

Q1 $\vec{OE} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BE}$

$= a\vec{x}_0 + b\vec{x}_1 + c\vec{x}_3 = a\vec{x}_0 + b(\cos\theta_{10}\vec{x}_0 + \sin\theta_{10}\vec{x}_1) + c(\cos\theta_{30}\vec{x}_0 + \sin\theta_{30}\vec{x}_1)$

or $\vec{OE} = x_E\vec{x}_0 + y_E\vec{x}_1$ ce qui donne :

$$\begin{aligned} x_E &= a + b \cos \theta_{10} + c \cos \theta_{30} \\ y_E &= b \sin \theta_{10} + c \sin \theta_{30} \end{aligned}$$

d'où
$$\begin{cases} \cos \theta_{30} (x_E - a - b \cos \theta_{10}) = c \sin \theta_{30} = y_E - b \sin \theta_{10} \end{cases}$$

Q3
$$\begin{cases} c^2 \cos^2 \theta_{30} = (x_E - a - b \cos \theta_{10})^2 & (1) \\ c^2 \sin^2 \theta_{30} = (y_E - b \sin \theta_{10})^2 & (2) \end{cases}$$

(1)+(2) donne :

$$c^2 = (x_E - a - b \cos \theta_{10})^2 + (y_E - b \sin \theta_{10})^2$$

en développant on obtient :

$$c^2 = (x_E - a)^2 - 2(x_E - a)b \cos \theta_{10} + b^2 \cos^2 \theta_{10} + y_E^2 - 2y_E b \sin \theta_{10} + b^2 \sin^2 \theta_{10}$$

$$\Leftrightarrow c^2 - (x_E - a)^2 - y_E^2 - b^2 = -2(x_E - a)b \cos \theta_{10} - 2y_E b \sin \theta_{10}$$

$$(x_E - a)^2 + y_E^2 + b^2 - c^2 = 2(x_E - a)b \cos \theta_{10} + 2y_E b \sin \theta_{10}$$

Q4
$$A \cos \theta_{10} + B \sin \theta_{10} = C$$
 peut s'écrire $\sqrt{A^2 + B^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \theta_{10} + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \theta_{10} \right) = C$

on a bien $\tan \varphi = \frac{B}{A}$ et $\cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ et $\sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

d'où $\sin \varphi \cos \theta_{10} + \cos \varphi \sin \theta_{10} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{C}$

$\sin(\varphi + \theta_{10}) = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{C}$

Q5 $\varphi + \theta_{10} = \arcsin \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{C}$ d'où $\theta_{10} = \arcsin \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{C} - \varphi$

$\theta_{10} = \arcsin \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{C} - \arctan \frac{B}{A}$

$$\theta_{30} = \text{Arcsin} \left[\frac{(x_E - a)^2 + y_E^2 + b^2 - c^2}{2b \sqrt{(x_E - a)^2 + y_E^2}} \right] - \text{Arcsin} \left(\frac{y_E}{x_E - a} \right)$$

Q6 D'après une des équations de la question 1 on obtient :

$$\sin \theta_{30} = \frac{y_E - b \sin \theta_{10}}{c}$$

$$\text{d'où } \theta_{30} = \text{Arcsin} \left(\frac{y_E - b \sin \theta_{10}}{c} \right)$$

Q9. Le système a une réponse qui converge vers une valeur constante (35m) $\Rightarrow$ le système est stable (calcul des changements de valeur)

Erreur statique = 35 - 35 = 0 $\Rightarrow$ système précis. (calcul des changements de valeur)

$K_{2\%} = 15,7 > 20,1$ (calcul des changements de valeur).

Pas de dépassement (calcul des changements de valeur)

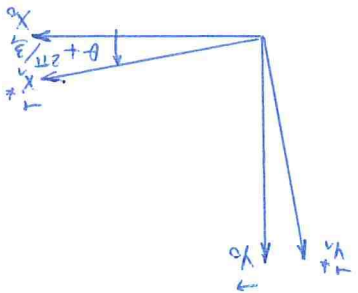
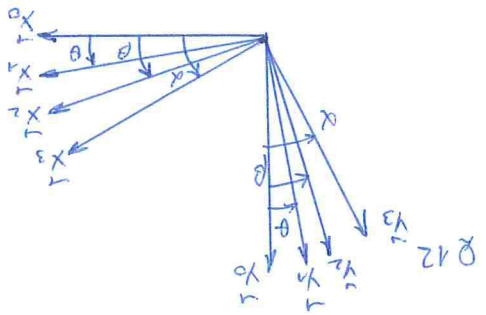
Q10. Le système a une réponse qui converge vers une valeur constante (30m) $\Rightarrow$ le système est stable (calcul des changements de valeur)

Erreur statique 35 - 30 = 5m. Erreur % = $\frac{5}{35} = \frac{1}{7} = 14,3\% > 10\%$ (calcul des changements de valeur)

Temps de réponse: $K_{2\%} = 20,8 > 20,1$ (calcul des changements de valeur)

$D_1 = 10m, D_{10\%} = 33\% > 20\%$ (calcul des changements de valeur)

Q11. Ecrivons la fermeture géométrique du mécanisme:

$$\vec{AH} + \vec{HN} + \vec{NB} + \vec{BA} = \vec{0} = e\vec{x}_3 + d\vec{x}_2 - c\vec{x}_1^* - a\vec{x}_0 - b\vec{y}_1$$


Q12 (suite)

la formule géométrique devient :

$$\vec{O} = e(\cos \alpha \vec{x}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0) + d(\cos(\theta + \frac{3}{2}\pi) \vec{x}_0 + \sin(\theta + \frac{3}{2}\pi) \vec{y}_0) - c(\cos(\theta + \frac{3}{2}\pi) \vec{x}_0 + \sin(\theta + \frac{3}{2}\pi) \vec{y}_0) - (a\vec{x}_0 + b\vec{y}_0)$$

en projetant sur $\vec{x}_0$ et $\vec{y}_0$ cela donne :

$$\begin{cases} e \cos \alpha + d \cos \phi - c \cos(\theta + \frac{3}{2}\pi) - a = 0 \\ e \sin \alpha + d \sin \phi - c \sin(\theta + \frac{3}{2}\pi) - b = 0 \end{cases}$$

Q13 On cherche à éliminer ϕ des expressions on peut alors écrire :

$$\begin{cases} d \cos \phi = a + c \cos(\theta + \frac{3}{2}\pi) - e \cos \alpha \\ d \sin \phi = b + c \sin(\theta + \frac{3}{2}\pi) - e \sin \alpha \end{cases}$$

en élevant au carré chaque égalité et en faisant la somme :

$$d^2 = (a + c \cos(\theta + \frac{3}{2}\pi) - e \cos \alpha)^2 + (b + c \sin(\theta + \frac{3}{2}\pi) - e \sin \alpha)^2$$

$$d^2 = a^2 \quad A = a \quad C = c \quad E = -e \quad B = b$$

$$A.N. \quad D = 153 \text{ mm} \quad A = 15 \text{ mm} \quad C = 83 \text{ mm} \quad E = -60 \text{ mm} \quad B = 138 \text{ mm}$$

Q14 Lorsque $\alpha = 4 \text{ rad}$ $\theta = 1,44 \text{ rad} \approx \frac{2}{\pi} \Rightarrow$ la boussole est levéesur l'intervalle $[2, 4]$ θ varie proportionnellement à α .Si on place une droite entre 2 et 4 on a $f(2) \approx 0$ et $f(4) = 1,44$

$$d'au \text{ la pente est égale à } \frac{1,44 - 0}{4 - 2} = 0,72$$

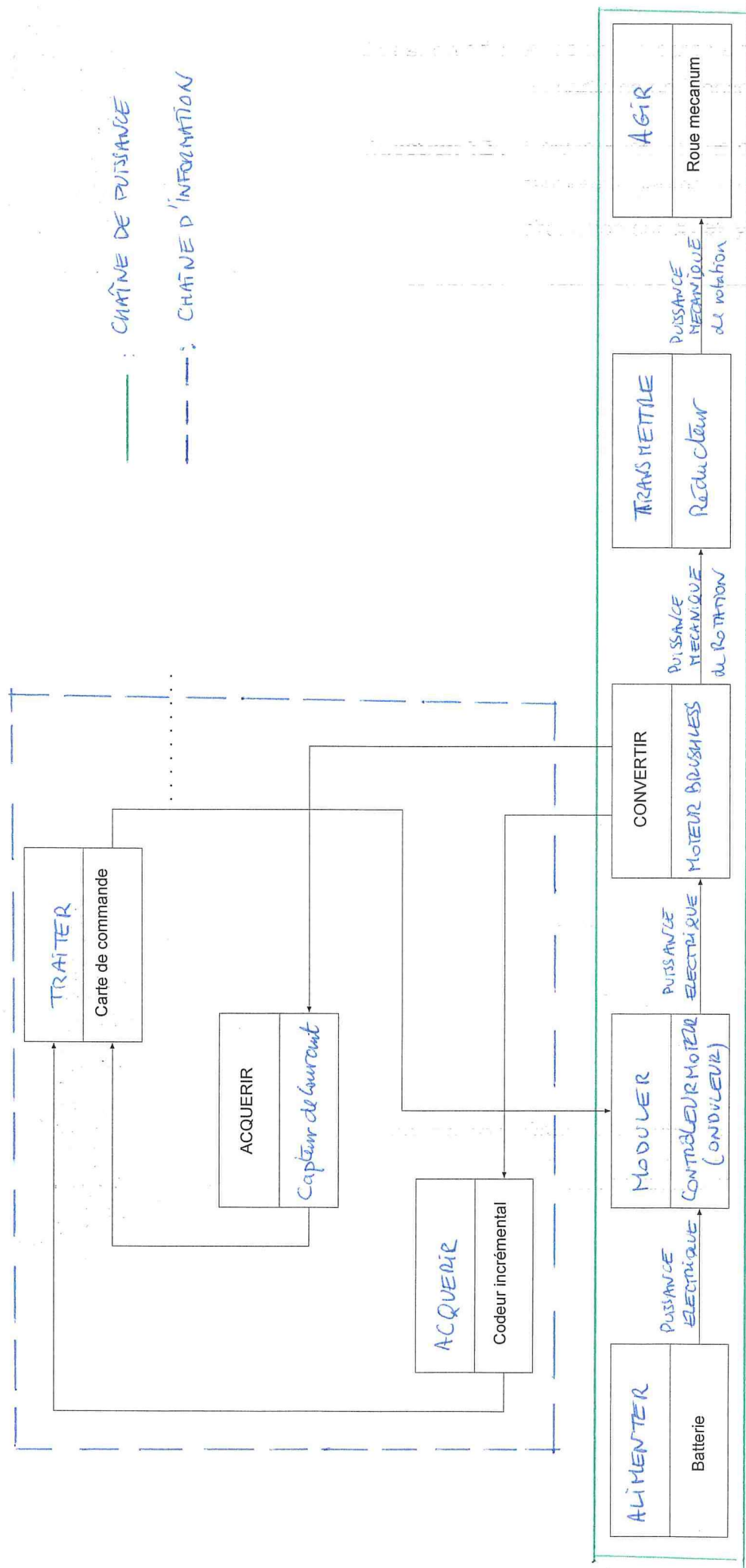
$$\text{et donc } \theta = 0,72\alpha + \theta_0$$

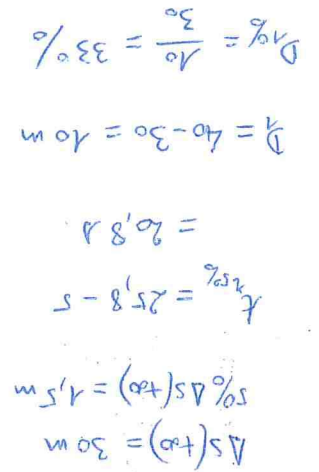
$$\text{pour } \alpha = 2 \quad \theta = 0 = 0,72 \times 2 + \theta_0$$

$$d'au \quad \theta_0 = -1,44$$

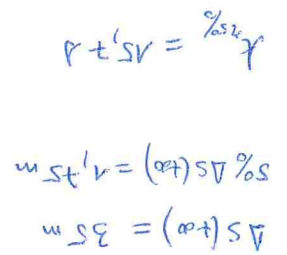
$$\text{Alors } \theta = 0,72\alpha - 1,44$$

Question 7 et 8





Document réponse 2



: won