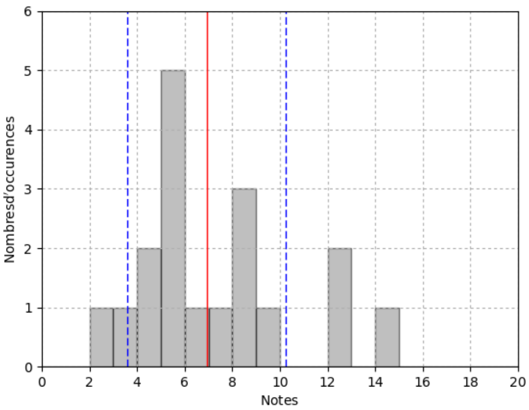
1. Résultats du DS9

Les notes n'ont pas été modifiées.

Note	Rang
14.5	1
12.5	2
12.0	3
9.5	4
8.0	5
8.0	5
8.0	5
7.5	8
6.5	9
5.0	10
5.0	10
5.0	10
5.0	10
5.0	10
4.0	15
4.0	15
3.0	17
2.0	18

Moyenne : 6.92/20
Écart-type : 3.33

Note maximale : 14.5/20
Note minimale : 2.0/20



2. Rapport de correction

Questions de cours

Les questions de cours ont été plutôt réussies en dénombrement, un peu moins sur les déterminants et encore moins sur les probabilités.
La définition d'une forme alternée est rarement donnée proprement. Il est important de savoir quantifier rigoureusement les définitions du cours.
Pour la 2.2 les deux réponses attendues étaient

- Une forme linéaire par rapport à chacune de ses variables et alternée est aussi antisymétrique.
- Toute forme linéaire par rapport à chacune de ses variables et alternée est proportionnelle à $\det_e$.

Pour la définition du déterminant d'un endomorphisme u, il manque souvent la base dans laquelle est pris le déterminant de la famille $u(e)$. Dès qu'on donne le déterminant d'une famille de vecteurs, on doit préciser dans quelle base on considère ce déterminant, puisque $\det_e(\mathscr{F})$ et $\det_{e'}(\mathscr{F})$ sont en général distincts. (Et on sait passer de l'un à l'autre par la formule de changement de base pour le déterminant d'une famille). Donc la définition correcte de $\det(u)$ est $\det(u) = \det_e(u(e))$.

La définition de $A_{i,j}$ dans l'expression du développement du déterminant par rapport à sa j-ème colonne n'a presque jamais été donnée. Cela fait partie de la propriété pourtant !
Beaucoup d'erreurs sur l'ensemble de départ d'une probabilité. Il ne s'agit pas de Ω comme beaucoup l'ont écrit mais bien de $\mathscr{P}(\Omega)$.
Sans l'hypothèse $(A_i)_{i\in[\![1,n]\!]}$ système complet d'événements, la formule des probabilités totales n'est pas correcte.
Bilan sur le cours : il y a eu du travail effectué, mais ce travail est encore un peu superficiel, et le rendu manque donc de rigueur. Poursuivez les efforts et interrogez-vous sur les hypothèses lorsque vous apprenez les résultats de cours.

Exercice de TD

Diversement réussi. Avec des notes étalées vraiment entre 0 et 6/6 !

1. Globalement réussie. Le lien entre e' base de E et $\det_e(e')$ est bien connu ! Le calcul a systématiquement été proposé par règle de Sarus, ou par développement, ce qui n'était pas judicieux. On souhaitait connaître les valeurs de a qui annulaient $\det_e(e')$ donc on souhaitait une expression factorisée. En ce cas, la bonne façon de procéder est d'appliquer la méthode de Gauss pour exprimer le déterminant comme un produit des coefficients d'une matrice triangulaire.

2. Lorsqu'elle a été traitée, cette question a généralement été plutôt bien vue. Les deux propriétés requises pour cette question étaient $\det(A^T) = \det(A)$ et $\det(-A) = (-1)^n \det(A)$ (avec ici, n impair).

3. Le calcul du déterminant de la matrice a souvent été proposé, pas toujours correctement, et pas toujours été bien exploité ensuite. On utilisait cette fois la propriété $\det(A^2) = \det(A)^2$, et donc en raisonnant par l'absurde et en supposant l'égalité de l'énoncé, on en déduisait $\det(A)^2 = -4$, ce qui était impossible puisque $\det(A) \in \mathbb{R}$.

Bilan : Cet exercice utilisant les résultats du cours a logiquement été réussi par les élèves maîtrisant bien le cours sur les déterminants. Une note inférieure à 3/6 sur cet exercice doit remettre en question vos méthodes d'apprentissage.

Problème

Entièrement réécrit à partir d'un extrait de sujet de centrale PC (2016), ce problème était très abordable, avec là aussi beaucoup de questions très proches du cours.

La partie I commençait par des questions très simples, la dernière question de la partie nécessitant un peu plus de réflexion. La partie II très classique reprenait un endomorphisme vu en exemple de cours (proposé en supplément, donné à chercher pour vous entraîner, mais pas corrigé entièrement). Il faut absolument savoir refaire cette partie.

La partie III proposait des petits raisonnements combinatoires de façon très détaillée pour établir deux formules.

1. Attention, les éléments de $\mathbb{R}_n[X]$ ne sont pas nécessairement de degré n. Ce sont les polynômes de degré **au plus** n.

2. Beaucoup de réponses trop approximatives.

3. Généralement correctement traitée mais quelques confusions entre composition et produit.

4. Le nombre de lignes et de colonnes d'une matrice représentant un endomorphisme de E est égal à $\dim E$. Ici E était $\mathbb{R}_n[X]$ et $\dim \mathbb{R}_n[X] = n+1$, car la base canonique de $\mathbb{R}_n[X]$ est $(1, X, ..., X^n)$ famille à $n+1$ éléments. Pour expliciter $[M]_{i,j}$, il fallait remarquer que la j-ème colonne était formée par les coefficients de $(X+1)^{j-1}$ puis expliciter ces coefficients à l'aide de la formule du binôme. Cette question a trop rarement été traitée correctement.

5. Généralement bien traitée.

6. Généralement comprise, mais problèmes de rigueur. En général, pour deux endomorphismes f et g de E, l'égalité $f \circ g = \mathrm{id}_E$ ne suffit pas à conclure que f est inversible avec $g = f^{-1}$, mais si on sait que E est de dimension finie, cela suffit. Ou si on sait déjà que f est bijective, cela suffit aussi. Il y a donc différentes façons de conclure, mais il fallait donner des arguments suffisants et précis.

7. Mêmes remarques qu'en 5) et le lien entre $M' = \mathrm{mat}_{\mathscr{B}_0}(\tau')$ et M^{-1} n'a pas été vu alors que la question 6) préparait largement cette question.

8. Traitée correctement dans une seule copie. L'écriture matricielle des $n+1$ premières égalités scalaires n'a pas été trouvée, donc le lien entre Q et M n'a pas été vu, rendant impossible la fin de la question. Les sujets de centrale proposent souvent une dernière question de partie permettant de voir si les candidats ont une vision globale des résultats établis au long de la partie et sont capables de réinvestir les questions précédentes. Il faut donc retravailler ces questions à l'aide des corrigés lorsqu'elles ne sont pas vues en DS, afin de bien se préparer aux concours.

9. Confusion très fréquente entre $\mathrm{id}_{\mathbb{R}_n[X]}$ et P. Ce sont deux objets de natures différentes. Sommer τ et un polynôme n'a aucun sens !

10. Question très classique à savoir refaire et mal réussie. Il suffisait d'expliciter $\delta(P)$ en fonction des coefficients de P à l'aide du binôme.

11. L'utilisation de Q10 pour traiter Q11 simplement n'a pas été vue. Grosse erreur rencontrée dans près de la moitié des copies : attention ! Deux sous-espaces vectoriels de même dimension ne sont pas nécessairement égaux !

12. Jamais faite proprement.

13. L'égalité $\ker(\delta^{n+1}) = \mathbb{R}_n[X]$ a été mal exploitée lorsqu'elle a été donnée. Elle se traduit tout simplement par la nullité de δ^{n+1}.

14. Le développement par le binôme de $(f+g)^k$ où f et g sont deux endomorphismes nécessite que f et g commutent, ce qui était le cas ici puisque l'un des endomorphismes était id_E qui commute avec tous les endomorphismes, mais il fallait l'écrire.

15. L'évaluation des polynômes en 0 pour obtenir l'égalité n'a pas toujours été vue (et même pas souvent été vue)

16. La définition d'une surjection n'est pas toujours correcte.

17. Une surjection est d'abord une application. Et une application définie sur $[\![1,3]\!]$ doit associer à chacun des éléments de $[\![1,3]\!]$ une image. Donc une surjection de $[\![1,3]\!]$ sur $[\![1,2]\!]$ doit se présenter sous la forme $f : 1 \mapsto ..., 2 \mapsto ..., 3 \mapsto ....$

18. Question de cours.

19. Question de cours.

20. Question de cours.

21. Question plus difficile nécessitant de construire un raisonnement combinatoire. Jamais traitée.

22. Question de cours.

23. Non comprise car confusion systématique entre $f(A) \subset B$ et $f(A) = B$.

    La fin n'a été ni abordée ni comprise.