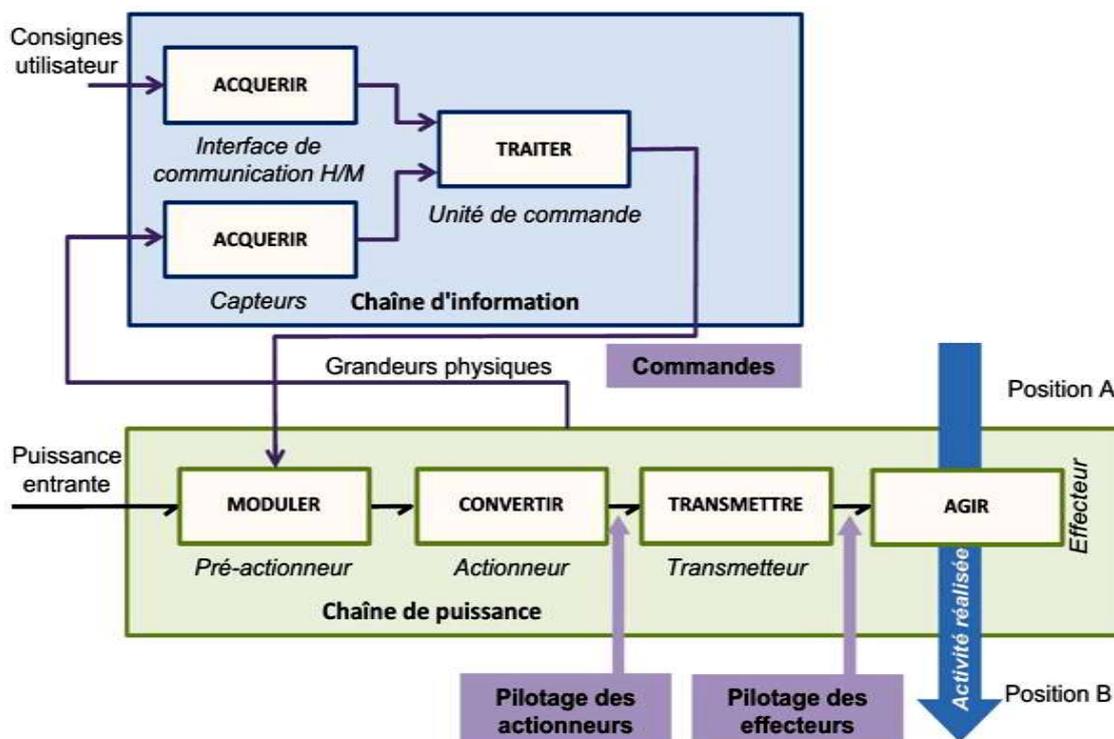


## Loi entrée-sortie cinématique d'un transmetteur

### Définition

L'objectif du cours est de définir les lois de pilotage des actionneurs à partir des lois de pilotage des effecteurs. Pour cela, il est nécessaire de modéliser le comportement cinématique des transmetteurs.



La description de la chaîne de puissance permet, pour chaque transmetteur, de définir une grandeur cinématique d'entrée (grandeur flux de la puissance d'entrée) et une grandeur cinématique de sortie (grandeur flux de la puissance de sortie).

La relation mathématique entre les grandeurs cinématiques d'entrée et de sortie est appelée loi d'entrée-sortie cinématique.

Elle caractérise le comportement cinématique du transmetteur.

Nous nous limiterons dans ce cours aux **transmetteurs linéaires**. La loi d'entrée-sortie est alors une simple relation de proportionnalité.

### Rapport de transmission des réducteurs et multiplicateurs

Puissance mécanique de rotation    Puissance mécanique de rotation



Réducteur et multiplicateur adaptent la puissance mécanique de rotation.

Le rapport de transmission est défini comme étant un rapport entre les taux de rotation de sortie,  $\omega_s$ , et d'entrée,  $\omega_e$  :

$$i = \frac{\omega_s}{\omega_e} \text{ ou } i = \frac{\omega_e}{\omega_s}$$

Pour un réducteur :  $\omega_s < \omega_e$  Pour un multiplicateur :  $\omega_s > \omega_e$

Si le rendement du transmetteur est égal à 1 on a  $\frac{P_s}{P_e} = \frac{C_s \cdot \omega_s}{C_e \cdot \omega_e} = 1 \Rightarrow \frac{C_s \cdot \omega_s}{C_e \cdot \omega_e} = 1$  si  $\frac{\omega_s}{\omega_e} = i$  alors  $\frac{C_s}{C_e} \cdot i = 1 \Rightarrow C_s = \frac{C_e}{i}$

On utilisera la lettre N lorsque le taux de rotation est en tr/mn. Appelée aussi fréquence de rotation.

Technologiquement, ces transmetteurs sont classés en deux grandes familles :

<ul style="list-style-type: none"> <li>transmission par <b>adhérence</b> :</li> </ul> Roue à friction (ex : dynamo de vélo)  Poulie-courroie lisse (ex : alternateur de voiture)	<ul style="list-style-type: none"> <li>transmission par <b>obstacle</b> :</li> </ul> Pignon-chaîne (ex : vélo)  Engrenage (ex : boîte de vitesses)
--	--

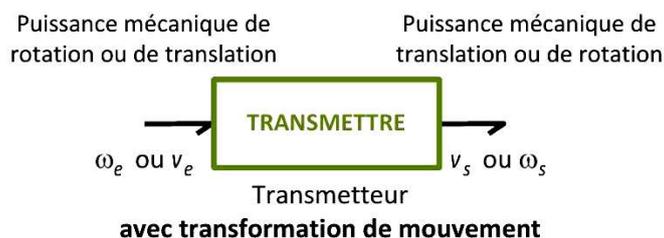
Application : **rapport de transmission** ?

Q1 Considérons un réducteur de rapport de transmission  $i=4$ . La fréquence de rotation de l'entrée est  $N_e=400$ tr/mn. Quelle est le taux de rotation de sortie en tr/mn et en rad /s ?

Q2 Considérons un multiplicateur de rapport  $i=4$ . La fréquence de rotation de sortie est  $N_s=400$  tr/min. Quelle est la fréquence de rotation d'entrée ?

### Rayon ou pas des transmetteurs avec transformation de mouvement

Les transmetteurs avec transformation de mouvement permettent de passer d'une puissance mécanique de rotation à une puissance mécanique de translation, ou inversement.



La relation cinématique relie un taux de rotation à une vitesse linéaire :  $V = k\omega$ .

V étant en m/s et  $\omega$  en rad/s, le rapport k est nécessairement homogène à une longueur.

Le tableau ci-dessous reprend les technologies classiques et donne la signification de la longueur k :

Roue - sol	Pignon - crémaillère	Poulie-courroie Pignon-chaîne	Vis-écrou
			

Systèmes caractérisés par un rayon : **roue-sol**, **pignon-crémaillère**, **poulie-courroie**

Principe du système **roue-sol** : on suppose qu'il y a adhérence entre la roue et le sol (on dit qu'il y a roulement sans glissement souvent indiqué par l'acronyme RSG). Pendant une durée  $\Delta t$ , la roue tourne d'un angle noté  $\Delta\theta$ , en radian. La longueur de l'arc de cercle formé par les points qui viennent en contact avec le sol est  $R\Delta\theta$ .

Du fait de l'adhérence avec le sol, cette distance correspond au déplacement  $\Delta x$  du point de contact J et donc à celui du centre de la roue :  $\Delta x = R\Delta\theta$ .

D'où :  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = R \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$  soit, si  $\Delta t$  est suffisamment petit :

$$V = R\omega.$$

Le système **pignon-crémaillère** fonctionne exactement sur ce principe, mais avec une transmission par obstacle.

Le système poulie-courroie peut utiliser l'adhérence, si la courroie est lisse, ou une transmission par obstacle si la courroie est crantée.

Le système pignon-chaîne utilise une transmission par obstacle.

Utiliser l'homogénéité des termes pour vérifier la relation.

Loi cinématique des systèmes avec transformation de mouvement roue-sol, pignon-crémaillère, poulie-courroie, pignon-chaîne, caractérisée par un rayon :

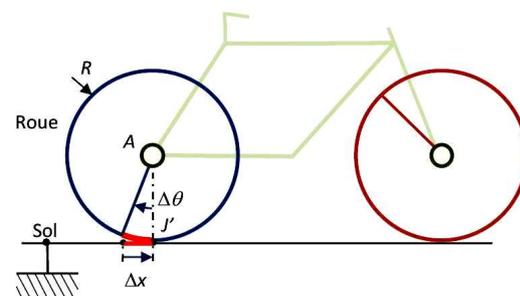
$V = R\omega$  au signe près,  $\omega$  en rad par unité de temps

Application: **transmission du TGV Atlantique.**

La transmission comprend 8 moteurs électriques, chacun associé à un réducteur de rapport  $k=2,1894$ . Les roues neuves ont un diamètre de 92 cm, 85 cm usées. La vitesse maximale en service est de 300 km/h.

Q1 Déterminer la vitesse angulaire des roues usées  $\omega_r$  à vitesse maximale de service.

Q2 Déterminer la vitesse angulaire des moteurs  $\omega_m$  ainsi que la fréquence de rotation du moteur.



Système caractérisé par un pas : **système vis-écrou**

Pour un système vis-écrou, la distance caractéristique est le **pas**  $p$ : distance parcourue par l'écrou par tour de vis

Loi entrée-sortie cinématique d'un système **vis-écrou**, caractérisée par le pas  $p$  en m/tr.

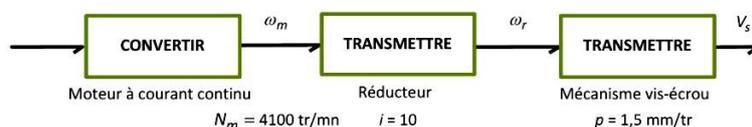
$$V = \frac{p}{2\pi} \omega \text{ au signe près, } \omega \text{ en rad par unité de temps}$$

ou

$$V = pN \text{ avec } N \text{ une fréquence de rotation en tr par unité de temps.}$$

Application : **pilote automatique**.

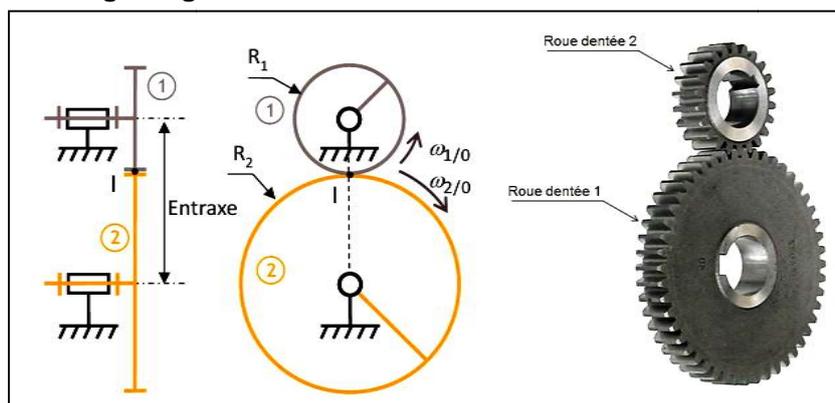
La chaîne de puissance d'un pilote automatique est constituée, entre autres, d'un moteur à courant continu, d'un réducteur de rapport de transmission  $i$  et d'un mécanisme vis-écrou de pas  $p$ . Alimenté sous 9 V, la fréquence de rotation du moteur est  $N_m = 4100 \text{ tr/mn}$ .



Q1 Déterminer la vitesse de translation de la tige du pilote automatique  $V_s$ .

Schématisation et technologie des réducteurs et multiplicateurs

Transmission par obstacle : **engrenages**



Un engrenage est constitué de deux **roues dentées** qui s'engrènent l'une avec l'autre. La géométrie de la denture impose, par obstacle, la cinématique des roues à friction correspondant aux cercles (dits primitifs) représentés sur les schémas cinématiques. La plus petite des roues dentées est appelée parfois « **pignon** » et la plus grande est appelée « **roue** » ou « **couronne** » dans le cas d'un engrenage intérieur.

Caractéristiques

**Nombres de dents** des pignons : notés  $Z_1$  et  $Z_2$

**Cercles primitifs** : Les cercles primitifs sont associés aux roues de friction équivalentes et sont tangents en un point I, lieu d'engrènement.

**Lieu d'engrènement** : En I, point de tangence des cercles primitifs, lieu d'adhérence des roues de friction équivalentes.

Utilisation Transmission de faibles et fortes puissances. Applications : de la montre à la boîte de vitesses automobile et aux éoliennes.

Rapport de transmission

L'espace entre deux dents doit être identique pour que les pignons s'engrèment correctement :

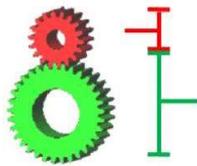
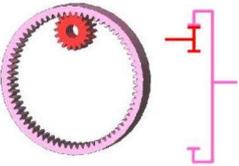
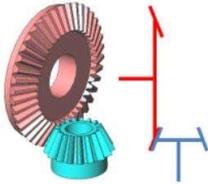
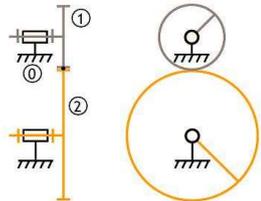
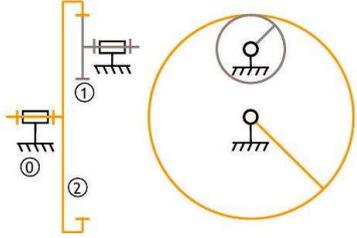
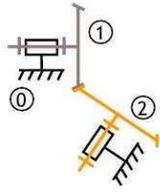
$$\frac{2\pi R_1}{Z_1} = \frac{2\pi R_2}{Z_2} \text{ d'où : } \frac{R_1}{R_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

Pour tous les engrenages:  $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \pm \frac{Z_1}{Z_2}$

- si cylindrique, contact extérieur
- + si cylindrique, contact intérieur
- à identifier ou en valeur absolue, sinon

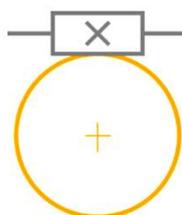
Croisement des indices:

Engrenages usuels

	Engrenage cylindrique extérieur	Engrenage cylindrique intérieur	Engrenage conique
Forme générale			
			
Axes de rotation	Parallèles	Parallèles	concourants
Signe et rapport	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = - \frac{Z_1}{Z_2} = - \frac{R_1}{R_2}$	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = + \frac{Z_1}{Z_2} = + \frac{R_1}{R_2}$	Signe dépendant des conventions

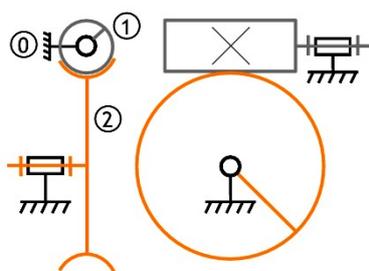
### Engrenage roue vis sans fin

Forme générale



Axes de rotation

Perpendiculaires non concourants

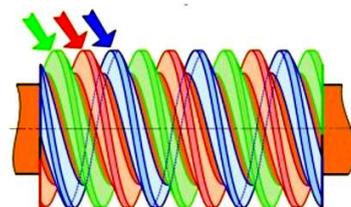


Rapport de transmission

$$\left| \frac{\omega_{\text{roue}/0}}{\omega_{\text{vis}/0}} \right| = \frac{Z_{\text{vis}}}{Z_{\text{roue}}}$$

avec  $Z_{\text{vis}}$  le nombre de filets de la vis Le signe dépend des conventions

Exemple avec 3 filets en contact

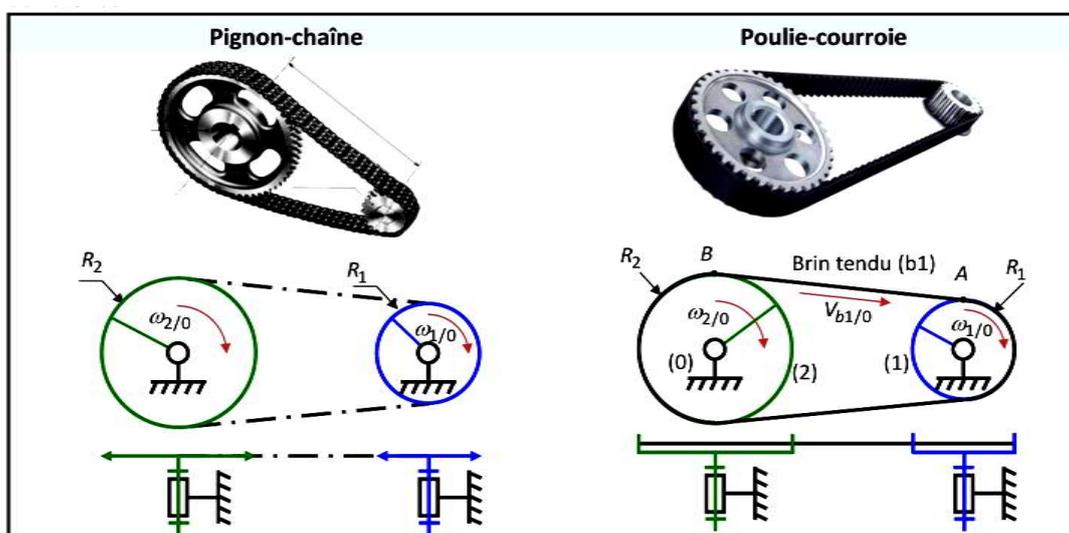


Avantages : rapport de réduction important (jusqu'à 150) et irréversibilité si nécessaire

Inconvénients : faible rendement (60%) et forte usure.

Transmission par lien flexible : pignon-chaîne et poulie-courroie

Les liens flexibles sont particulièrement avantageux lorsqu'il s'agit de transmettre un mouvement de rotation entre deux axes parallèles distants. Pour une courroie lisse, la transmission est réalisée par adhérence.



Considérons le brin supérieur (b1) de la courroie, tendu entre les 2 poulies (1) et (2) et tangent en A et B aux poulies. Pendant une durée  $\Delta t$ , les poulies tournent d'angles  $\Delta\theta_1$  et  $\Delta\theta_2$  de même signe et le brin supérieur avance d'une distance  $\Delta x$ . L'adhérence permet d'écrire :

en A:  $\Delta x = R_1 \Delta\theta_1$

et en B:  $\Delta x = R_2 \Delta\theta_2$

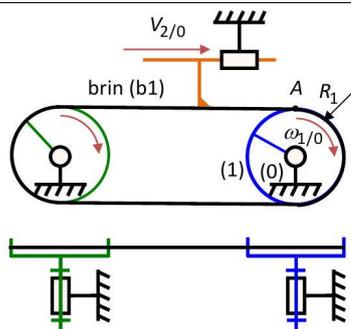
d'où  $\Delta x = R_1 \Delta\theta_1 = R_2 \Delta\theta_2$ , soit  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = R_1 \frac{\Delta\theta_1}{\Delta t} = R_2 \frac{\Delta\theta_2}{\Delta t}$ , soit  $V_{b1/0} = R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2$

Dans les transmissions par liens flexibles, les poulies ou les pignons tournent dans le même sens. Le rapport de transmission s'écrit :

$$\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{2/0}} = \frac{R_2}{R_1} \quad \nearrow \quad \text{Noter le croisement des indices.}$$

Schématisation des transmetteurs avec **transformation de mouvement**

Système poulies courroie ou pignon chaîne

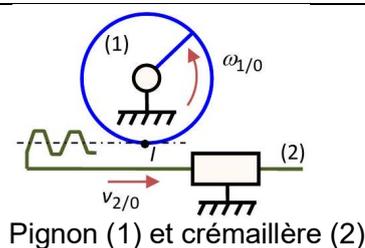


Par adhérence (si courroie lisse) ou par obstacle (si courroie crantée ou chaîne).

Réversible  $\left| \frac{v_{2/0}}{\omega_{1/0}} \right| = R_1$

Le signe dépend du paramétrage.

Système pignon crémaillère



Par obstacle (cinématique équivalente à celle d'une roue sur un sol), mais la crémaillère est généralement mobile.

Réversible

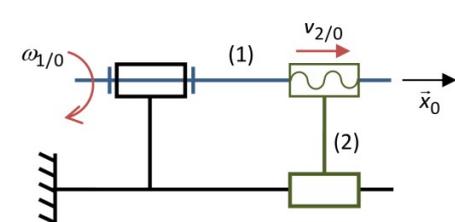
$\left| \frac{v_{2/0}}{\omega_{1/0}} \right| = R_1$  ou  $\frac{\omega_{1/0}}{v_{2/0}} = \frac{1}{R}$

Utiliser l'homogénéité des termes pour vérifier la relation.(2) ou  $\frac{\omega_{1/0}}{v_{2/0}} = \mp \frac{2\pi}{p}$ .

Utiliser l'homogénéité des termes pour vérifier la relation.

Le signe dépend du paramétrage

Système vis-écrou



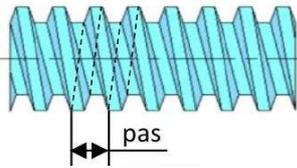
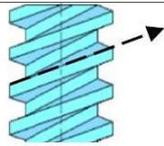
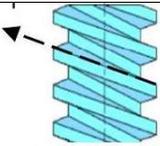
Réversible si vis-écrou à billes (billes interposées entre la vis et l'écrou).

Généralement irréversible sinon : l'entrée est associée au mouvement de rotation

$\frac{v_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \mp \frac{p}{2\pi}$  ou  $\frac{\omega_{1/0}}{v_{2/0}} = \mp \frac{2\pi}{p}$

- pour un pas à droite (cas usuel)
- + pour un pas à gauche

Un système vis-écrou permet une bonne précision du mouvement et génère des efforts qui peuvent être très importants. L'élément d'entrée est généralement la vis, de sortie l'écrou.

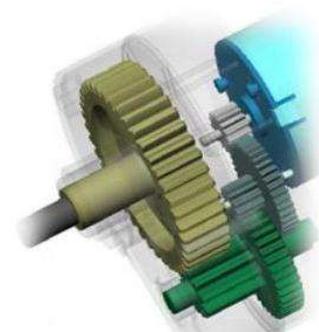
Le système vis écrou est caractérisé par :	Vis à 1 filet	
un pas p en mm/tour		
un sens, à droite (sens usuel) ou à gauche.	 <p>Pas à droite « le filet vis monte à droite »</p>	 <p>Pas à gauche « le filet vis monte à gauche »</p>

### Train d'engrenages simple

Dans un réducteur, pour augmenter le rapport de réduction, on peut associer plusieurs engrenages en série, définissant ainsi un train d'engrenages.

Lorsque toutes les roues dentées sont en liaison pivot par rapport à un même bâti, on définit un « train simple ».

Rapport de transmission d'un train d'engrenages cylindriques :



On suppose que l'une des roues d'entrée / sortie est « menante » et l'autre " menée ».

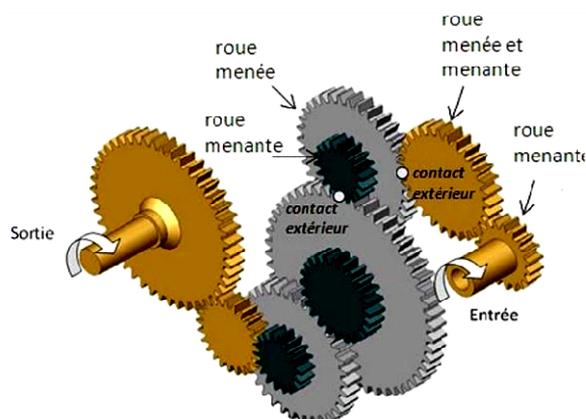
$$\frac{\omega_{\text{menée}/0}}{\omega_{\text{menante}/0}} = (-1)^n \frac{\prod Z_{\text{Rouesmenantes}}}{\prod Z_{\text{Rouesmenées}}}$$

avec n : nombre d'engrenages à contacts extérieurs

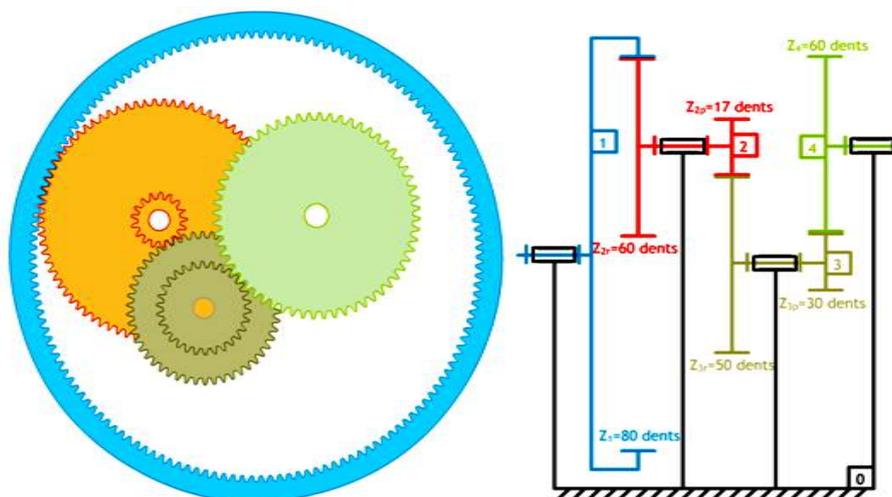
$(-1)^n$  donne le sens de rotation de la sortie par rapport à l'entrée

Dans un train d'engrenage, on qualifie de roue menante toute roue motrice lorsque l'entrée est motrice, et de roue menée toute roue réceptrice.

Si un pignon est à la fois menant et mené, son nombre de dents n'intervient pas dans le rapport de transmission, mais il peut avoir une incidence sur le signe.



Exemple : rapport de transmission d'un réducteur à train simple.



Q1 Déterminer le rapport de transmission  $i = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  On suppose que 1 est menant. L'ensemble d'entrée est la couronne (1), celui de sortie le pignon (4).

ANIMATIONS SUR LES TRANSMETTEURS LINEAIRES

Engrenages

<https://www.youtube.com/watch?v=C6pAXleOh0l>



Vis Ecrou

<https://www.youtube.com/watch?v=FtjQacSbnZ4>



Roue Dentée Vis sans Fin

<https://www.youtube.com/watch?v=G100w4Jh8iY>



Pignon Crémaillère

[https://www.youtube.com/watch?v=UnwmGjYl\\_i4](https://www.youtube.com/watch?v=UnwmGjYl_i4)



Poulie Courroie

<https://www.youtube.com/watch?v=z1UhbWo-qNA>



Train d'engrenages simples

<https://www.youtube.com/shorts/E5QkIxyE6pE>

