} \\ 0 & 0 \\ -\text{m_1.g} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ 0 & \text{e.m_2.g} \\ -\text{m_2.g} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -y_0.m_2.g \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{y}, \vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 2} \\ \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec$$

Puis, on applique le PFS :  $\sum \! \left\{ T_{\overline{S} \to S} \right\} = \left\{ 0 \right\}$ 

$$\begin{cases} X_{0\to 4} = 0 \\ Y_{0\to 4} = 0 \\ Z_{0\to 4} + Z_{0\to 3} - m_1.g - m_2.g = 0 \\ L_{E,0\to 4} + y_0.Z_{0\to 3} - d.m_1.g - y_0.m_2.g = 0 \\ M_{E,0\to 4} + e.m_2.g = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{0\to 4} = Y_{0\to 4} = 0 \\ Z_{0\to 4} + Z_{0\to 3} - m_1.g - m_2.g = 0 \\ L_{E,0\to 4} + y_0.Z_{0\to 3} - d.m_1.g - y_0.m_2.g = 0 \\ M_{E,0\to 4} = -e.m_2.g \end{cases}$$

On remarque que l'on ne peut pas tout résoudre car 1 équation a donné 0=0...

# 1) Isolons {4}.

# Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {4}.

- Action mécanique de 0 sur 4

(pivot d'axe (E, z))

- Action mécanique de 1 sur 4 en A

(sphérique de centre A)

- Action mécanique de 1 sur 4 en B

(sphère-cylindre de centre B et de direction x)

# Modélisables pa

$$\left\{ \begin{matrix} T_{0 \to 4} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & L_{E,0 \to 4} \\ 0 & -e.m_2.g \\ Z_{0 \to 4} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LA} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_{1 \to 4}^{LA} & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LA} & 0 \\ Z_{1 \to 4}^{LA} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \\ Z_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \\ Z_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \\ Z_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},$$

# Résolution :

On détermine les moments au point A des 2 torseurs à transporter :

$$\overline{M_{A,0\rightarrow 4}} = \overline{M_{E,0\rightarrow 4}} + \overline{AE} \wedge \overline{R_{0\rightarrow 4}}$$

$$\overline{M_{A,0\rightarrow 4}} = (L_{E,0\rightarrow 4}.\vec{x} - e.m_2.g.\vec{y}) + (a.\vec{x} - h.\vec{z}) \wedge (Z_{0\rightarrow 4}.\vec{z})$$

$$\overline{M_{A,0\rightarrow 4}} = L_{E,0\rightarrow 4}.\vec{x} - e.m_2.g.\vec{y} - a.Z_{0\rightarrow 4}.\vec{y}$$

$$\overline{M_{A,0\rightarrow 4}} = L_{E,0\rightarrow 4}.\vec{x} - e.m_2.g.\vec{y} - a.Z_{0\rightarrow 4}.\vec{y}$$

$$\overline{M_{A,0\rightarrow 4}} = 2.a.Y_{1\rightarrow 4}^{LB}.\vec{z} - 2.a.Z_{1\rightarrow 4}^{LB}.\vec{y}$$

Donc:

$$\left\{ \begin{matrix} T_{0 \to 4} \\ \end{bmatrix} = \left\{ \begin{matrix} 0 & L_{E,0 \to 4} \\ 0 & -e.m_2.g - a.Z_{0 \to 4} \\ Z_{0 \to 4} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ \begin{matrix} T_{1 \to 4}{}^{LB} \\ \end{bmatrix} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{1 \to 4}^{LB} & -2.a.Z_{1 \to 4}^{LB} \\ Z_{1 \to 4}^{LB} & 2.a.Y_{1 \to 4}^{LB} \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Puis, on applique le PFS :  $\sum \left\{ T_{\overline{S} \to S} \right\} = \left\{ 0 \right\}$ 

$$\begin{cases} X_{1\to 4}^{LA} = 0 \\ Y_{1\to 4}^{LA} + Y_{1\to 4}^{LB} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LA} + Z_{0\to 4} + Z_{1\to 4}^{LB} = 0 \\ L_{E,0\to 4} = 0 \\ -e.m_2.g - 2.a.Z_{1\to 4}^{LB} - a.Z_{0\to 4} = 0 \\ 2.a.Y_{1\to 4}^{LB} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{1\to 4}^{LA} = Y_{1\to 4}^{LB} = Y_{1\to 4}^{LB} = L_{E,0\to 4} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LA} + Z_{0\to 4} + Z_{1\to 4}^{LB} = 0 \\ -e.m_2.g - 2.a.Z_{1\to 4}^{LB} - a.Z_{0\to 4} = 0 \end{cases}$$

On remarque que l'on ne peut pas tout résoudre car il nous manque toujours l'inconnue  $Z_{0\rightarrow 4}$  de l'isolement précédent.

Mais maintenant que l'on connait  $L_{E,0 
ightarrow 4} = 0$ , nous pouvons reprendre notre  $1^{er}$  système d'équations déterminées à la question précédente :

$$\begin{cases} X_{0\to 4} = Y_{0\to 4} = 0 \\ Z_{0\to 4} + Z_{0\to 3} - m_1.g - m_2.g = 0 \\ L_{E,0\to 4} + y_0.Z_{0\to 3} - d.m_1.g - y_0.m_2.g = 0 \\ M_{E,0\to 4} = -e.m_2.g \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{0 \to 4} = Y_{0 \to 4} = 0 \\ Z_{0 \to 4} + Z_{0 \to 3} - m_{1}.g - m_{2}.g = 0 \\ L_{E,0 \to 4} + y_{0}.Z_{0 \to 3} - d.m_{1}.g - y_{0}.m_{2}.g = 0 \\ M_{E,0 \to 4} = -e.m_{2}.g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{0 \to 4} = Y_{0 \to 4} = L_{E,0 \to 4} = 0 \\ Z_{0 \to 4} = -\frac{d.m_{1}.g + y_{0}.m_{2}.g}{y_{0}} + m_{1}.g + m_{2}.g = \frac{(y_{0} - d).m_{1}.g}{y_{0}} \\ Z_{0 \to 3} = \frac{d.m_{1}.g + y_{0}.m_{2}.g}{y_{0}} \\ M_{E,0 \to 4} = -e.m_{2}.g \end{cases}$$

Connaisant  $Z_{0\rightarrow 4}=\frac{(y_0-d).m_1.g}{y_0}$ , nous pouvons reprendre cette fois-ci notre 2<sup>ème</sup> système d'équations :

$$\begin{cases} X_{1\to 4}^{LA} = Y_{1\to 4}^{LA} + Y_{1\to 4}^{LB} = L_{E,0\to 4} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LA} + Z_{0\to 4} + Z_{1\to 4}^{LB} = 0 \\ -e.m_2.g - 2.a.Z_{1\to 4}^{LB} - a.Z_{0\to 4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{1\to 4}^{LA} = Y_{1\to 4}^{LA} + Y_{1\to 4}^{LB} = L_{E,0\to 4} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LA} + \frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} + Z_{1\to 4}^{LB} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LB} = -\frac{e.m_2.g}{2.a} - \frac{(y_0 - d).m_1.g}{2.y_0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_{1\to 4}^{LA} = Y_{1\to 4}^{LA} + Y_{1\to 4}^{LB} = L_{E,0\to 4} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LA} + \frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} + Z_{1\to 4}^{LB} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LB} = -\frac{e.m_2.g}{2.a} - \frac{(y_0 - d).m_1.g}{2.y_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{1\to 4}^{LA} = Y_{1\to 4}^{LA} + Y_{1\to 4}^{LB} = L_{E,0\to 4} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LA} = -\frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} + \frac{e.m_2.g}{2.a} + \frac{(y_0 - d).m_1.g}{2.y_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{1\to 4}^{LA} = Y_{1\to 4}^{LA} + Y_{1\to 4}^{LB} = L_{E,0\to 4} = 0 \\ Z_{1\to 4}^{LA} = \frac{e.m_2.g}{2.a} - \frac{(y_0 - d).m_1.g}{2.y_0} \\ Z_{1\to 4}^{LB} = -\frac{e.m_2.g}{2.a} - \frac{(y_0 - d).m_1.g}{2.y_0} \end{cases}$$

# 1) Isolons {1, 4}.

#### 2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {1, 4}.

Action mécanique de 0 sur 4

(pivot d'axe (E, z))

- Action mécanique de 2 sur 1

(glissière de direction  $\vec{y}$ )

- Action mécanique de la pesanteur sur 1

### Modélisables par :

$$\left\{ \begin{matrix} T_{0 \to 4} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & -\text{e.}m_2.g \\ \frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} & 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} T_{2 \to 1} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_{2 \to 1} & L_{P,2 \to 1} \\ 0 & M_{P,2 \to 1} \\ Z_{2 \to 1} & N_{P,2 \to 1} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 1} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_1.g & 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \vec{x}.\vec{y}.\vec{z} \right\} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 1} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_1.g & 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \vec{x}.\vec{y}.\vec{z} \right\} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 1} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 1} \\ \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 1} \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} T_{\text{pes} \to 1} \\ \end{matrix} \right\} \left$$

#### 4) Résolution:

On détermine les moments au point M des 2 torseurs à transporter :

$$\overline{M_{M,0\rightarrow4}} = \overline{M_{E,0\rightarrow4}} + \overline{ME} \wedge \overline{R_{0\rightarrow4}}$$

$$\overline{M_{M,pes\rightarrow1}} = \overline{M_{G_1,pes\rightarrow1}} + \overline{MG_1} \wedge \overline{R_{pes\rightarrow1}}$$

$$\overline{M_{M,pes\rightarrow1}} = -(I-d).\overrightarrow{y} \wedge (-m_1.g.\overrightarrow{z})$$

$$\overline{M_{M,pes\rightarrow1}} = -(I-d).\overrightarrow{y} \wedge (-m_1.g.\overrightarrow{z})$$

$$\overline{M_{M,pes\rightarrow1}} = -(I-d).\overrightarrow{y} \wedge (-m_1.g.\overrightarrow{z})$$

$$\overline{M_{M,pes\rightarrow1}} = (I-d).m_1.g.\overrightarrow{z}$$

Donc:

$$\left\{ T_{0 \to 4} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -\textit{I}.\frac{(y_0 - \textit{d}).m_1.g}{y_0} \\ 0 & -\textit{e}.m_2.g \\ \frac{(y_0 - \textit{d}).m_1.g}{y_0} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ T_{\textit{pes} \to 1} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & (\textit{I} - \textit{d}).m_1.g \\ 0 & 0 \\ -\textit{m}_1.g & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ T_{\textit{pes} \to 1} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & (\textit{I} - \textit{d}).m_1.g \\ 0 & 0 \\ -\textit{m}_1.g & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ T_{\textit{pes} \to 1} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & (\textit{I} - \textit{d}).m_1.g \\ 0 & 0 \\ -\textit{m}_1.g & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ T_{\textit{pes} \to 1} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{ T_{\textit{p$$

Puis, on applique le PFS :  $\sum \left\{ T_{\overline{S} \to S} \right\} = \left\{ 0 \right\}$ 

$$\begin{cases} X_{2\to 1} = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$Z_{2\to 1} + \frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} - m_1.g = 0$$

$$L_{M,2\to 1} - I.\frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} + (I - d).m_1.g = 0$$

$$M_{M,2\to 1} - e.m_2.g = 0$$

$$N_{M,2\to 1} = 0$$

$$\begin{cases} X_{2\to 1} = 0 \\ 0 = 0 \\ Z_{2\to 1} + \frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} - m_1.g = 0 \\ L_{M,2\to 1} - I.\frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} + (I - d).m_1.g = 0 \\ M_{M,2\to 1} - e.m_2.g = 0 \\ N_{M,2\to 1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{2\to 1} = 0 \\ Z_{2\to 1} = \frac{d.m_1.g}{y_0} \\ L_{M,2\to 1} = -I.\frac{d.m_1.g}{y_0} + d.m_1.g = \frac{d.(y_0 - I).m_1.g}{y_0} \\ M_{M,2\to 1} = e.m_2.g \\ N_{M,2\to 1} = 0 \end{cases}$$

# 1) Isolons {3}.

# 2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {3}.

- Action mécanique de 2 sur 3
- (pivot d'axe  $(C, \vec{z})$ )
- Action mécanique de 0 sur 3 (sphère-plan de point de contact D et de normale  $\tilde{z}$ )

#### Modélisables par :

$$\left\{T_{2\to 3}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{2\to 3} & L_{P,2\to 3} \\ Y_{2\to 3} & M_{P,2\to 3} \\ Z_{2\to 3} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \left\{T_{0\to 3}\right\}_{(\vec{x}$$

## 4) Résolution:

Les 2 torseurs sont déjà écrits au point C.

Donc, on applique le PFS :  $\sum \! \left\{ T_{\overline{S} \to S} \right\} = \left\{ 0 \right\}$ 

$$\begin{cases} X_{2\to 3} = 0 \\ Y_{2\to 3} = 0 \\ Z_{2\to 3} + \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} = 0 \\ L_{C,2\to 3} = 0 \\ M_{C,2\to 3} = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{2\to 3} = 0 \\ Y_{2\to 3} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{2\to 3} = -\frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} \\ L_{C,2\to 3} = 0 \\ M_{C,2\to 3} = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Ainsi, en récapitulant tous les résultats, les actions mécaniques au niveau des liaisons sont modélisables par :

$$\begin{cases} \left\{ T_{1 \to 4}^{LA} \right\} = \begin{cases} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{e.m_2.g}{2.a} - \frac{(y_0 - d).m_1.g}{2.y_0} & 0 \\ 0 & 0 & E \end{cases} \\ \begin{cases} \left\{ T_{0 \to 4} \right\} = \begin{cases} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e.m_2.g \\ \frac{(y_0 - d).m_1.g}{y_0} & 0 \\ 0 & \frac{(x,\vec{y},\vec{z})}{y_0} \end{cases} \\ \begin{cases} \left\{ T_{2 \to 3} \right\} = \begin{cases} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & e.m_2.g \\ \frac{d.m_1.g}{y_0} & 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \left\{ T_{0 \to 3} \right\} = \begin{cases} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ 0 & \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ 0 & \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \left\{ T_{0 \to 3} \right\} = \begin{cases} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ 0 & \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \\ 0 & \frac{d.m_1.g + y_0.m_2.g}{y_0} & 0 \end{cases} \\ \end{cases}$$

# Question 6 : Faire l'application numérique.

$$\begin{cases} \left\{ T_{1 \to 4}^{\ LA} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 18750 & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} & \left\{ T_{0 \to 4} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & -150000 \\ 62500 & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} & \left\{ T_{2 \to 3} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -187500 & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \\ \left\{ T_{1 \to 4}^{\ LB} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -81250 & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} & \left\{ T_{2 \to 1} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 337500 \\ 0 & 150000 \\ 37500 & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} & \left\{ T_{0 \to 3} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 187500 & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$