Correction du TD stabilité d'une brouette de pieux

Q1) Si on isole le système S_3 et qu'on considère l'ensemble à l'équilibre, le théorème de la résultante statique projeté sur $\vec{z}$ donne une relation entre le poids de S_3, F_{sol} et F_w. Si on connaît le poids de S_3 on peut en déduire F_{sol} en fonction de F_w

Q2) On isole l'ensemble $\Sigma = \{S_1, S_2, S_3\}$:

B.A.M.E : $\vec{F_d}$; $\vec{F_g}$; $\vec{P}$ (poids de l'ensemble Σ ; $\vec{F_{sol}}$

Appliquons le PFS en O au système Σ

Théorème de la Résultante : $\vec{F_d} + \vec{F_g} + \vec{P} + \vec{F_{sol}} = \vec{0} = \vec{R}$

Théorème du Moment en O : $\vec{M}_{O,\vec{F_d}} + \vec{M}_{O,\vec{F_g}} + \vec{M}_{O,\vec{P}} + \vec{M}_{O,\vec{F_{sol}}} = \vec{0} = \vec{M}$

$\vec{R} \cdot \vec{z}$ $\quad F_d + F_g - Mg + F_{sol} = 0$ (1)

$$\vec{M} = \vec{OJ} \wedge \vec{F_d} + \vec{OI} \wedge \vec{F_g} + \vec{OG} \wedge \vec{P} + \vec{OF} \wedge \vec{F_{sol}} = \vec{0}$$

$$= a\vec{x} \wedge F_d \vec{z} - a\vec{x} \wedge F_g \vec{z} + (r\vec{x_2} + z_G \vec{z}) \wedge (-Mg\vec{z}) + R\vec{x_2} \wedge F_{sol}\vec{z} = \vec{0}$$

$$= -aF_d \vec{y} + aF_g \vec{y} + rMg\vec{y_2} - RF_{sol}\vec{y_2} = \vec{0}$$

or $\vec{y_2} = -\sin\theta \vec{x} + \cos\theta \vec{y}$

$$\vec{M} = a(F_g - F_d)\vec{y} + (rMg - RF_{sol})(-\sin\theta \vec{x} + \cos\theta \vec{y}) = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \vec{M} \cdot \vec{x} = (-rMg + RF_{sol})\sin\theta = 0 \quad (2) \\ \vec{M} \cdot \vec{y} = a(F_g - F_d) + (rMg - RF_{sol})\cos\theta = 0 \quad (3) \end{cases}$$

(3) + a × (1) donne $a(F_g - F_d) + (r M g - R F_{sol})\cos\theta$

$+ a(F_d + F_g) - a M g + a F_{sol} = 0$

$= 2a F_g + Mg(r\cos\theta - a) + F_{sol}(a - R\cos\theta) = 0$

d'où $\boxed{F_g = \frac{F_{sol}}{2a}(R\cos\theta - 1) + \frac{Mg}{2a}(a - r\cos\theta)}$

de même en faisant a × (1) − (3) on obtient

$a F_d + \cancel{a F_g} + a F_{sol} - a M g + a F_d - \cancel{a F_g} - r M g \cos\theta + R F_{sol}\cos\theta = 0$

$\boxed{F_d = -\frac{F_{sol}}{2a}(a + R\cos\theta) + \frac{Mg}{2a}(a + r\cos\theta)}$

Q3 : La limite du basculement à droite est donné par $F_g = 0$

Si $F_{sol} = 0$ cela donne $F_g = 0 = \frac{Mg}{2a}(a - r\cos\theta)$

$\Rightarrow \boxed{a = r\cos\theta}$

Il faut que la coordonnée sur $\vec{x}$ de G reste inférieure à a pour que l'engin ne bascule pas.

b% représente le pourcentage de la proximité de la position critique de basculement.

On sait que si $a = r\cos\theta$ b% = 100% (puisque cela bascule !)