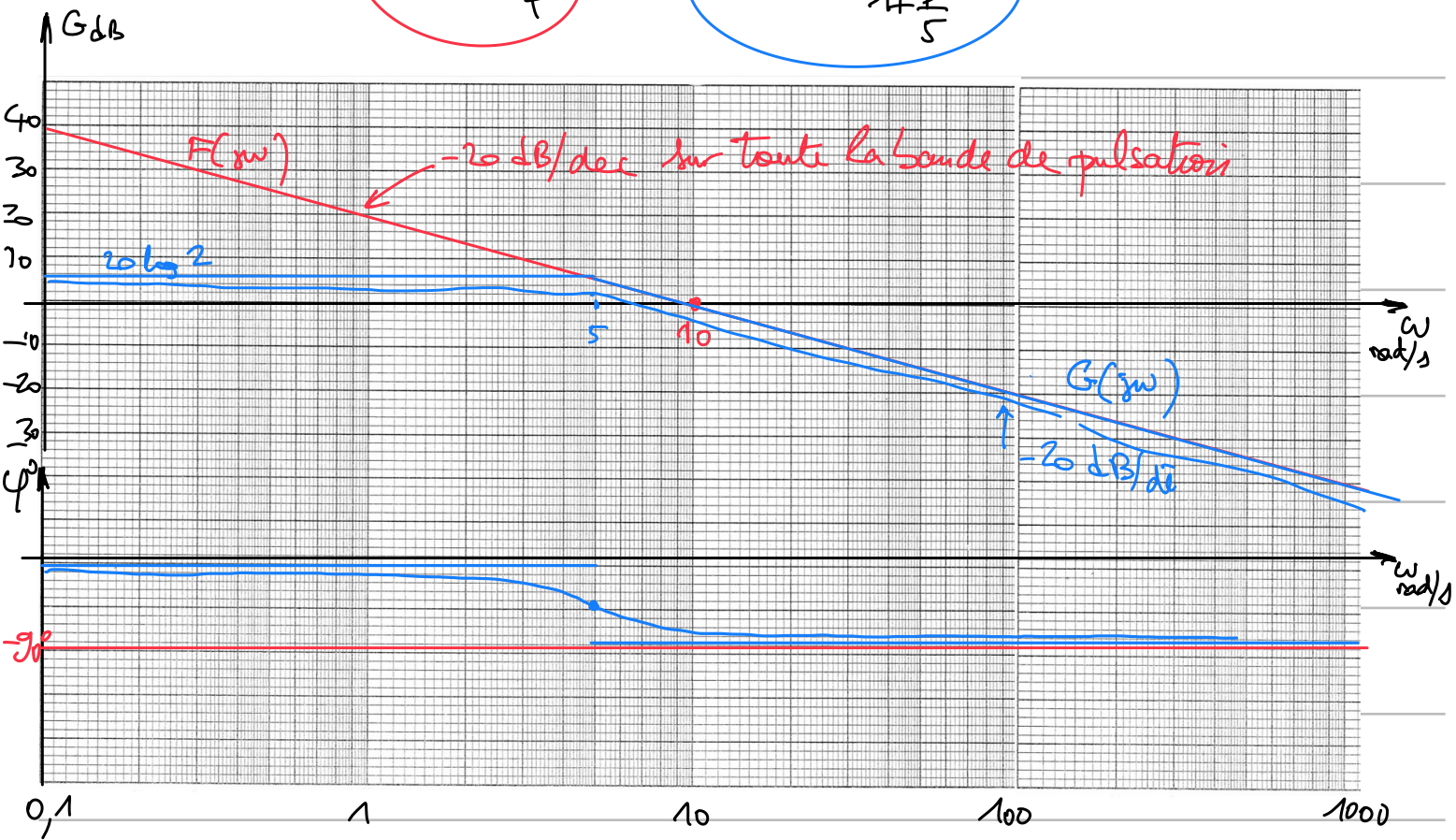


Correction du DL printemps 2025

Exercice 1

Q1 Tracé de $F(p) = \frac{10}{p}$ et $G(p) = \frac{2}{1 + \frac{p}{5}}$



Pour $\omega = 10 \text{ rad/s}$, $G_{dB}(F(\omega)) = 0 \text{ dB}$, la pente est de -20 dB/dec .

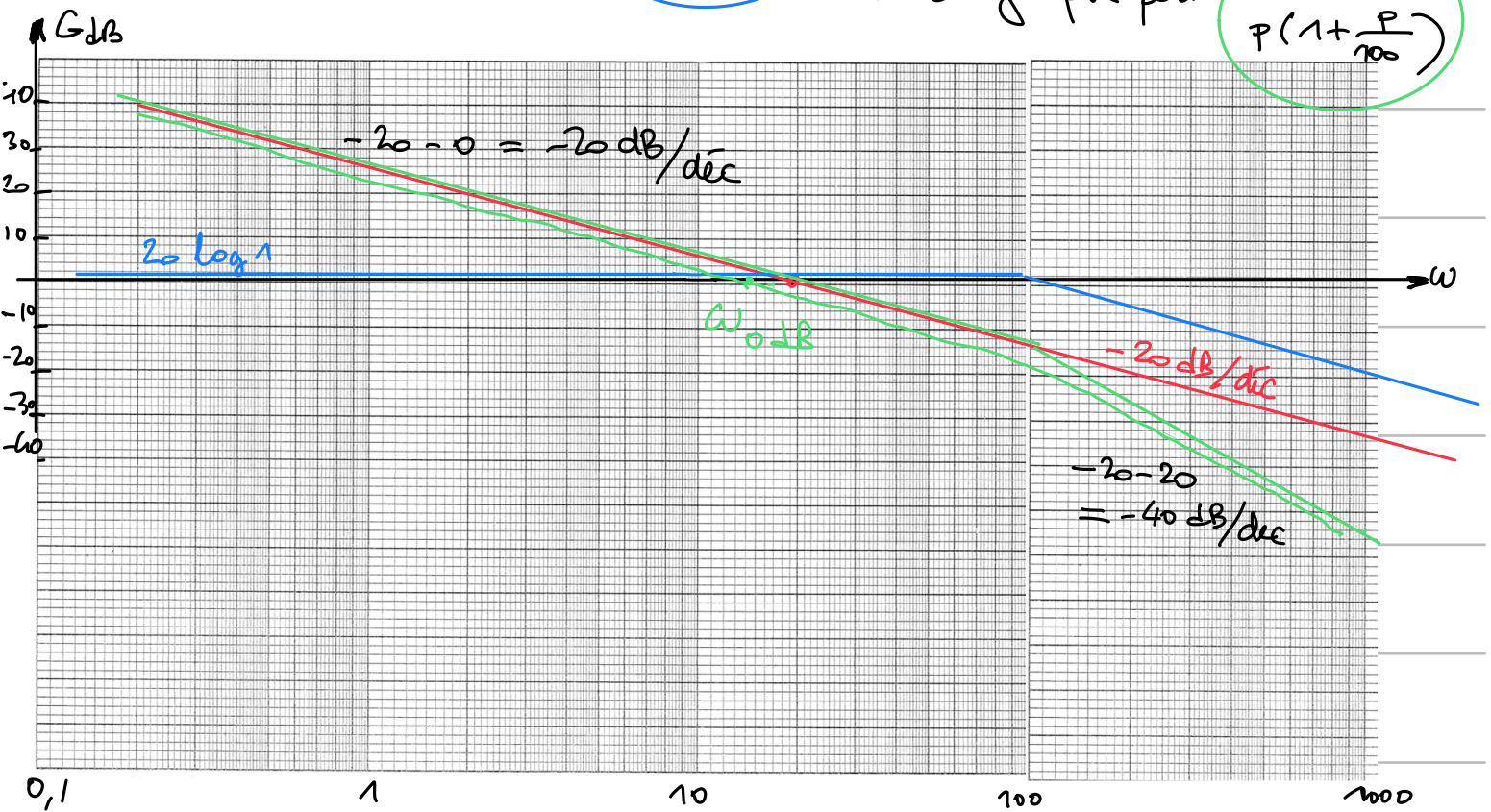
$$\omega_0 = 5 \text{ rad/s}, 20 \log k = 20 \log 2 = 6 \text{ dB}$$

Les hautes pulsations sont atténuées, le système fonctionne comme un filtre passe-bas.

$$Q2: F_2(p) = \frac{2000}{p(100+p)} = \frac{2000}{100 p(1 + \frac{p}{100})} = \frac{20}{p(1 + \frac{p}{100})}$$

On va tracer dans un premier temps le diagramme de

Bode de $\frac{20}{p}$ puis de $\frac{1}{1 + \frac{p}{100}}$ puis on fait la somme des deux graphes pour $\frac{20}{p(1 + \frac{p}{100})}$



graphiquement $\omega_{0dB} > 15 \text{ rad/s}$ $\omega_{0dB} < 20 \text{ dB}$

on cherche algébriquement ω_{0dB}

$$0 = 20 \log \left| \frac{2000}{j\omega(j\omega + 100)} \right| \Rightarrow \left| \frac{2000}{j\omega(j\omega + 100)} \right| = 1$$

$$\omega^2 (100^2 + \omega^2) - 2000^2 = 0$$

$$+\omega^4 + \omega^2 \times 10^4 - 2000^2 = 0$$

$$\omega^4 + 10^4 \omega^2 - 2000^2 = 0$$

$$\Delta = 10^8 + 4 \times 2000^2 = 10770^2$$

$$\Rightarrow X_1 = 385 \Rightarrow \omega_{0dB} = \sqrt{385} = 19,6 \text{ rad/s.}$$

$$\text{Alors } \varphi(\omega_{0dB}) = \text{Arg} \left(\frac{2000}{19,6j(19,6j + 100)} \right) = 0 - \text{Arg}(19,6 \times 100j - 19,6 \times 19,6) = -\text{Arctan} \left(\frac{-100}{19,6} \right) = 78,9^\circ$$

$$Q3 \quad F(p) = \frac{1000(2+p)}{p(1000+p)} = \frac{1000}{p} \times 2 \times \left(1 + \frac{p}{2}\right) \times \frac{1}{1000 \left(1 + \frac{p}{1000}\right)}$$

$$F(p) = \left(\frac{2}{p}\right) \left(1 + \frac{p}{2}\right) \times \frac{1}{1 + \frac{p}{1000}}$$

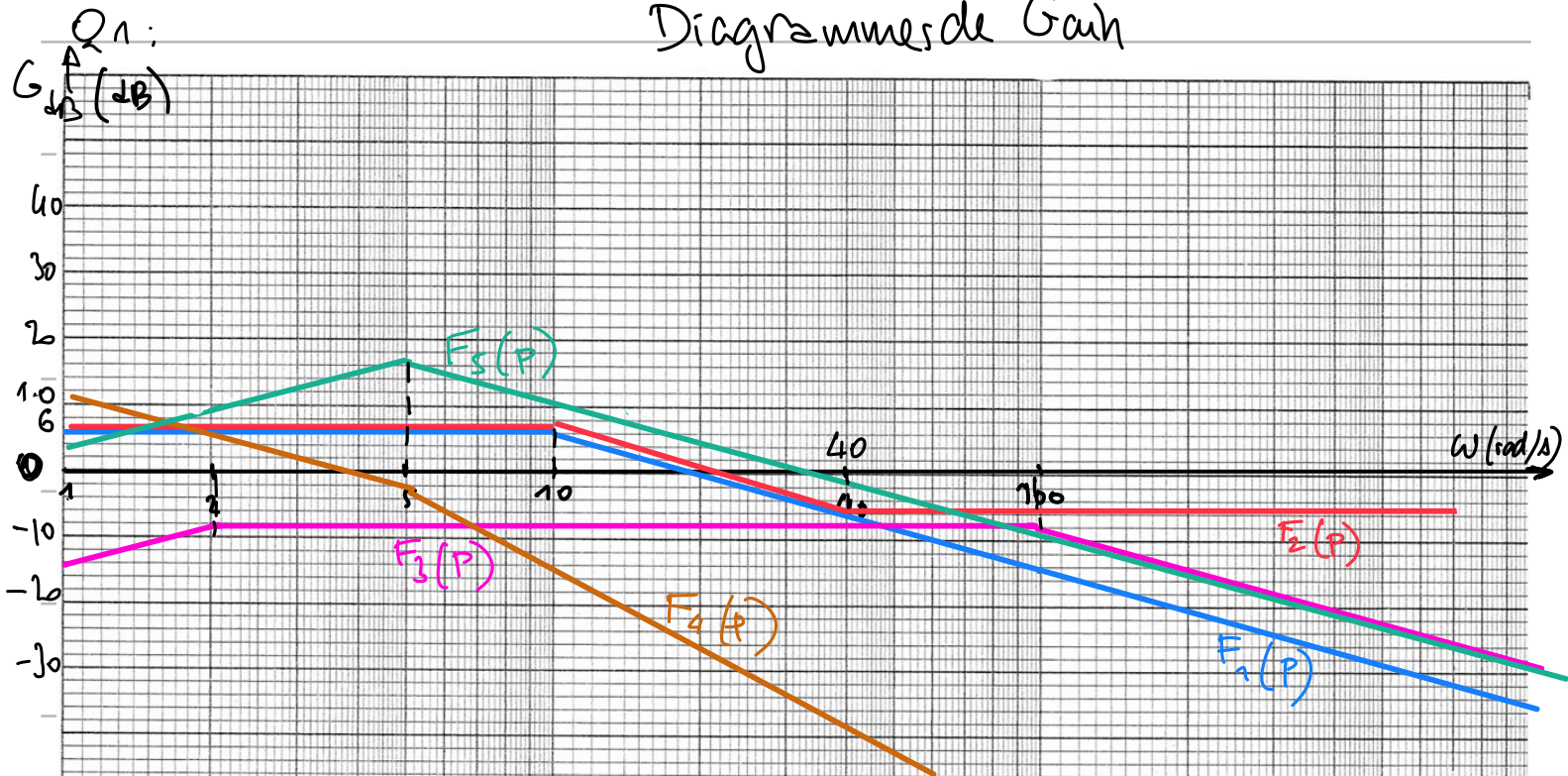
- $\Rightarrow -20 \text{ dB}$ sur toute la bande de pulsation

- $\Rightarrow \omega_0 = 2 \text{ rad/s}$ $+20 \text{ dB/déc}$ pour $\omega > \omega_0$

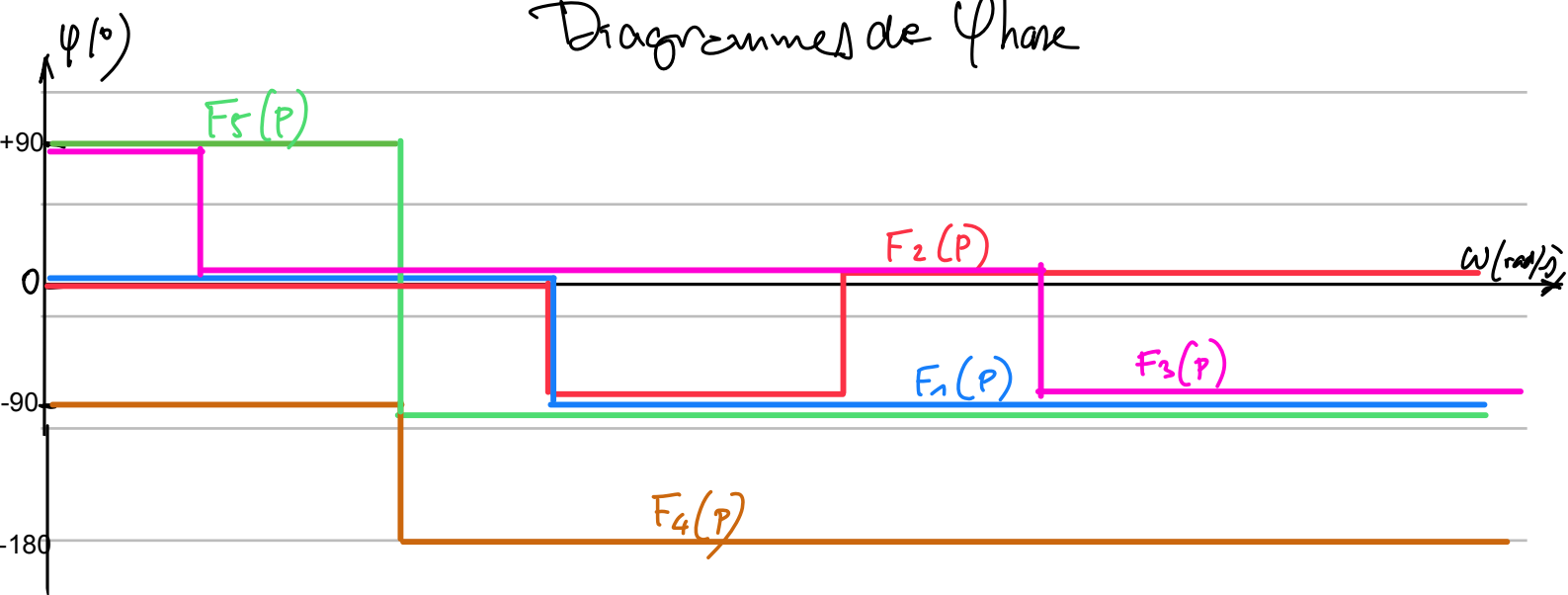
- $\Rightarrow \omega_0 = 1000 \text{ rad/s}$ -20 dB/déc pour $\omega > \omega_0$

Exercice 2

Diagrammes de Gain



Diagrammes de Phase

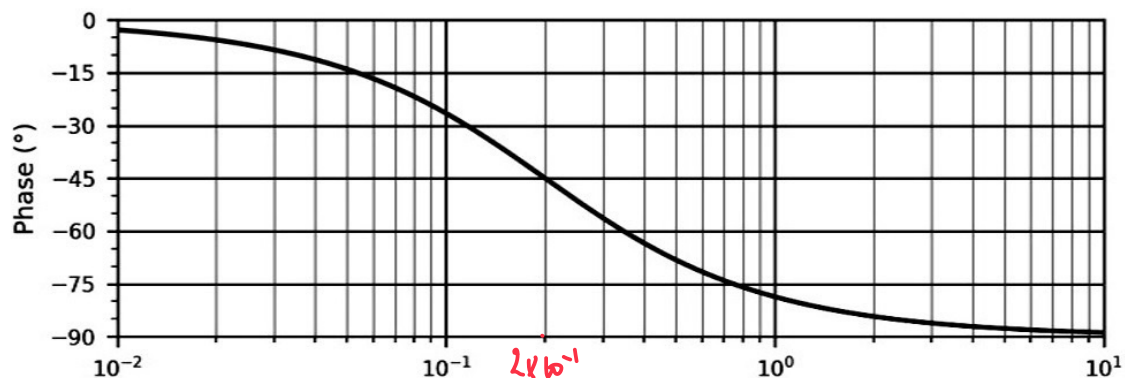
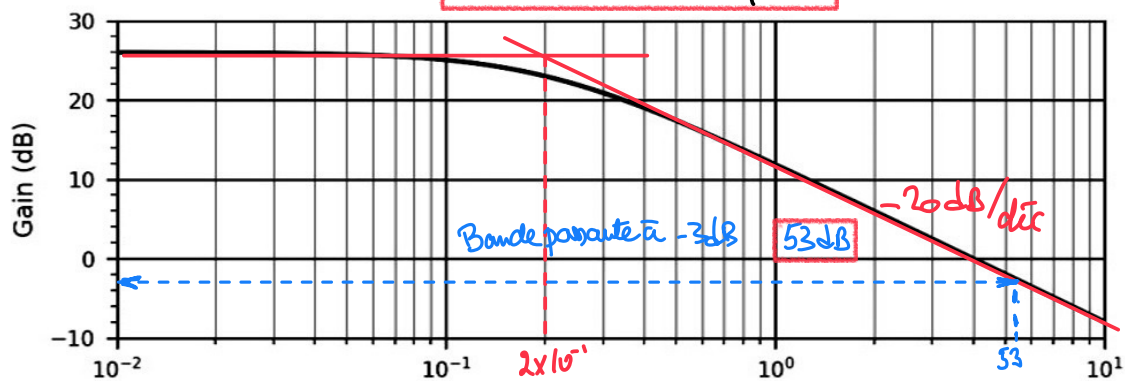


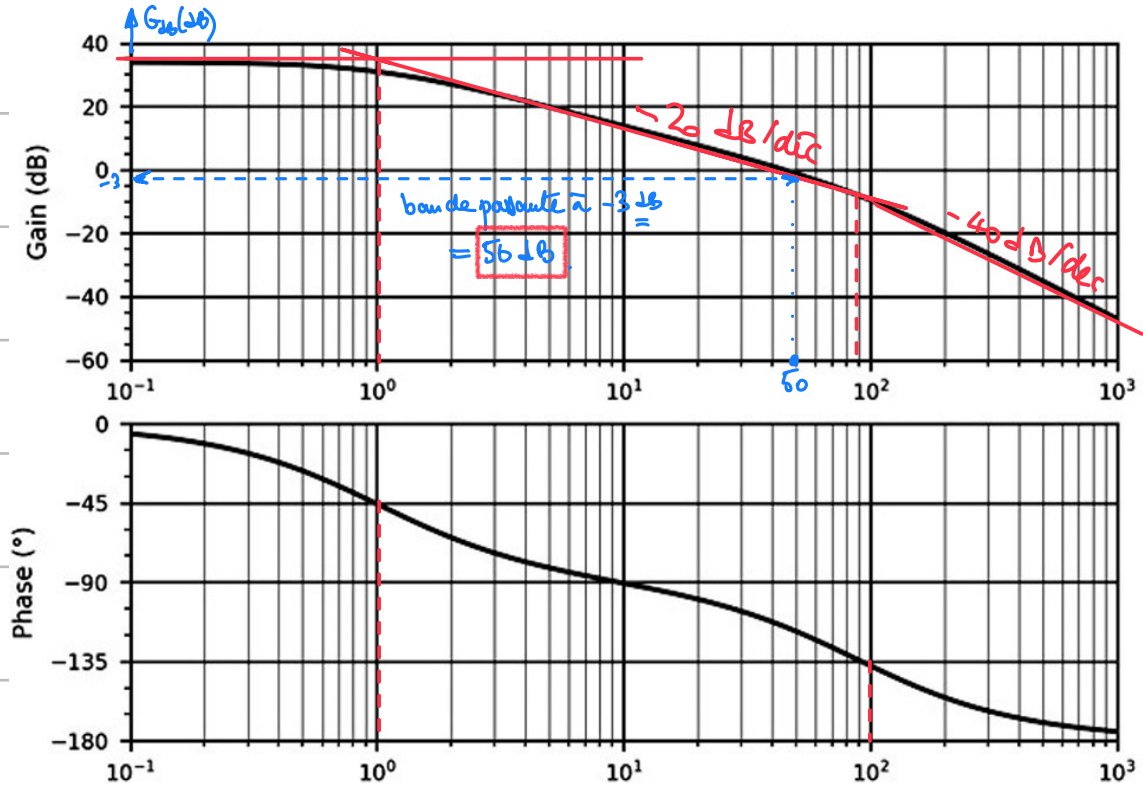
Exercice 2 bis

Fonction DE TRANSFERT du 1^{er} ORDRE

$$\omega_0 = \frac{1}{z} = 0,2 \Rightarrow z = 5 \quad 20 \log K = 26 \Rightarrow K = 10^{26/20} = 19,95$$

d'où
$$F(p) = \frac{19,95}{1 + 5p}$$





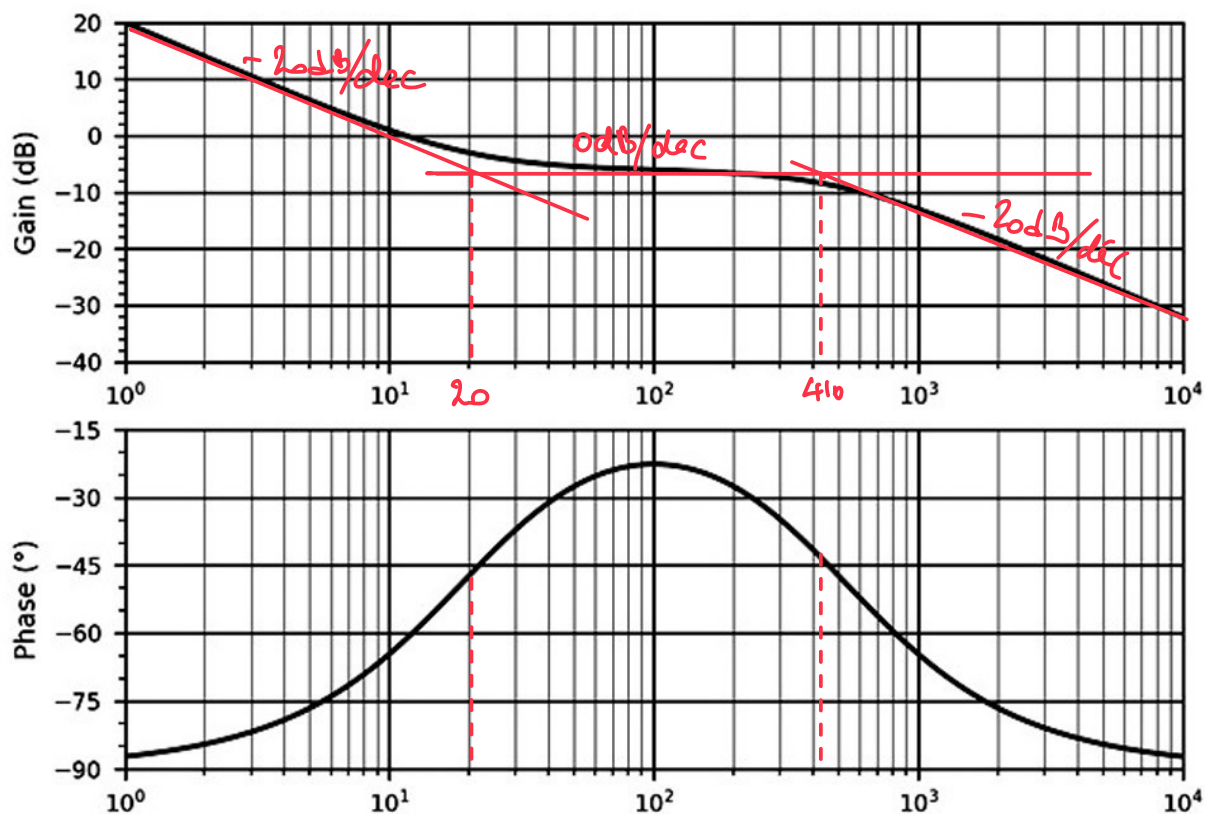
2^{ème} ordre, produit de 2 premier ordre.

$$K = 10^{34/20} = 50$$

$$\omega_{01} = 1 \text{ rad/s} \Rightarrow z_1 = 1 \text{ s}$$

$$\omega_{02} = 90 \text{ rad/s} \Rightarrow z_2 = 0,011 \text{ s}$$

$$H(p) = \frac{50}{(1+0,011p)(1+p)}$$



Sur l'intervalle $\omega < 2 \text{ rad/s}$, on a l'asymptote d'un intégrateur pur (-20 dB/déc) de type $\frac{10}{p}$ (le gain est nul pour $\omega = 10 \text{ rad/s}$)

$2 \text{ rad/s} \leq \omega < 410 \text{ rad/s}$ on a l'inverse d'un premier ordre de pulsation de coupure 2 rad/s de gain $1 + \frac{1}{20}p$ qui s'ajoute à l'intégrateur

enfin pour $\omega \geq 410 \text{ rad/s}$ on a un premier ordre de pulsation de coupure 410 rad/s $\frac{1}{1 + \frac{p}{410}}$

la fonction de transfert est donc

$$H(p) = \frac{10(1 + 0,05p)}{(1 + 2,43 \times 10^{-3}p)}$$

Q2: Graphiquement on détermine le bande passante à -3 dB

sur le 2 premiers modèle (voir sur les graphes ci-dessus)

On rappelle que -3 dB correspond à un affaiblissement de $1 - 10^{-3/20} = 1 - 0,7 = 0,3$ (30%)

Exercice 3: $F_4(p) = \frac{3/2}{1 + \frac{0,1}{2}p + 0,01p^2} \Rightarrow \underline{\omega_0 = \left(\frac{1}{0,01}\right)^{0,5} = 10}$

$\underline{k = 1,5} \quad \frac{2z}{\omega_0} = 0,05 \Rightarrow \underline{z = \frac{0,05 \times 10}{2} = 0,25 < 1}$

la surtension vaut $20 \log \frac{1,5}{2 \times 0,25 \sqrt{1 - 0,25^2}} = \underline{3,8 \text{ dB}}$

$F_6(p) = \frac{1}{2(1 + \frac{p}{2}) \times 2(1 + \frac{4p}{2} + \frac{10}{2}p^2)} = \frac{0,25}{\underbrace{(1 + \frac{p}{2})}_{\text{pink circle}} \underbrace{(1 + 2p + 5p^2)}_{\text{yellow circle}}}$

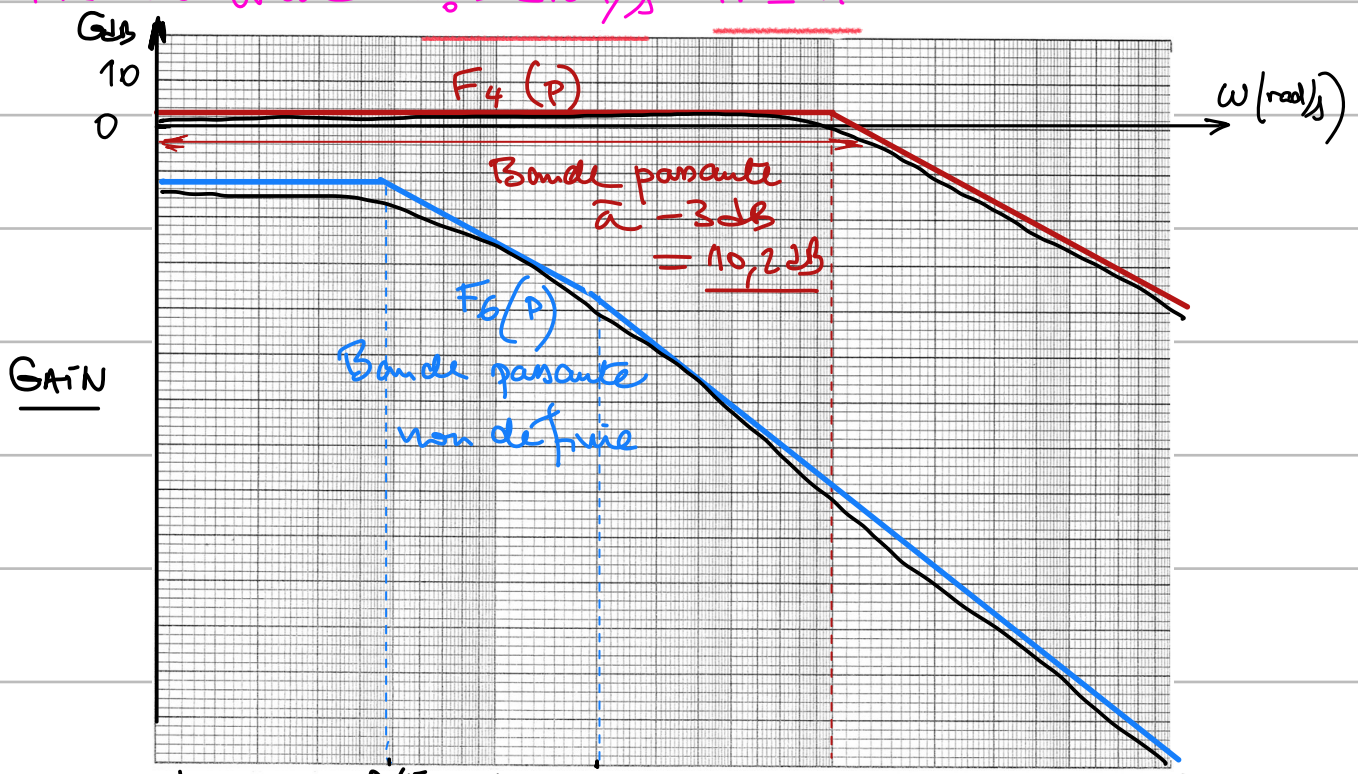
Second ordre $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{5}} = \underline{0,45 \text{ rad/s}}$

$\frac{2z}{\omega_0} = 2 \Rightarrow \underline{z = \omega_0 = 0,45 \text{ rad/s}}$

$\underline{K = 0,25}$

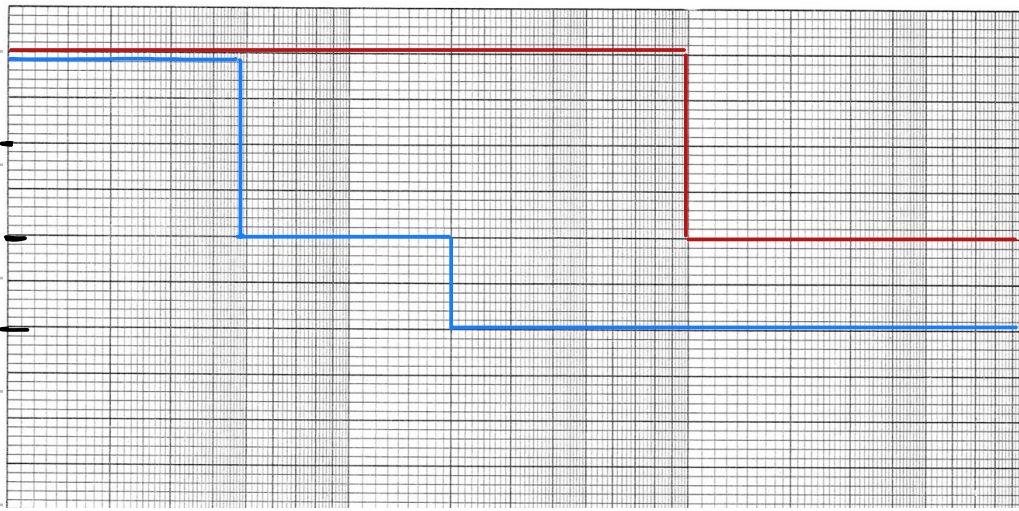
Sur tension = $20 \log \frac{0,25}{2 \times 0,45 \sqrt{1 - 0,45^2}} = \underline{-10,14 \text{ dB}}$

Premier ordre $\omega_0 = 2 \text{ rad/s} \quad \underline{K = 1}$

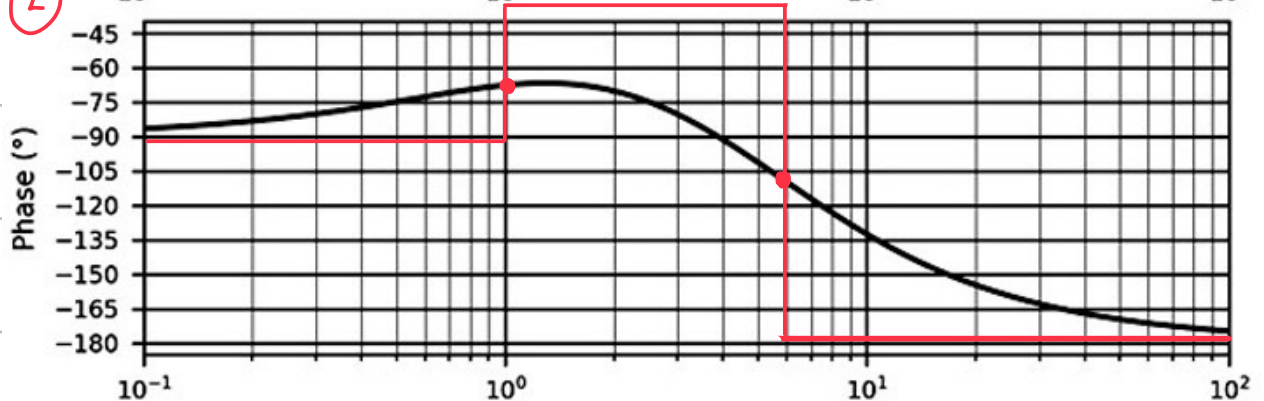
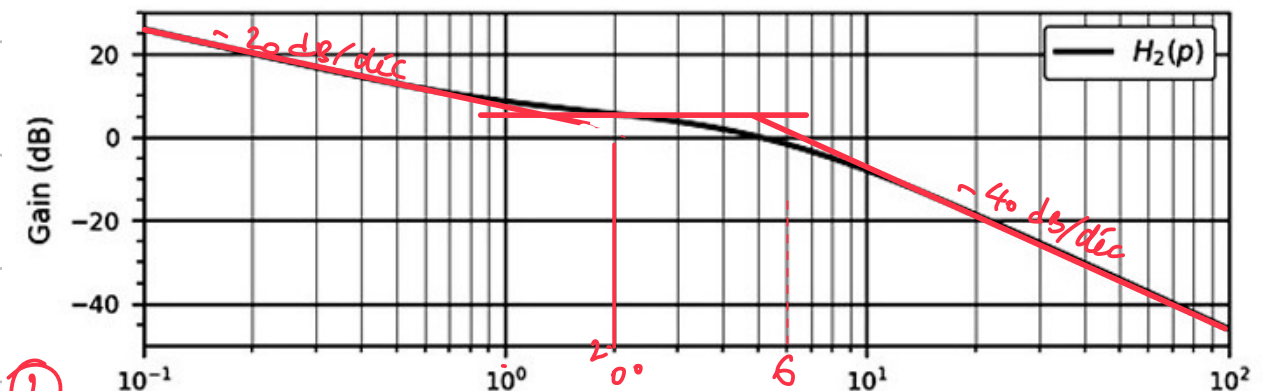
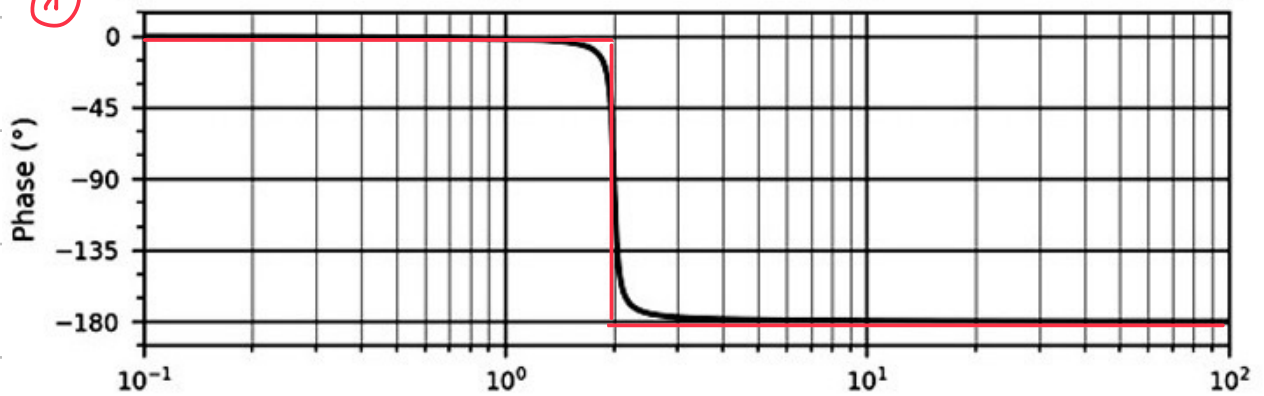
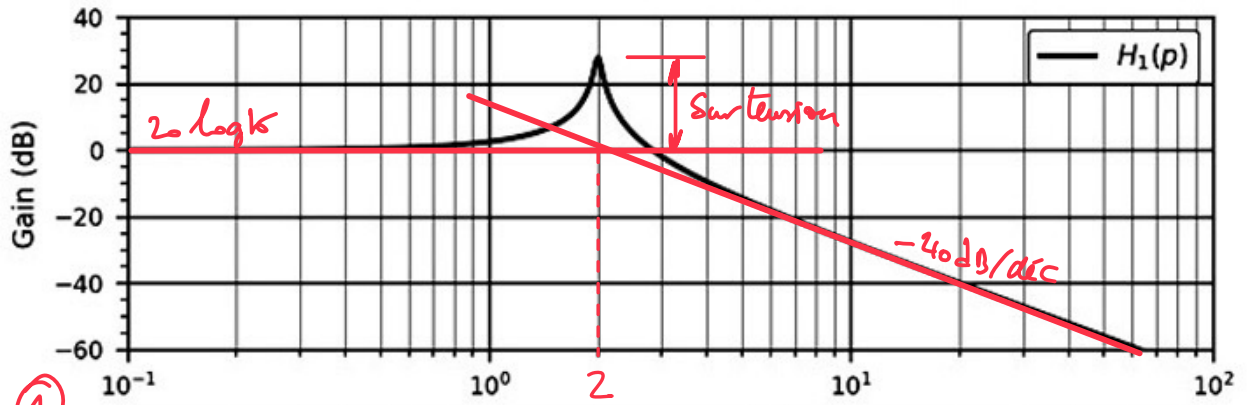


PHASE

0
-90°
-180°
-270°



EXERCICE 4



Pour la réponse fréquentielle (1), on a une fonction de transfert du 2nd ordre avec résonance.

$$20 \log K = 0 \Rightarrow K = 1$$

$$20 \log \left(\frac{K}{2z \sqrt{1-z^2}} \right) = 28 \text{ dB} = 20 \log \left(\frac{1}{2z \sqrt{1-z^2}} \right)$$

$$\frac{1}{2z \sqrt{1-z^2}} = 10^{28/20} = 25 \Leftrightarrow 1 = 50z \sqrt{1-z^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 = 2500 z^2 (1-z^2)$$

$$\text{en posant } x = z^2 \text{ on a } 2500x^2 - 2500x + 1 = 0$$

$$\Delta = (2500)^2 - 4 \times 2500 = 6240000 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 2498$$

$$\Rightarrow z = 0,99 \text{ ou } z = 0,03$$

on retient $z = 0,03 < 0,7 \Rightarrow$ système

$$\omega_0 \simeq \omega_n = 2 \text{ rad/s} \Rightarrow$$

$$H_1(p) = \frac{1}{1 + \frac{2 \times 0,03}{2} p + \frac{p^2}{4}}$$

$$H_1(p) = \frac{1}{1 + 0,03p + 0,25p^2}$$

Pour la réponse fréquentielle (2)

Pour les basses pulsations on a un comportement

d'intégrateur pur (-20 dB/déc), qui s'annule pour $\omega = 2 \text{ rad/s}$

donc on a: $\frac{2}{p}$, puis pour $\omega > 1$ on tend vers une asymptote horizontale, on a donc un inverse de 1^{er} ordre de type $(1+p)$

Puis pour $\omega > 6 \text{ rad/s}$ on a une asymptote de -40 dB/déc donc un 2nd ordre ayant $\omega_0 = 6 \text{ rad/s}$ (abscisse du point d'inflexion sur le diagramme de phase)

il n'y a pas de zéro on suppose un $z=1$,

d'où

$$H_2(p) = \frac{2}{p} \frac{p+1}{1 + \frac{2 \times 1}{6} p + \frac{p^2}{36}} = \frac{2(p+1)}{p(1 + 0,33p + 0,027p^2)}$$

Fin

