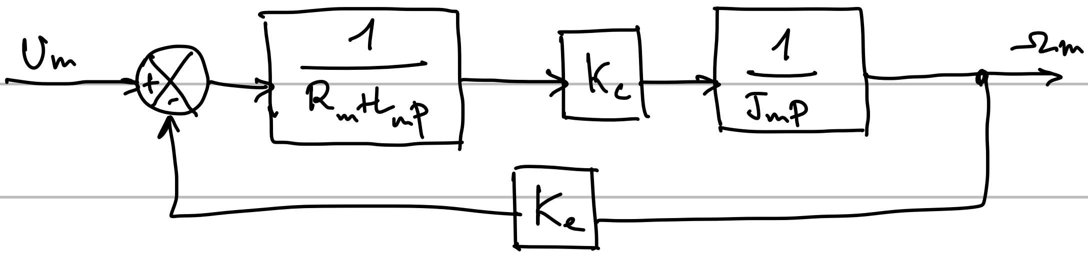
Correction du DS 4 SII MPSI PCSI

Q1 :

$$U_m - E_m = R_m I_m + L_m p I_m \qquad E_m = K_e \Omega_m$$

$$C_m = K_c I_m \qquad J_m p \Omega_m = C_m$$

Q2 :



Q3 : $$H(p) = \frac{\Omega_m}{U_m} = \frac{\dfrac{K_c}{J_m p (R_m + L_m p)}}{1 + \dfrac{K_e K_c}{J_m p (R_m + L_m p)}}$$

$$\boxed{H(p) = \frac{1/K_e}{1 + \dfrac{J_m R_m}{K_e K_c} p + \dfrac{J_m L_m}{K_c K_e} p^2}}$$

Q4 : $\boxed{K = \dfrac{1}{K_e}}$ $\qquad \boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_c K_e}{J_m L_m}}}$ $\qquad z = \dfrac{1}{2} \omega_0 \times \dfrac{J_m R_m}{K_e K_c}$

$$z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\cancel{K_c} \cancel{K_e}}{\cancel{J_m} L_m} \times \frac{J_m^{\cancel{2}} R_m^2}{K_e^2 K_c^2}} = \boxed{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{J_m R_m^2}{L_m K_e K_c}} = z}$$

Q5 : $\tau_e = \dfrac{L_m}{R_m}$ et $\tau_m = \dfrac{R_m J_m}{K_e K_c}$

On a $(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p) = 1 + (\tau_e + \tau_m) p + \tau_e \tau_m p^2$

Ce qui donne $1 + \underbrace{\tau_m\left(1+\frac{\tau_e}{\tau_m}\right)}_{\simeq\, \tau_m} p + \frac{L_m}{\cancel{R_m}} \times \frac{\cancel{R_m} J_m}{K_e K_c} p^2$

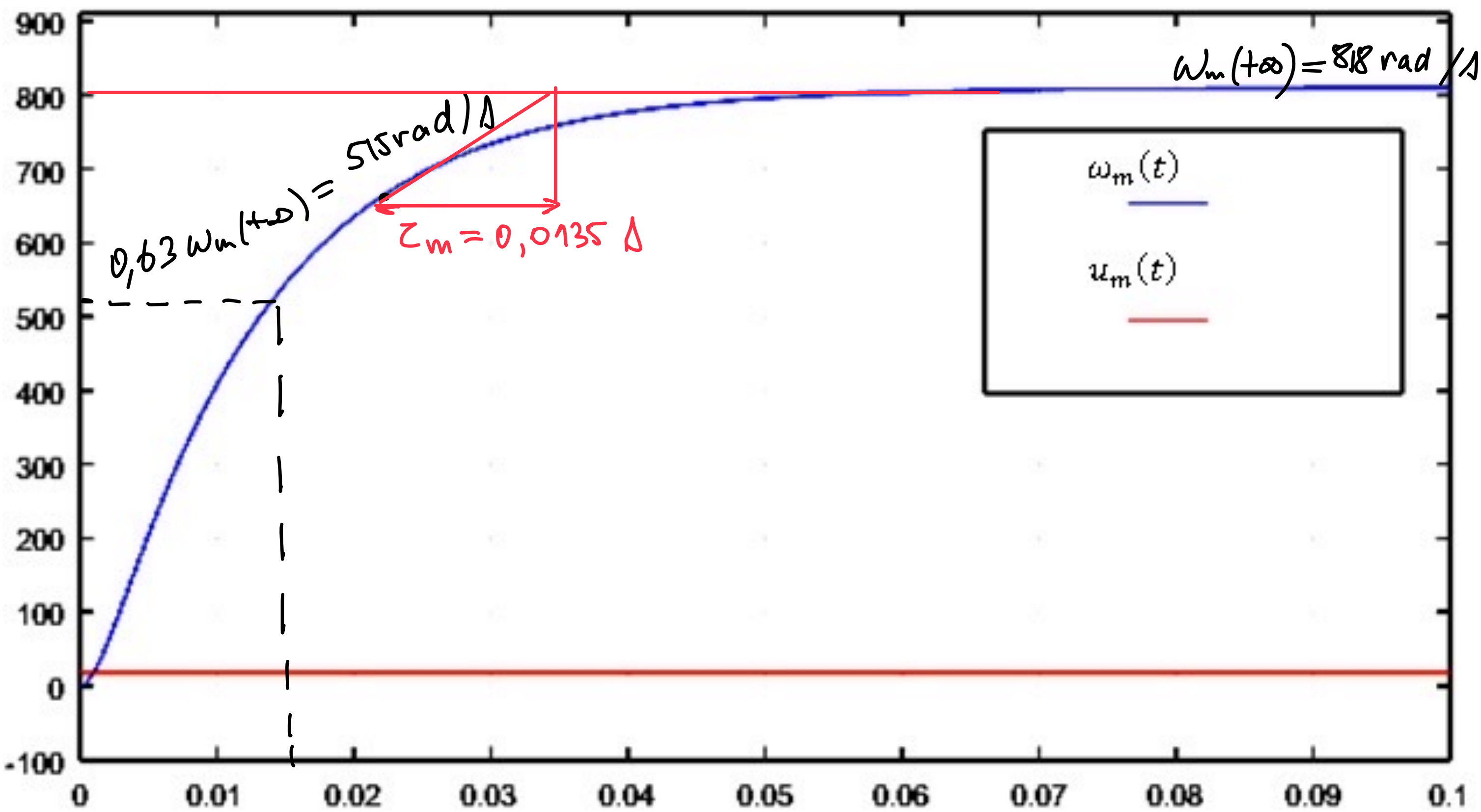
$$1 + \frac{J_m R_m}{K_e K_c} p + \frac{L_m J_m}{K_e K_c} p^2$$

On retrouve bien le dénominateur trouvé à la question Q3.

Q6: $\lim_{t\to+\infty} \omega_m = \lim_{p\to 0} p\,\Omega(p) = \lim_{p\to 0} \cancel{p} \times \frac{18}{\cancel{p}} \times \frac{K}{(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)} = 18K$

A.N. $\omega(+\infty) = 18 \times \frac{1}{0{,}022} = 818 \text{ rad/s}$

Q7 :



0,016 s

on a $\tau_m + \tau_e = 0{,}016$ s $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l}\tau_m = 0{,}0135\text{ s} \\ \tau_e = 0{,}016 - 0{,}0135 = 0{,}0025\text{ s}\end{array}}$

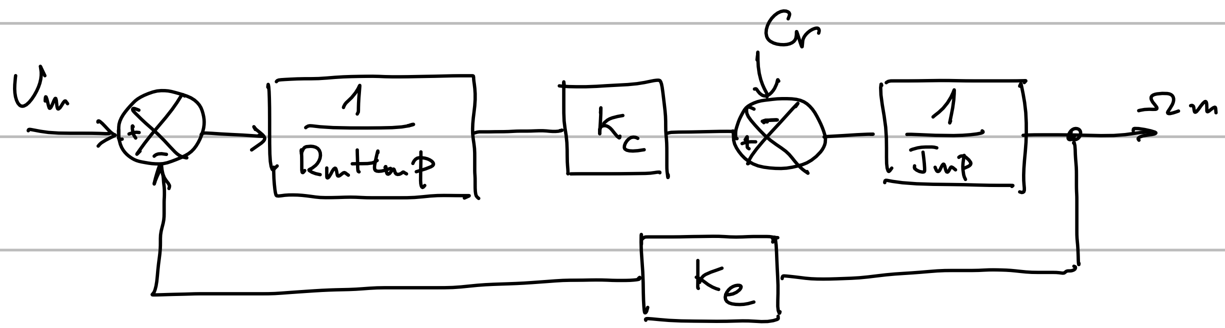
Q8 : On peut assimiler $H(p)$ à une fonction de transfert du premier ordre avec un retard de τ_e

$$\boxed{H(p) = \frac{K}{1+\tau_m p}}$$

Q9 :

Sur le graphe on a une vitesse en régime permanent qui est égale à $\underset{45\times 18}{810}$ rad/s $= \frac{810}{2\pi} \times 60 = \underline{7734 \text{ tr/min} < 8000 \text{ tr/min}}$

Q10



Q11 $F_1(p) = \left.\frac{\Omega_m}{U_m}\right|_{C_r=0} = H(p)$ $\quad F_2(p) = \left.\frac{\Omega_m}{C_r}\right|_{U_m=0}$

$$F_2(p) = \frac{-\frac{1}{J_m p}}{1+\frac{K_e K_c}{R_m+L_m p}\times\frac{1}{J_m p}} = \frac{-R_m+L_m p}{(J_m p)(R_m+L_m p)+K_e K_c}$$

Q12 : On a d'après le schéma bloc :

$$\Omega_m(p) = F(p)\left(B(p)U(p) - C_r(p)\right)$$

$$= F(p)B(p)U(p) - F(p)C_r(p)$$

$$\Rightarrow \quad F(p)B(p) = H(p) \qquad F(p) = -F_2(p)$$

Q13 : Pour la modélisation figure 10

$$\lim_{t \to +\infty} \omega_m(t) = \lim_{p \to 0} p\,\Omega_m(p) = \lim_{p \to 0} p \times \frac{1}{p} \times \frac{K \cancel{K_2} \cancel{h}}{\cancel{K_2} \cancel{h} K_{\Omega I} f} = \frac{K}{K_{\Omega I} f}$$

Pour la modélisation figure 11 :

pour $C_r = 0$ $$\lim_{t \to +\infty} \omega_m(t) = \lim_{p \to 0} p\,\Omega_m(p) = \lim_{p \to 0} p \times \frac{1}{p} \times \frac{K}{K_{\Omega I}(Jp+f)} = \frac{K}{K_{\Omega I} f}$$

On peut dire que du point de vue du régime permanent la simplification est valide puisque la valeur finale est la même.

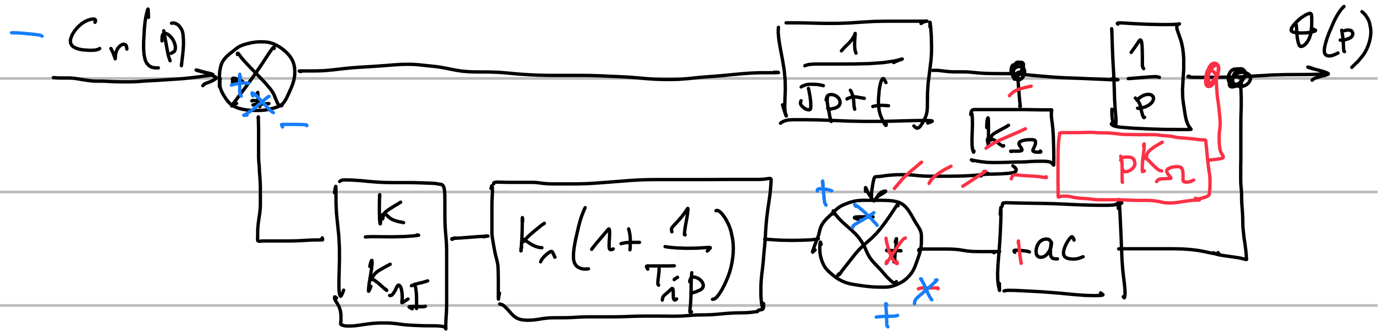
Q14 : $$\frac{\Omega}{U_{c\Omega}} = \frac{\frac{K_1 K}{K_{\Omega I}} \times \frac{1}{(Jp+f)} \times \left(\frac{T_1 p + 1}{T_1 p}\right)}{1 + \frac{K_\Omega K_1 K}{K_{\Omega I}} \times \frac{1}{(Jp+f)} \times \frac{T_1 p + 1}{T_1 p}} = \frac{K K_1 (T_1 p + 1)}{K_{\Omega I} (Jp+f) T_1 p + K_\Omega K_1 K (T_1 p + 1)}$$

Q15 $T_1 = \frac{J}{f}$ $$H_\Omega(p) = \frac{K K_1 \left(\frac{J}{f} p + 1\right)}{K_{\Omega I} (Jp+f) \frac{J}{f} p + K_\Omega K_1 K \left(\frac{J}{f} p + 1\right)}$$

$$H_\Omega(p) = \frac{K K_1}{J K_{\Omega I}\, p + K_\Omega K_1 K} = \frac{1/K_\Omega}{1 + \frac{J K_{\Omega I}}{K_\Omega K_1 K} p}$$

$$\boxed{b = \frac{1}{K_\Omega} \quad ; \quad \tau = \frac{J K_{\Omega I}}{K_\Omega K K_1}}$$

Q16



Modifications en rouge : puis modification en bleu

$$\text{d'où } \frac{\theta(p)}{-C_r(p)} = \frac{\frac{1}{p}\left(\frac{1}{Jp+f}\right)}{1+\frac{1}{p}\left(\frac{1}{Jp+f}\right)\frac{KK_1}{K_{1I}}\left(\frac{T_i p+1}{T_i p}\right)(ac+pK_\Omega)}$$

$$\text{d'où } \frac{\theta(p)}{C_r(p)} = \frac{-K_{1I}T_i p}{K_{1I}T_i p^2(Jp+f)+KK_1(T_i p+1)(ac+pK_\Omega)} =$$

Pour un échelon unitaire $C_r(p)=\frac{1}{p}$

$$\text{donc } \lim_{t\to+\infty}\theta(t) = \lim_{p\to 0} p\,\theta(p) = \lim_{p\to 0} p\times\frac{1}{p}\times H_{Cr}(p) = 0$$

le correcteur rend le système insensible à la perturbation

Q17 : $\theta = \frac{b}{p(\tau p+1)}\left(d p\,\theta_c + a(c\theta_c - c\theta)\right)$

$$\theta\left(1+\frac{bac}{p(\tau p+1)}\right) = \theta_c(dp+ac)\times\frac{b}{p(\tau p+1)}$$

$$\boxed{\frac{\theta}{\theta_c} = \frac{(dp+ac)b}{p(\tau p+1)+abc}}$$

Q18 : $\mu = \theta_c - \theta = \theta_c\left(1 - \dfrac{(dp+ac)b}{p(2p+1)+abc}\right)$

$$= \theta_c\left(\frac{p(2p+1)+abc-(dp+ac)b}{p(2p+1)+abc}\right)$$

$$= \theta_c\left(\frac{p(2p+1)\cancel{+abc}-dp\cancel{-abc}}{p(2p+1)+abc}\right)$$

$$\mu = \theta_c\left(\frac{p(2p+1-d)}{p(2p+1)+abc}\right)$$

$$\boxed{\mu_p = \lim_{p\to 0} \cancel{p} \times \frac{1}{\cancel{p}} \times \frac{p(2p+1-d)}{p(2p+1)+abc} = 0}$$

$$\boxed{\mu_v = \lim_{p\to 0} \cancel{p} \times \frac{1}{\cancel{p^2}} \times \cancel{p}\left(\frac{2p+1-d}{p(2p+1)+abc}\right) = \frac{1-d}{abc}}$$

Q19 : $\boxed{\mu_v = 0 \Rightarrow d = 1}$