Cinématique 2

Analyser

Modéliser

Concevoir

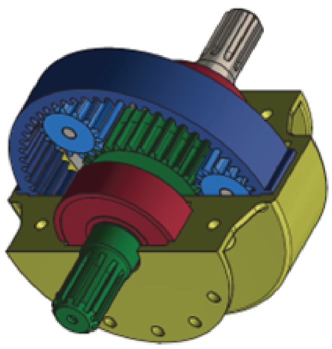
Compétences PCSI

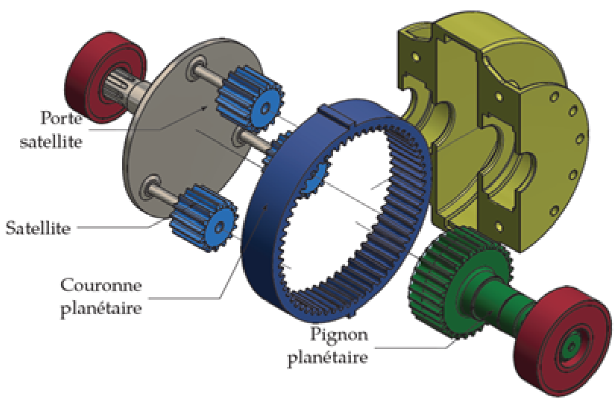
Résoudre

Communiquer

Expérimenter

Applications cinématiques
Correction

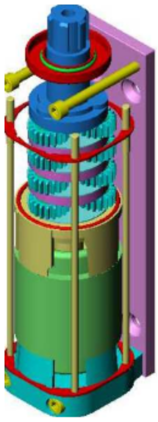




-
PCSI1
Lycée Henri Loritz

Train épicycloïdal

1 Présentation

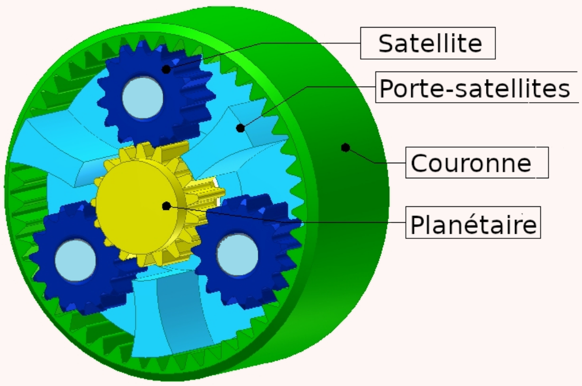


Définition

Un train d'engrenages est qualifié d'**épicycloïdal** quand, pendant le fonctionnement, une ou plusieurs roues dentées tournent autour d'un axe géométrique mobile par rapport au carter principal.

Il est composé classiquement :

- d'un planétaire
- de satellites (souvent 3)
- d'un porte satellites
- d'une couronne



Un train épicycloïdal élémentaire a 3 entrées/sorties possibles : planétaire, couronne et porte-satellite. Ils peuvent être utilisés en réducteur ou multiplicateur, en fixant une entrée/sortie.

Solution:

- L'utilisation de plusieurs satellites ne modifie pas le comportement cinématique du train épicycloïdal (son rapport de transmission) mais permet de mieux répartir les efforts.
- La puissance est transmise en parallèle et non en série. Les composants sont donc moins sollicités et dimensionnés en conséquence, donc moins volumineux et moins lourds.
- Un seul satellite apparait en général sur les schémas cinématiques.

2 Calcul de la raison du train épicycloïdal

Méthode

On pose λ la raison du train épicycloïdal. Il s'agit du rapport de transmission du train simple du train épicycloïdal lorsque l'on se **place dans le référentiel du porte satellite**.

Voici la méthode pour le déterminer :

- On se place dans le référentiel du porte satellite PS (*on le fixe mentalement ou on se met assis dessus*)
- On **choisit arbitrairement** une entrée E et une sortie S. **Indépendamment** des entrées/sorties du mécanisme réel. Cela peut être le planétaire ou la couronne mais jamais un satellite.
- On calcule le rapport de transmission de ce réducteur (*On l'appelle train simple*). La raison λ est ce rapport de transmission.

$$\boxed{\lambda = \frac{\omega_{E/PS}}{\omega_{S/PS}} = (-1)^n . \frac{\prod Z_{\text{menées}}}{\prod Z_{\text{menantes}}} \qquad n \text{ : nombre de contacts extérieurs}}$$

3 Calcul du rapport de transmission

Méthode

Pour calculer le rapport de transmission du train épicycloïdal, on utilise la méthode suivante :

- On **change** de référentiel et on se place dans celui du **bâti**.
- On utilise les compositions de mouvements suivantes :

$$\omega_{E/PS} = \omega_{E/\text{bâti}} + \omega_{\text{bâti}/PS} = \omega_{E/\text{bâti}} - \omega_{PS/\text{bâti}} \quad \text{et} \quad \omega_{S/PS} = \omega_{S/\text{bâti}} + \omega_{\text{bâti}/PS} = \omega_{S/\text{bâti}} - \omega_{PS/\text{bâti}}$$

- La raison du train épicycloïdal devient :

$$\boxed{\lambda = \frac{\omega_{E/\text{bâti}} - \omega_{PS/\text{bâti}}}{\omega_{S/\text{bâti}} - \omega_{PS/\text{bâti}}}}$$

- On remplace les solides E, S et bâti par les composants **réels** du système. e l'entrée réelle, s la sortie réelle et bâti le bâti réel. Une des vitesses devient nulle.
- On calcul de rapport de transmission i du système avec

$$\boxed{i = \frac{\omega_{e/\text{bâti}}}{\omega_{s/\text{bâti}}}}$$

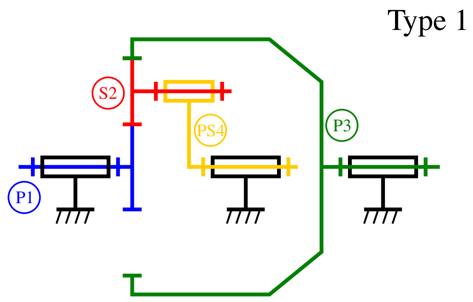
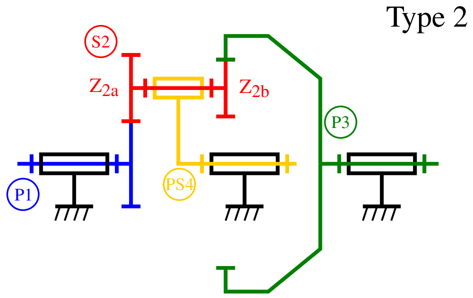
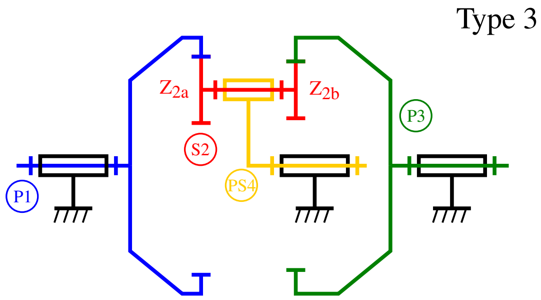
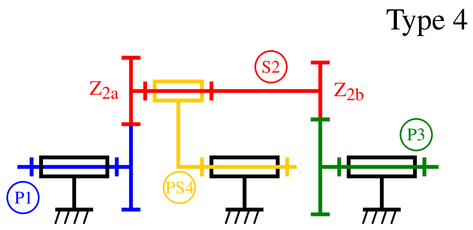
avec e et s les entrées et sorties **réels** du système en fonction de λ.

4 Les différents types de trains épicycloïdaux

Question 1 : Pour chaque type de train :

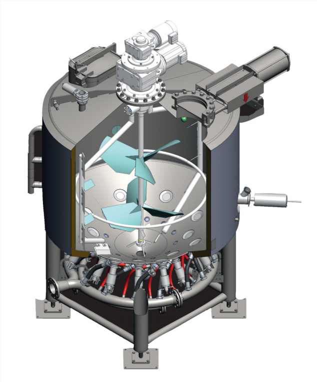
- déterminer le nombre n de contacts extérieurs
- déterminer la raison λ du train épicycloïdal

On posera comme entrée $E = P1$ et comme sortie $S = P3$.

Satellite à simple denture. Un planétaire à denture intérieure et un extérieure.		$n = 1$ $\lambda = -\frac{Z_3}{Z_1}$
Satellite à double denture. Un planétaire à denture intérieure et un extérieure.		$n = 1$ $\lambda = -\frac{Z_{2a}.Z_3}{Z_1.Z_{2b}}$
Satellite à double denture. Deux planétaires à denture intérieure.		$n = 0$ $\lambda = \frac{Z_{2a}.Z_3}{Z_1.Z_{2b}}$
Satellite à double denture. Deux planétaires à denture extérieure.		$n = 2$ $\lambda = \frac{Z_{2a}.Z_3}{Z_1.Z_{2b}}$

Exemple

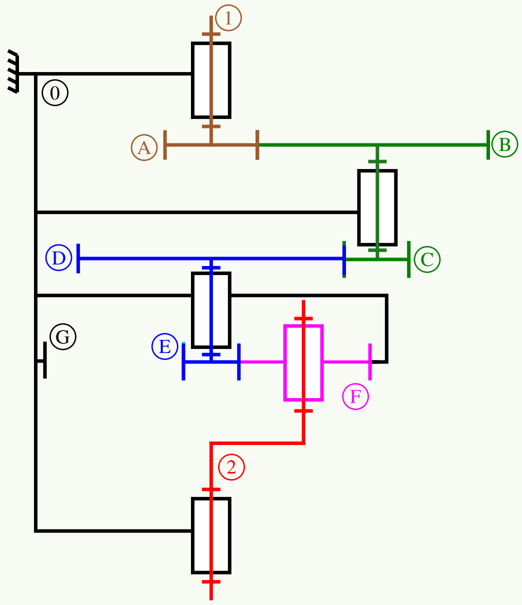
Le système étudié est un réducteur de malaxeur industriel. Le numéro de pièce associé au bâti est 0. La fréquence de rotation du moteur $N_{1/0}$ est de 1500 tr·min-1.
$Z_A = 20$, $Z_B = 48$, $Z_C = 16$, $Z_D = 52$, $Z_E = 14$, $Z_F = 34$, $Z_G = 82$.



Question 2 : Déterminer l'expression de $i_1 = \dfrac{N_{1/0}}{N_{E/0}}$, puis sa valeur

Question 3 : Déterminer l'expression de $i_2 = \dfrac{N_{E/0}}{N_{2/0}}$, puis sa valeur

Question 4 : En déduire la valeur numérique de la fréquence de rotation de la sortie $N_{2/0}$.



Solution: Par définition d'un train simple : $\boxed{i_1 = \dfrac{N_{1/0}}{N_{E/0}} = (-1)^2.\dfrac{Z_D}{Z_C}.\dfrac{Z_B}{Z_A} = 7{,}8}$

Solution: Les pignons E, F et G forment un train épicycloïdal. On détermine la raison du train simple en bloquant le porte satellite 2.

Ainsi $\lambda = \dfrac{N_{E/2}}{N_{0/2}} = (-1)^1\dfrac{Z_F}{Z_E}.\dfrac{Z_G}{Z_F} = -\dfrac{Z_G}{Z_E}$

Puis on cherche $i_2 = \dfrac{N_{E/0}}{N_{2/0}}$. On fait intervenir le solide 0 dans λ :

Ainsi : $\lambda = \dfrac{N_{E/2}}{N_{0/2}} = \dfrac{N_{E/0} + N_{0/2}}{N_{0/2}} = -i_2 + 1$

Alors :

$$\boxed{i_2 = \frac{N_{E/0}}{N_{2/0}} = 1 - \lambda = 1 + \frac{Z_G}{Z_E} = 6{,}9}$$

Solution:

$$N_{2/0} = \frac{1}{i_1}.\frac{1}{i_2}.N_{1/0} = \frac{Z_E}{Z_E + Z_G}.\frac{Z_C}{Z_D}.\frac{Z_A}{Z_B}.N_{1/0}$$

L'application numérique donne : $\boxed{N_{2/0} = 28 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}}$