

Cinématique

Transmission de puissance Correction



Table des matières

1	Engrenage : définition et géométrie	3
1	Généralités sur les engrenages	3
2	Types d'engrenage	4
3	Géométrie de la denture	5
3.1	Diamètre primitif	5
3.2	Module	5
2	Train d'engrenages	6
1	Représentation schématique des éléments des réducteurs	6
2	Calcul du rapport de transmission	7
3	Éléments technologiques des liaisons pivots	8
3.1	Roulements	8
3.2	Palier lisses	9
4	Méthodologie pour schématiser un engrenage à partir d'un dessin d'ensemble	9
5	Exercice d'application : Réducteur SEW	9
3	Autres mécanismes	12
1	Poulies/courroie	12
2	Pignons/chaîne	12
3	Roue/vis-sans-fin	13
4	Pignon/crémaillère	13
5	Vis/écrou	13
	Bibliographie	14

ENGRENAGE : DÉFINITION ET GÉOMÉTRIE

1 GÉNÉRALITÉS SUR LES ENGRENAGES

🔗 Définition

Un **engrenage** est l'association de deux roues dentées complémentaires, chacune en liaison (souvent pivot) par rapport à un support (souvent le bâti, mais pas toujours).

La plus petite roue dentée se nomme **pignon**, la plus grande **roue**. Une roue dentée intérieure se nomme **couronne**. Usuellement, on note Z le nombre de dents d'une roue.



♥ A retenir

La norme ISO 1122-1 définit un certain nombre de rapports pour caractériser un engrenage.

Le **rapport d'engrenage** est le quotient du nombre de dents de la roue Z_2 par celui du pignon Z_1 .

$$u = \frac{Z_2}{Z_1}$$

Le **rapport de transmission** est le quotient de la vitesse angulaire de l'arbre d'entrée par rapport au bâti $\omega_{e/b}$ (roue menante) par celle de l'arbre de sortie par rapport au bâti $\omega_{s/b}$ (roue menée) du système transmetteur de puissance.

Solution:

$$i = \frac{\omega_{e/b}}{\omega_{s/b}} = \frac{N_{e/b}}{N_{s/b}} = \frac{\theta_{e/b}}{\theta_{s/b}} = \pm \frac{Z_s}{Z_e} = \pm \frac{D_s}{D_e}$$

Le rapport de transmission est positif lorsque les vitesses angulaires sont de même sens (contact intérieur, uniquement dans le cas d'une couronne) et négatif lorsqu'elles sont de sens inverse (contact extérieur).

Un **réducteur** est un système d'engrenages où la vitesse de la dernière roue menée est inférieure à la première roue menante. Le **rapport de réduction** est le rapport de transmission d'un réducteur.

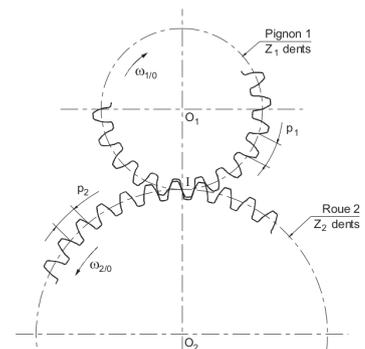
Solution:

$$|r| = |i| = \left| \frac{\omega_{e/b}}{\omega_{s/b}} \right| > 1$$

Un **multiplicateur** est un système d'engrenage où la vitesse de la dernière roue menée est supérieure à la première roue menante. Le **rapport de multiplication** est l'inverse du rapport de transmission.

Solution:

$$|r| = \frac{1}{|i|} = \left| \frac{\omega_{s/b}}{\omega_{e/b}} \right| > 1$$



💬 Remarque

La définition du rapport de transmission et de réduction est souvent mal utilisée dans les sujets. Il convient alors de **toujours** expliciter le rapport de vitesse calculé.

**2 TYPES D'ENGRENAGE**

Nom	Photo	Schéma	Remarque
Pignon et roue cylindrique à denture droite. Axes parallèles			Les deux roues tournent en sens contraire.
Pignon et roue cylindrique à denture hélicoïdale. Axes parallèles			Cette denture permet d'atténuer sensiblement le bruit de fonctionnement et les vibrations, mais elle induit un effort axial.
Pignon crémaillère à denture droite ou hélicoïdale.			Le rayon de la roue est infini. Transformation d'un mouvement de rotation en mouvement de translation
Pignon et roue conique à denture droite. Axes concourants			Les sommets des cônes primitifs doivent coïncider pour éviter le glissement.
Roue et vis sans fin. Denture hélicoïdale, vis à 1 ou plusieurs filets.			Le nombre de filets de la vis remplace le nombre de dents d'une roue. Grand rapport de réduction et irréversibilité possible. Mais rendement médiocre
Pignon et roue cylindrique à denture hélicoïdale. Axes gauches			Ce système peut fonctionner avec un angle différent de 90°, sensiblement identique au système roue et vis sans fin.



🔗 Définition

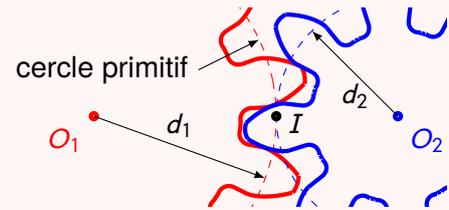
Un **mécanisme réversible** est un mécanisme dont un organe mené peut devenir l'organe menant, et vice versa. La réversibilité d'un mécanisme n'a pas de lien avec le sens de rotation de ses composants.

3 GÉOMÉTRIE DE LA DENTURE

3.1 DIAMÈTRE PRIMITIF

🔗 Définition

Au point d'engrenage entre deux roues dentées (souvent noté I), on peut dire que les deux roues dentées se comportent comme deux cylindres **roulant sans glisser** l'un sur l'autre. On définit alors le diamètre de chacun des *cylindres* comme étant le **diamètre primitif** de la roue dentée correspondante.



3.2 MODULE

Afin d'assurer l'homocinétisme de l'engrenage, il est nécessaire qu'il y ait toujours au moins une dent en prise entre les deux roues dentées. Ceci va influencer sur le pas entre deux dents.

♥ A retenir

La circonférence primitive $\pi \cdot d$ doit impérativement comporter Z dents.

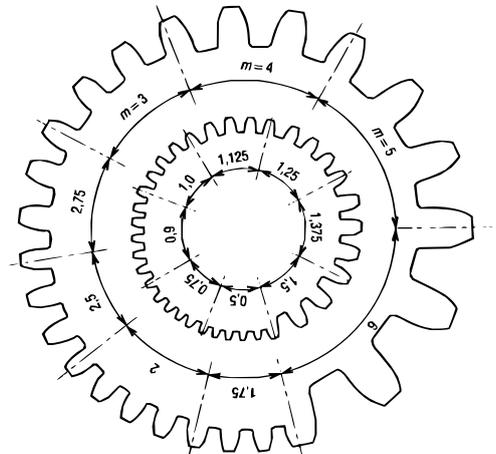
On appelle **pas primitif** $p = m \cdot \pi$ la distance curviligne entre deux dents mesurée sur le cercle primitif avec m le **module** exprimé en millimètre.

Afin de limiter le nombre d'outils nécessaires pour fabriquer une roue dentée, les modules sont pris dans des tables normalisées (série Renard). L'épaisseur et la résistance de la dent va dépendre du module.

La relation entre le nombre de dents Z et le diamètre primitif d est :

Solution:

$$d = m \cdot Z$$



TRAIN D'ENGRENAGES

1 REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE DES ÉLÉMENTS DES RÉDUCTEURS

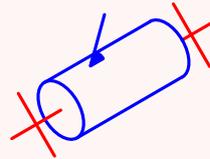
Sur un mécanisme de transmission de puissance, il y a toujours un élément qui tourne par rapport à un autre. Dans la majorité des cas, des arbres possédant des pignons tournent par rapport à un bâti qui est fixe.

Les systèmes techniques utilisés sur ce chapitre peuvent être représentés dans le plan. Nous allons étudier comment repérer et schématiser les éléments qui tournent les uns par rapport aux autres.

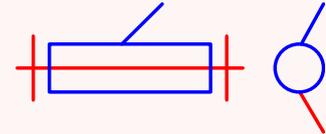
🔗 Définition

Lorsqu'un arbre (élément mâle) tourne par rapport à un moyeu (élément femelle), ces deux éléments sont en liaison pivot.

Par exemple sur un vélo, l'axe du pédalier (arbre) est en liaison pivot par rapport au cadre du vélo (moyeu).



Représentation 3D d'une liaison pivot. Ici l'arbre est rouge et le moyeu bleu.

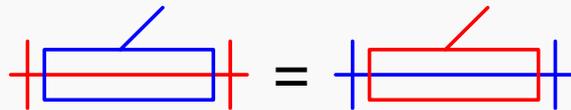


Représentation 2D. Axe de rotation confondu avec la feuille et axe de rotation perpendiculaire à la feuille.

On ajoute le symbole bâti  aux éléments qui sont fixes dans le système.

💬 Remarque

Le choix de couleur entre l'arbre et le moyeu n'a pas d'importance pour la représentation schématique tant que le système reste cohérent.



📌 Exemple

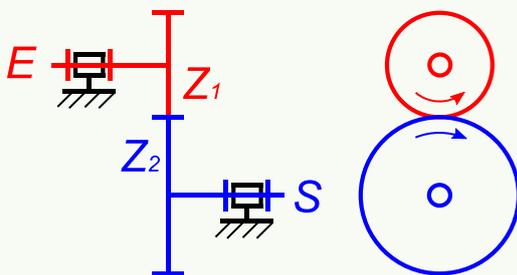


Schéma cinématique d'un engrenage à contact extérieur (pignon-roue)

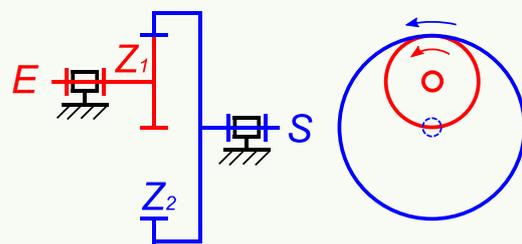


Schéma cinématique d'un engrenage à contact intérieur (pignon-couronne)

2 CALCUL DU RAPPORT DE TRANSMISSION

Les engrenages composés d'une roue et d'un pignon (appelés aussi trains simples) sont très rapidement limités au niveau du rapport de transmission possible (encombrement), il est alors nécessaire de monter des trains simples en série, on parlera alors de **trains d'engrenages**.

♥ A retenir

Le rapport de transmission d'un train d'engrenage est le produit des rapports des trains simples qui le composent. Ainsi :

Solution:

$$i = \frac{\omega_{e/b}}{\omega_{s/b}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{\text{menées}}}{\prod Z_{\text{menantes}}}$$

Avec :

- e l'arbre d'entrée
- s l'arbre de sortie
- b le bâti
- n le nombre de contacts extérieurs

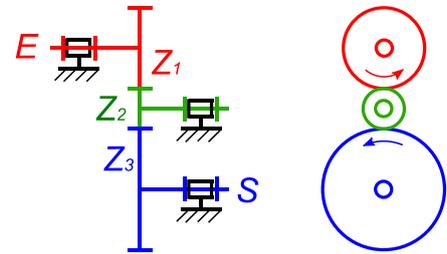


Schéma cinématique

📌 Exemple

Le schéma cinématique ci-contre représente un réducteur simple.

On pose :

- $Z_1 = 31$ dents
- $Z_{2a} = 52$ dents
- $Z_{2b} = 17$ dents
- $Z_3 = 79$ dents
- $m = 1,5$ mm

Question 1 : Déterminer l'expression du rapport de transmission de chaque train simple.

Solution:

$$i_1 = -\frac{Z_{2a}}{Z_1} \quad i_2 = \frac{Z_3}{Z_{2b}}$$

Question 2 : Déterminer l'expression du rapport de transmission global de ce réducteur.

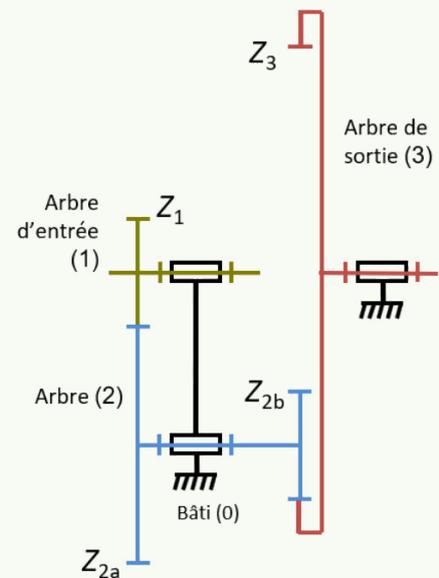
Solution:

$$i = i_1 \cdot i_2 = -\frac{Z_{2a} \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_{2b}}$$

Question 3 : Faire l'application numérique.

Solution:

$$i = -\frac{Z_{2a} \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_{2b}} = -\frac{52 \times 79}{31 \times 17} = -7,79$$



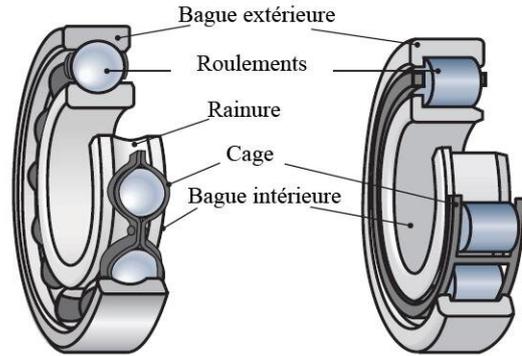


3 ÉLÉMENTS TECHNOLOGIQUES DES LIAISONS PIVOTS

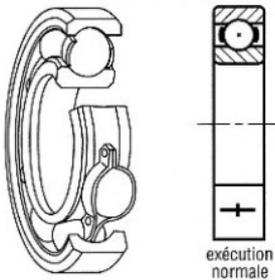
3.1 ROUEMENTS

Le roulement est constitué en général de :

- deux bagues : bague intérieure (BI) et bague extérieure (BE),
- des éléments roulants,
 - billes,
 - rouleaux coniques,
 - rouleaux cylindriques,
 - rouleaux sphériques,
- d'une cage (qui sépare, maintient les éléments roulants et assure leur équidistance. Elle peut être emboutie, usinée, moulée, injectée ...).

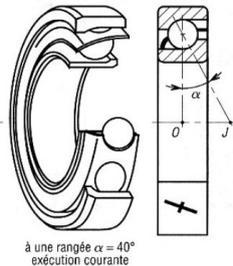


Il existe différentes familles de roulements dont voici les principales :



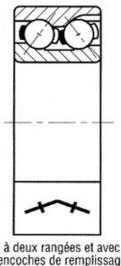
exécution normale

Roulement à billes à contact radial

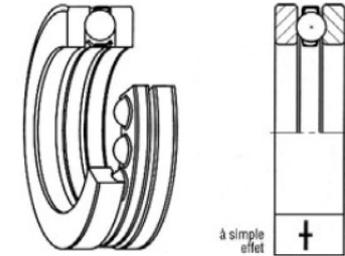


à une rangée $\alpha = 40^\circ$
exécution courante

Roulement à billes à contact oblique

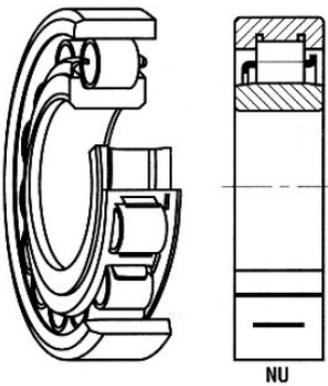


à deux rangées et avec encoches de remplissage



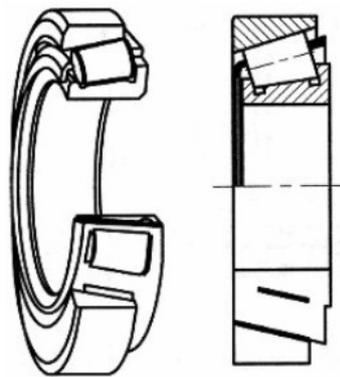
à simple effet

Butée à billes (contact axial)

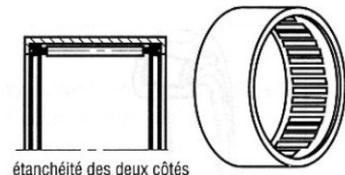


NU

Roulement à rouleaux



Roulement à rouleaux coniques



étanchéité des deux côtés

Roulements à aiguilles

3.2 PALIER LISSES

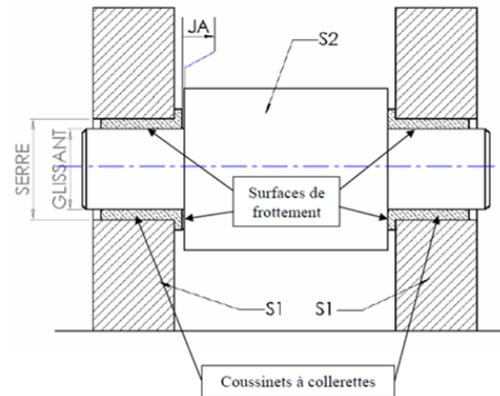
Les paliers lisses, ou coussinets, sont des technologies permettant de réaliser des liaisons pivots de manière compacte et économique. Il s'agit de bagues cylindriques de forme tubulaire, avec ou sans collerette, interposées entre un arbre et son logement pour faciliter le mouvement de rotation en limitant les pertes par frottement.



Coussinet tubulaire



Coussinet à collerette



Exemple de montage

4 MÉTHODOLOGIE POUR SCHÉMATISER UN ENGRENAGE À PARTIR D'UN DESSIN D'ENSEMBLE

Méthode

1. Identifier les éléments participant aux liaisons pivot (roulements, paliers).
2. Les colorier en jaune.
3. Identifier les pignons à l'aide de l'énoncé et/ou de la nomenclature.
4. Colorier les ensembles cinématiques (ensembles de pièces encastrées ensemble) de la même couleur.
5. Réaliser le schéma cinématique du réducteur.

5 EXERCICE D'APPLICATION : RÉDUCTEUR SEW

On donne ci-dessous le dessin d'ensemble et la nomenclature d'un réducteur.
La vitesse d'entrée est fixée à $N_e = 1500 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$.

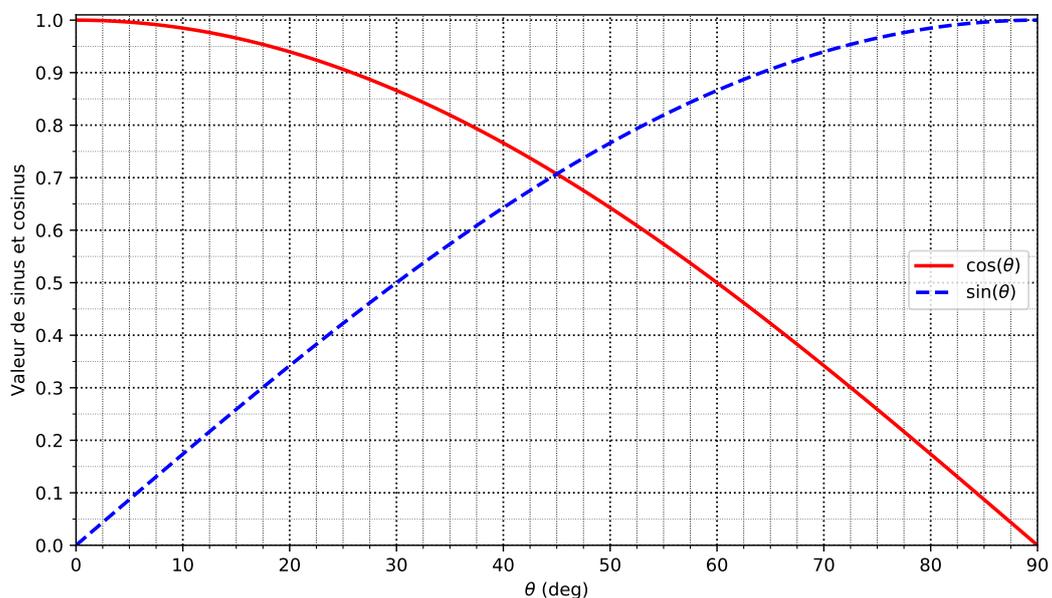
Question 4 : Déterminer les ensembles cinématique de ce réducteur.

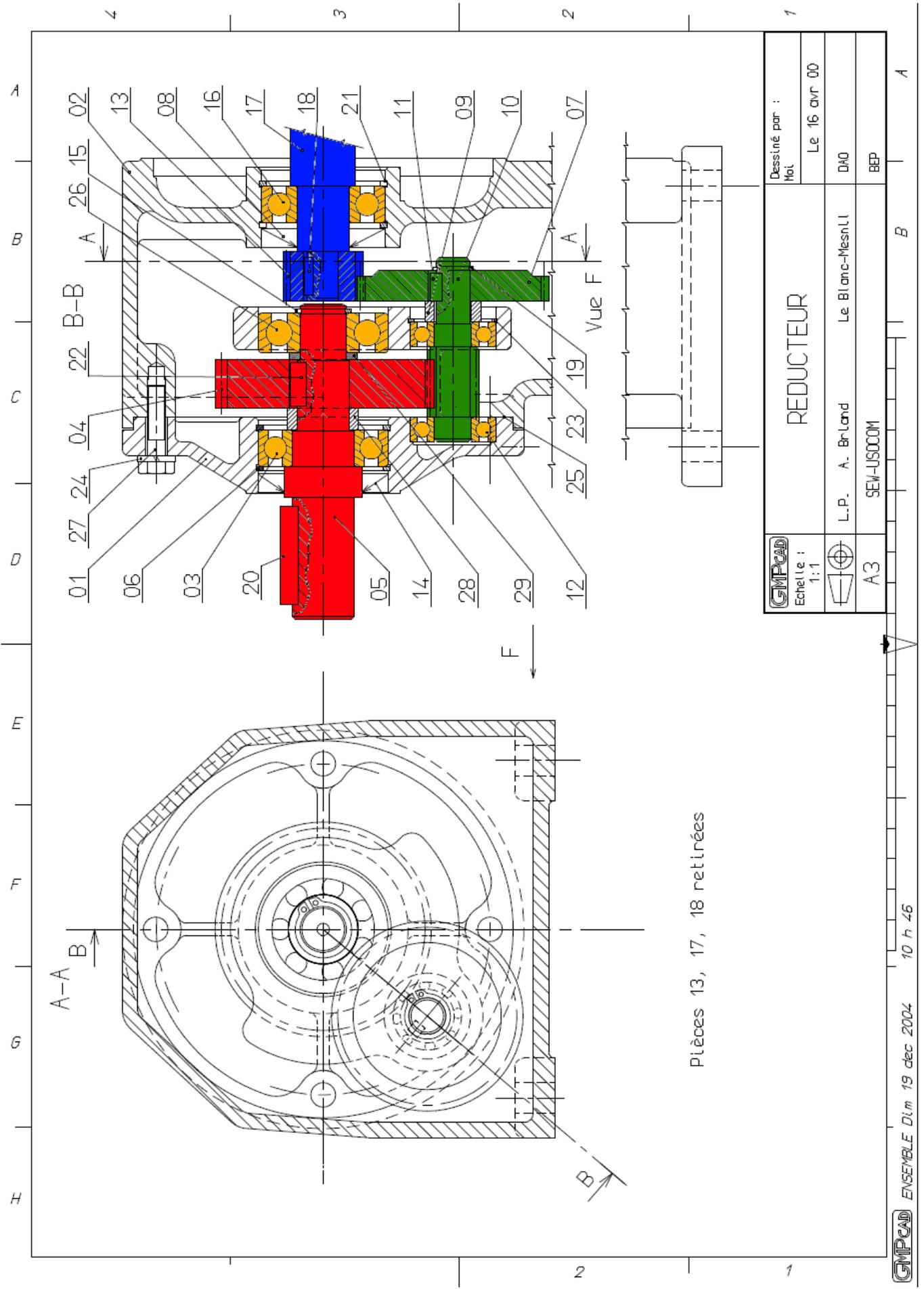
Question 5 : En déduire la fréquence de rotation en sortie du réducteur.

Solution:

$$N_s = \frac{19 \times 12}{52 \times 67} \cdot N_e = \frac{19 \times 12}{52 \times 67} \times 1500 = 98 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}.$$

29	1	Cale de réglage	S235	
28	1	Entretoise arbre de sortie	S235	
27	4	Rondelle Grower W 6		
26	1	Roulement 15 BC 03		
25	1	Joint plat carter		
24	4	Vis H M6-25		
23	1	Anneau élastique pour alésage 28x1,2		NF E 22-165
22	1	Clavette parallèle forme B 5x5x14		NF E 22-177
21	2	Anneau élastique pour alésage 40x1.75		NF E 22-165
20	1	Clavette parallèle forme A 6x6x32		NF E 22-177
19	1	Anneau élastique pour arbre 10x1		NF E 22-163
18	1	Clavette parallèle forme B 3x3x12		NF E 22-177
17	1	Arbre d'entrée	42 Cr Mo 4	Trempé
16	1	Roulement d'entrée 17 BC 02		
15	1	Anneau élastique pour arbre 15x1		NF E 22-163
14	1	Joint à lèvres type AS 25x42x7		DIN
13	1	Pignon moteur mn:1 19 dents	C 45	
12	2	Roulement 12 BC 10		
11	1	Clavette parallèle forme B 4x4x9		NF E 22-177
10	1	Pignon arbré mn :1 12 dents	C45	
9	1	Entretoise arbre intermédiaire	S235	
8	1	Joint à lèvres type A 17x40x7		DIN
7	1	Roue d'entrée mn :1 52 dents	C45	
6	2	Anneau élastique pour alésage 42x1.75		NF E 22-165
5	1	Arbre récepteur	42 Cr Mo 4	Trempé
4	1	Roue de sortie mn :1 67 dents	C 45	
3	1	Roulement 20 BC 10		
2	1	Carter	FGL 300	
1	1	Couvercle	FGL 300	
Rep.	Nb.	Désignation	Matière	Observation
Echelle : 1		RÉDUCTEUR SEW-USOCOME 32A		





Pièces 13, 17, 18 retirées

AUTRES MÉCANISMES

1 POULIES/COURROIE

♥ A retenir

Avantages :

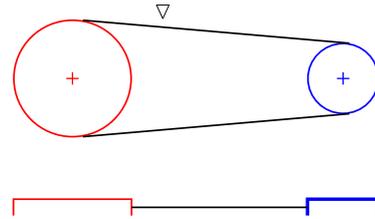
- Éloignement des axes à entraîner
- Silencieux
- Amorti les chocs et vibrations

Inconvénients :

- Nécessite tension
- Rendement moyen ($\approx 93\%$)
- Glissement de la courroie sauf courroie crantée.

$$r = \frac{\omega_{e/b}}{\omega_{s/b}} = \frac{D_s}{D_e}$$

$$V_{courroie/b} = \omega_{e/b} \cdot R_e = \omega_{s/b} \cdot R_s$$



Le symbole (non obligatoire) au dessus de la courroie précise le type de courroie.

- | | |
|--------------------|---------------|
| — plate : — | — ronde : ○ |
| — trapézoïdale : ∇ | — crantée : ~ |



Lisse



Trapézoïdale



Striée



Crantée

2 PIGNONS/CHAÎNE

♥ A retenir

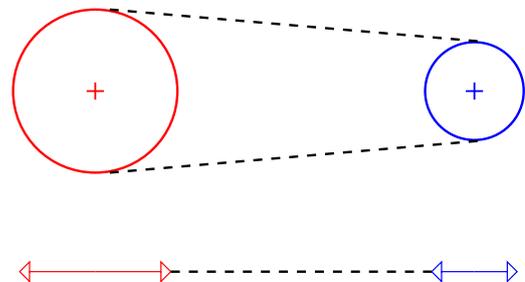
Avantages :

- Éloignement des axes à entraîner
- Pas de glissement possible (entraînement par obstacle)
- Bon rendement ($\approx 97\%$)
- Bonne durée de vie

Inconvénients :

- Bruyant (sauf chaîne silencieuse)
- Lubrification nécessaire
- Vitesse limite $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour éviter vibrations

$$r = \frac{\omega_{e/b}}{\omega_{s/b}} = \frac{Z_s}{Z_e}$$





3 ROUE/VIS-SANS-FIN

♥ A retenir

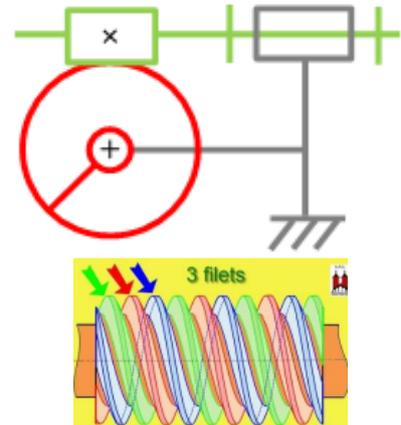
Avantages :

- Rapport de réduction important pour un encombrement réduit
- Irréversibilité si nécessaire (la vis entraîne la roue mais la roue ne peut pas entraîner la vis)

Les axes sont orthogonaux non concourants, donc le signe du rapport des vitesses n'a plus de sens.

$$|i| = \left| \frac{\omega_{e/b}}{\omega_{s/b}} \right| = \frac{Z_s}{Z_e}$$

Avec Z_e le nombre de filets de la vis



4 PIGNON/CRÉMAILLÈRE

♥ A retenir

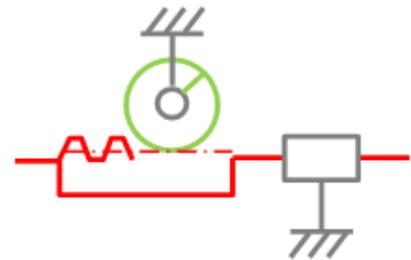
Avantages :

- Transmission d'efforts bien plus importants que par adhérence (type courroie)
- Pour inverser le sens du mouvement, il suffit de placer la crémaillère à l'opposé de la roue dentée

$$|V_{s/b}| = R_e \cdot |\omega_{e/b}|$$

Avec

- R_e le rayon du pignon en mm
- $V_{s/b}$ la vitesse linéaire de la crémaillère en $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$
- $\omega_{e/b}$ la vitesse de rotation du pignon en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$



5 Vis/ÉCROU

♥ A retenir

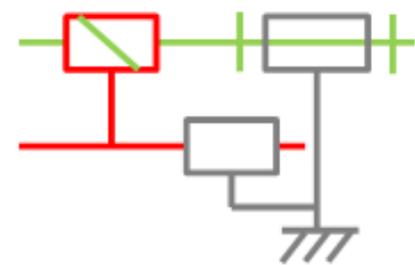
Avantages :

- En général, système irréversible (la vis entraîne l'écrou mais l'écrou ne peut pas entraîner la vis)

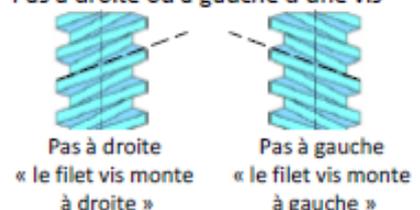
$$|V_{s/b}| = \frac{p}{2\pi} \cdot |\omega_{e/b}|$$

Avec :

- p le pas en mm. Le pas est la distance linéaire parcourue par l'écrou par rapport à la vis lorsque la vis tourne d'un tour par rapport à l'écrou.
- Si le pas est à droite alors $p > 0$ sinon $p < 0$
- $V_{s/b}$ la vitesse linéaire de l'écrou en $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$
- $\omega_{e/b}$ la vitesse de rotation de la vis en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$



Pas à droite ou à gauche d'une vis





RÉFÉRENCES

- [1] E. Bonel et R. Pfeiffer, Transmission de puissance. Lycée Henri Loritz, Nancy
- [2] E. Pinault-Bigeard. Analyse cinématique des systèmes. Lycée La Fayette. Clermont-Ferrand
- [3] G. Colombari, J. Giraud. Sciences industrielles pour l'ingénieur. Éditions Foucher 2011
- [4] F. Benardeau. Les engrenages. Lycée Loritz. Nancy
- [5] P. Chauvin. Modéliser la cinématique des systèmes de transmission de puissance
- [6] J. Penalver. http://jpcad64.free.fr/SiteVH/Pr_sentation_de_l_tude.htm Lycée Victor Hugo. Consulté le 18/01/2021
- [7] R. Papanicolas. Transmission de puissance. Lycée Charlemagne. Paris
- [8] A. Meyer. Réducteurs et boîtes de vitesse