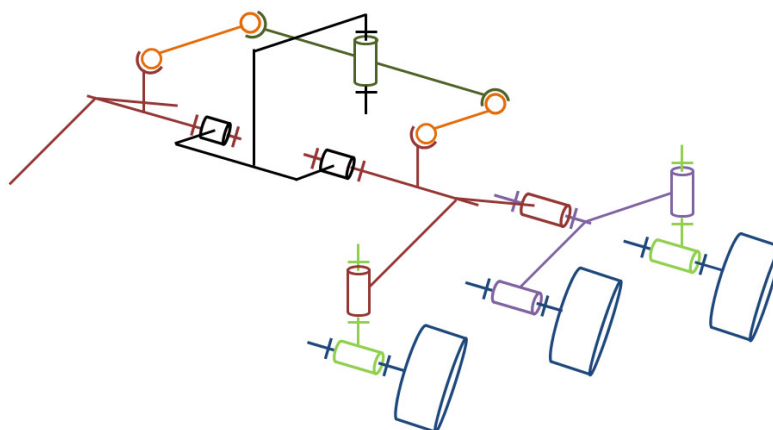


# Cinématique

## Paramétrage et loi entrée/sortie Correction



2024 - 2025  
PCSI1  
Lycée Henri Loritz

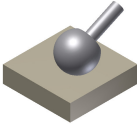
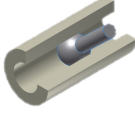
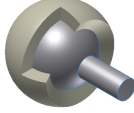
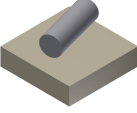
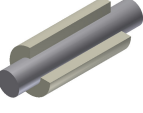
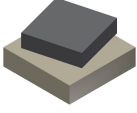


## Table des matières

<b>1 Liaisons normalisées</b>	<b>2</b>
1 Surfaces de contact élémentaires . . . . .	2
2 Mobilité dans une liaison normalisée . . . . .	2
3 Torseur cinématique des liaisons normalisées . . . . .	2
<b>2 Schématisation cinématique</b>	<b>5</b>
1 Exemple support . . . . .	5
2 Graphe des liaisons . . . . .	7
3 Schéma cinématique . . . . .	8
4 Paramétrage . . . . .	9
<b>3 Loi entrée/sortie d'un mécanisme</b>	<b>10</b>
1 Fermeture géométrique . . . . .	10
2 Fermeture cinématique . . . . .	12
<b>Bibliographie</b>	<b>13</b>

## LIAISONS NORMALISÉES

### 1 SURFACES DE CONTACT ÉLÉMENTAIRES

	Plan	Cylindre	Sphère
Sphère	 Contact ponctuel	 Contact linéique (ligne circulaire)	 Contact surfacique (sphère)
Cylindre	 Contact linéique (ligne droite)	 Contact surfacique (cylindre)	
Plan	 Contact surfacique (plan)		

### 2 MOBILITÉ DANS UNE LIAISON NORMALISÉE

#### Définition

Le nombre de degrés de mobilité dans une liaison entre solides est défini par le nombre de paramètres cinématiques **indépendants**. On parle de degrés de liberté. La position d'un solide dans l'espace peut être définie par 6 degrés de liberté : 3 rotations ( $R_x, R_y, R_z$ ) et 3 translations ( $T_x, T_y, T_z$ ).

### 3 TORSEUR CINÉMATIQUE DES LIAISONS NORMALISÉES

Il existe une infinité de liaisons réalisable technologiquement entre solides. La norme NF EN ISO 3952 en a retenu un nombre fini de liaisons dites parfaites : sans frottement, sans jeu, sans déformation, sans défaut géométrique.

#### A retenir

Pour définir la liaison entre deux solides, il est possible soit :

- De regarder les mouvements possibles entre ces deux solides, en faisant abstraction des autres solides.
- D'étudier la géométrie des solides en contact.

#### Attention

Dans un mécanisme réel, il y a toujours présence de jeu entre les pièces afin d'assurer le mouvement (pas de jeu = pas de mouvement possible). La prise en compte de ce jeu ou non va modifier la **nature du contact** et ainsi le **modèle cinématique**. Celui-ci dépend donc du point de vue du concepteur.



Degrés de liberté	Désignation	Image	Exemple technologique	Schéma spatial (3D)	Schéma(s) plan(s) (2D)	Torseur cinématique	Forme canonique
<b>0</b>	Liaison encastrement					$\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{VP}$	Pour tout point $P$
<b>1</b>	Liaison glissière de direction $\vec{x}$					$\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ v_x \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_{VP}$	Pour tout point $P$
<b>1</b>	Liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$					$\left\{ \begin{array}{c} \omega_x \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{VPE(A, \vec{x})}$	Pour tout point $P$ de l'axe $(A, \vec{x})$
<b>1</b>	Liaison hélicoïdale d'axe $(A, \vec{x})$ $p$ : pas de l'hélice					$\left\{ \begin{array}{c} \omega_x \cdot \vec{x} \\ \frac{p}{2 \cdot \pi} \omega_x \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_{VPE(A, \vec{x})}$	Pour tout point $P$ de l'axe $(A, \vec{x})$
<b>2</b>	Liaison pivot glissant d'axe $(A, \vec{x})$					$\left\{ \begin{array}{c} \omega_x \cdot \vec{x} \\ v_x \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_{VPE(A, \vec{x})}$	Pour tout point $P$ de l'axe $(A, \vec{x})$
<b>3</b>	Liaison sphérique de centre $C$					$\left\{ \begin{array}{c} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$	Au point $C$

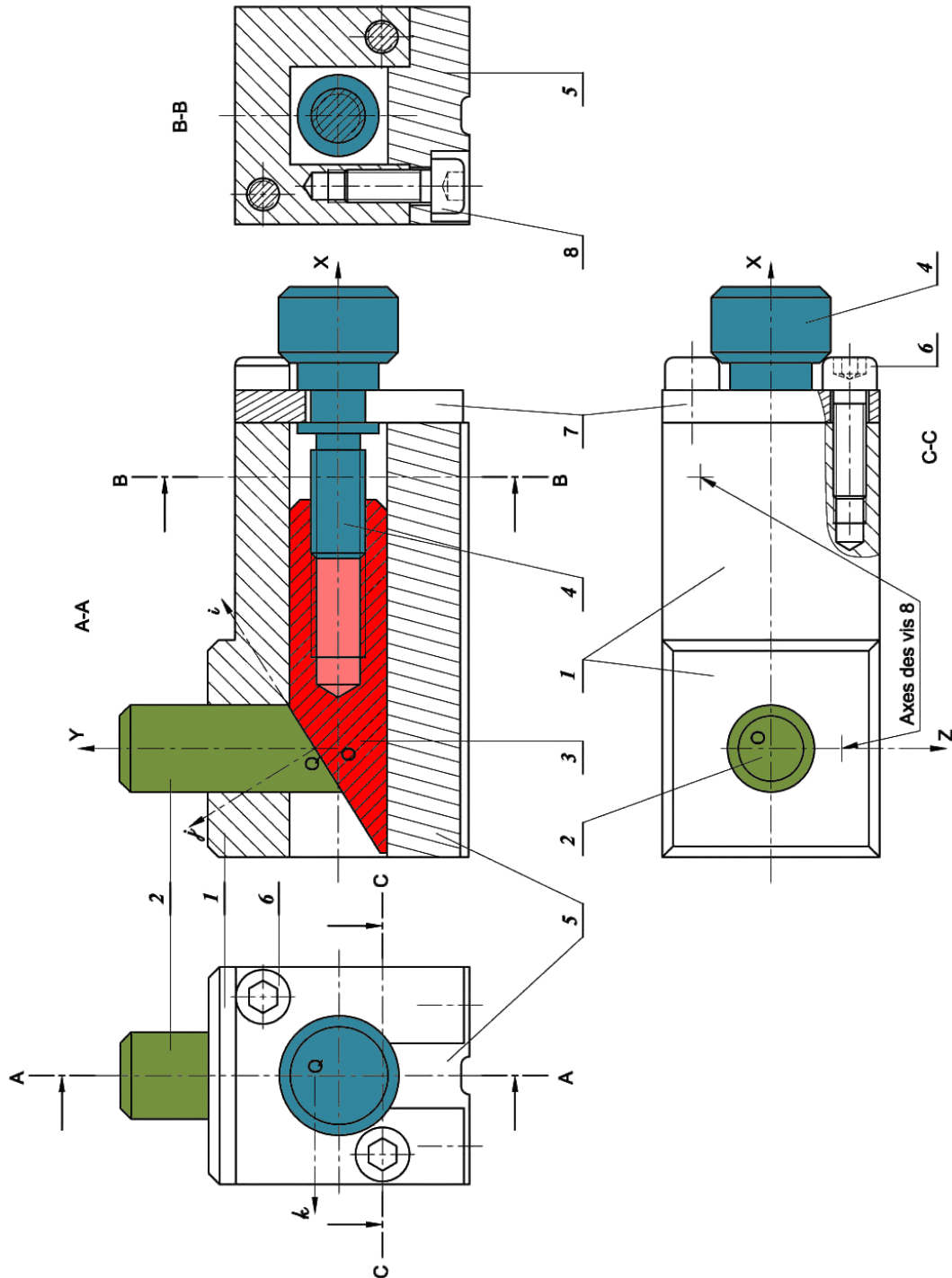


Degrés de liberté	Désignation	Image	Exemple technologique	Schéma spatial (3D)	Schéma(s) plan(s) (2D)	Torseur cinématique	Forme canonique
<b>2</b>	Liaison sphérique à doigt de centre $C$ , de doigt d'axe $(C, \vec{x})$ et de normale $\vec{y}$					$\left\{ \begin{array}{l} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_C$	Au point $C$
<b>3</b>	Liaison appui plan de normale $\vec{z}$					$\left\{ \begin{array}{l} \omega_z \cdot \vec{z} \\ v_x \cdot \vec{x} + v_y \cdot \vec{y} \end{array} \right\}_{VP}$	Pour tout point $P$
<b>4</b>	Liaison sphère cylindre de centre $C$ et de direction $\vec{x}$					$\left\{ \begin{array}{l} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ v_x \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_C$	Au point $C$
<b>4</b>	Liaison cylindre plan de normale $\vec{z}$ et de droite de contact $(A, \vec{x})$					$\left\{ \begin{array}{l} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ v_x \cdot \vec{x} + v_y \cdot \vec{y} \end{array} \right\}_{VPE(A, \vec{x}, \vec{z})}$	En tout point $P$ du plan $(A, \vec{x}, \vec{z})$
<b>5</b>	Liaison sphère plan de normale $\vec{z}$ et de point de contact $I$					$\left\{ \begin{array}{l} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ v_x \cdot \vec{x} + v_y \cdot \vec{y} \end{array} \right\}_{VP(I, \vec{z})}$	En tout point $P$ de l'axe $(I, \vec{z})$

## SCHÉMATISATION CINÉMATIQUE

### 1 EXEMPLE SUPPORT

Dans la suite du cours, nous allons nous intéresser à l'analyse cinématique de la butée réglable ci-dessous.



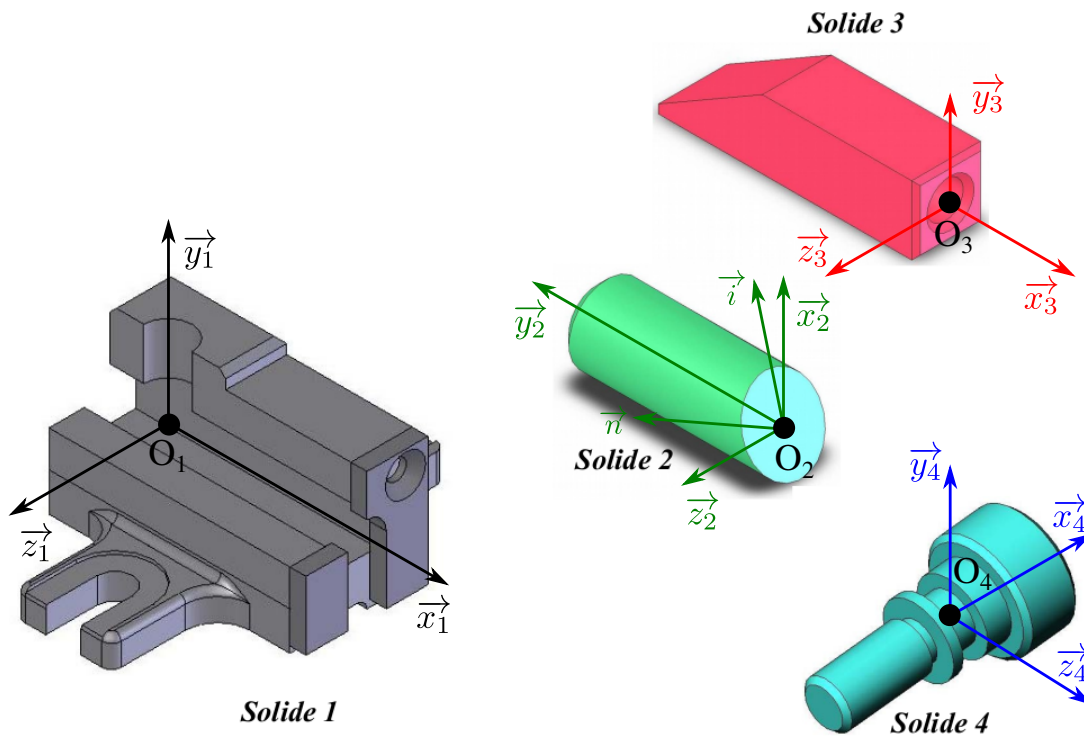
#### Définition

Un groupe de solide forme une **classe d'équivalence** cinématique lorsque les solides du groupe n'ont aucun mouvement entre eux.



**Question 1 :** Identifier les classes d'équivalence cinématique en coloriant chaque classe d'équivalence d'une couleur différente (hors bâti).

**Question 2 :** Associer un repère à chaque classes d'équivalence cinématique.

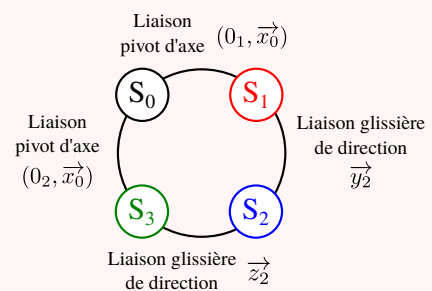


## 2 GRAPHE DES LIAISONS

### Définition

Le **graphe des liaisons** (appelé aussi graphe de structure si les actions mécaniques extérieures au système y sont ajoutées) est un graphe qui précise les différents ensembles cinématiques ainsi que les liaisons cinématiques entre eux.

Sur le graphe, on précise pour chaque liaison sa désignation complète.



### Remarque

Pour identifier les liaisons entre les solides, on commence par identifier les surfaces en contact.

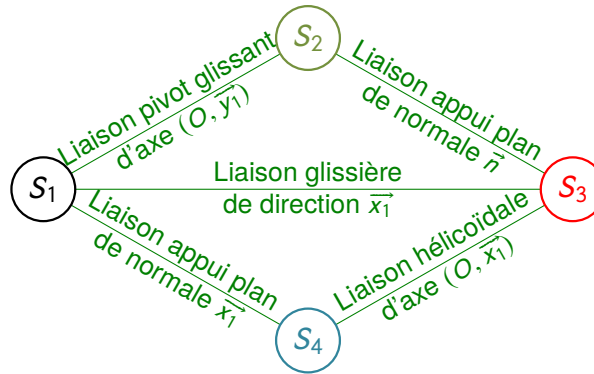
**Question 3 :** Identifier la nature du contact entre les différents ensembles cinématiques de la butée réglable.

### Solution:

- Entre le bâti 1 et le cylindre 2 : contact surfacique cylindrique.
- Entre le bâti 1 et la coulisse 3 : contact surfacique sur deux plans
- Entre le bâti 1 et la vis 4 : contact surfacique plan (un seul des deux plans de contact possible car jeu de fonctionnement nécessaire)
- Entre le cylindre 2 et la coulisse 3 : contact surfacique plan
- Entre la coulisse 3 et la vis 4 : contact surfacique hélicoïdal.

**Question 4 :** Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme.

**Solution:**



### 3 SCHÉMA CINÉMATIQUE

#### Définition

Un schéma cinématique est la représentation géométrique du graphe des liaisons. Il est possible de représenter ce schéma en 2D ou en 3D (vue isométrique).

#### Attention

Le schéma cinématique doit être tracé dans une position **quelconque** représentative du fonctionnement. Cette position doit permettre de réaliser le paramétrage du mécanisme.

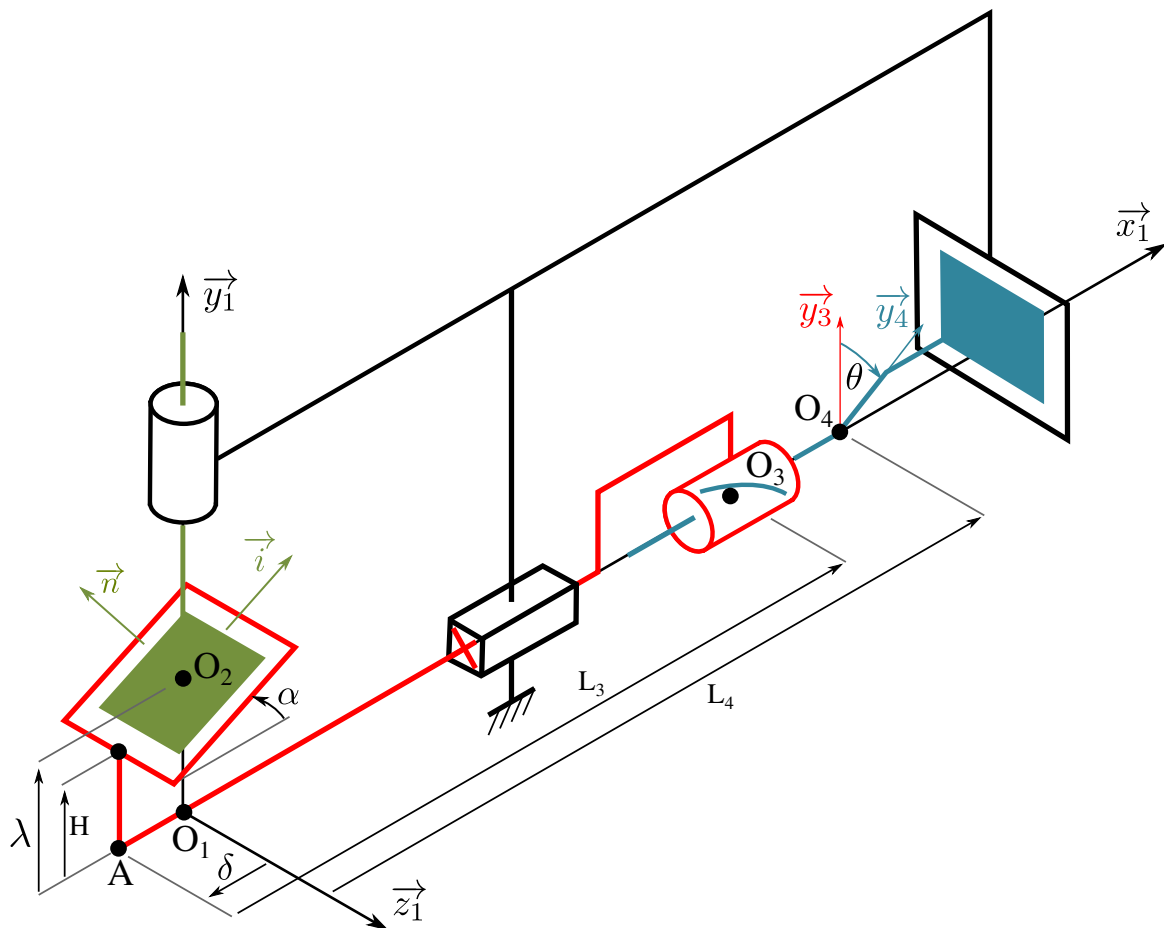
#### A retenir

Méthodologie pour réaliser un schéma cinématique à partir d'un dessin d'ensemble ou d'un mécanisme :

1. Colorier chacune des classes d'équivalence d'une couleur distincte.
2. Associer à chaque classe un repère.
3. Réaliser le graphe des liaisons.
4. Indiquer sur le schéma le **repère** de représentation (2D ou 3D isométrique).
5. Placer sur le schéma les **centres** de chaque liaison (points  $A, B, \dots$ ) en respectant les proportions du mécanisme.
6. Tracer les axes principaux des liaisons (axe d'une pivot, normale d'un appui plan).
7. Dessiner chacun des symboles normalisés des liaisons en **couleur** en respectant leur **direction**.
8. Relier les ensembles cinématiques par des traits. On ne tient pas compte de la forme et de l'épaisseur des pièces qui composent le mécanisme.
9. Ajouter le symbole indiquant le groupe de référence : **bâti**.

**Question 5 :** Réaliser le schéma cinématique du mécanisme à partir de l'ébauche donnée à la page suivante.





#### 4 PARAMÉTRAGE

##### Définition

Le **paramétrage** d'un schéma cinématique consiste à placer les repères, angles et distances permettant de définir la position relation d'un solide par rapport à un autre.

**Question 6 :** Paramétrer le schéma cinématique ci-dessus. Identifier les variables d'entrée et de sortie, ainsi que les paramètres constants.

**Question 7 :** Justifier pourquoi le schéma cinématique de la butée mobile n'a pas pu être réalisé en 2D.

##### **Solution:**

Si le schéma cinématique avait été réalisé dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ , le paramètre angulaire  $\theta$  n'aurait pas pu être représenté.

## LOI ENTRÉE/SORTIE D'UN MÉCANISME

### 1 FERMETURE GÉOMÉTRIQUE

#### Définition

Il est possible de déterminer la loi entrée-sortie du mécanisme en écrivant la fermeture de la boucle géométrique qui passe par des points caractéristiques  $O_i$  des liaisons des solides.

Cette chaîne vectorielle est une relation de Chasles du type :

$$\overrightarrow{O_0O_1} + \overrightarrow{O_1O_2} + \dots + \overrightarrow{O_nO_0} = \vec{0}$$

Dans certains cas, il peut être utile d'écrire une relation entre les orientations relatives des vecteurs de base des repères liés aux solides.

$$(\vec{x}_0, \vec{x}_1) + (\vec{x}_1, \vec{x}_2) + \dots + (\vec{x}_n, \vec{x}_0) = 0$$

**Question 8 :** En utilisant deux fermetures géométriques, déterminer la loi entrée-sortie de la butée réglable.

**Solution:**

On établit une première fermeture géométrique en posant :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AO_3} + \overrightarrow{O_3O_4} + \overrightarrow{O_4O_1} &= \vec{0} \\ \delta \cdot \vec{x}_1 + L_3 \cdot \vec{x}_1 + \frac{P}{2\pi} \cdot \theta \cdot \vec{x}_1 - L_4 \cdot \vec{x}_1 &= \vec{0} \end{aligned}$$

La distance  $O_4O_3$  est remplacée par le pas multiplié par l'angle de rotation car nous sommes en présence d'un liaison hélicoïdale.

#### Attention

On portera une attention particulière au sens du pas de vis. Il est à droite sauf pour de rares exceptions (gaz, boîtier de pédalier).

Pensez à avoir toujours sur vous une vis et un écrou.

Ainsi :  $\delta = L_4 - L_3 - \frac{P}{2\pi} \cdot \theta$

On peut aussi faire la fermeture géométrique suivante :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AO_2} + \overrightarrow{O_2O_1} &= \vec{0} \\ \delta \cdot \vec{x}_1 + (H - \delta \cdot \tan(\alpha)) \cdot \vec{y}_1 - \delta \cdot \vec{x}_1 - \lambda \cdot \vec{y}_1 &= \vec{0} \\ H - \delta \cdot \tan(\alpha) - \lambda &= 0 \end{aligned}$$

Il reste à éliminer le terme  $\delta$ , commun aux deux équations qui ne représente ni le paramètre d'entrée, ni celui de sortie du système. Alors :

$$\lambda = H + \left( L_3 - L_4 + \frac{P}{2\pi} \cdot \theta \right) \cdot \tan(\alpha)$$

## RÉFÉRENCES

- [1] E. Bonel et R. Pfeiffer, Paramétrage et loi entrée/sortie. Lycée Henri Loritz, Nancy
- [2] F. Benardeau. Paramétrage. Lycée Loritz
- [3] R. Costadoat. Les liaisons mécaniques. Lycée Dorian
- [4] E. Pinault-Bigeard. Analyse cinématique des systèmes. Lycée La Fayette. Clermont-Ferrand
- [5] R. Papanicolas. Étude des mécanismes. Lycée Charlemagne. Paris
- [6] X. Pessoles. Modélisation des systèmes mécaniques. Lycée Rouvière.
- [7] G. Colombari, J. Giraud. Sciences industrielles pour l'ingénieur. Éditions Foucher 2011
- [8] NF EN ISO 3952. Schémas cinématiques - Symboles graphiques. 1995