

Partie 1 : Robot à géométrie variable (d'après une épreuve CCINP)

Présentation

1. Mise en situation

Certains robots mobiles terrestres actuels ont pour vocation d'évoluer dans un milieu inconnu et imprévisible ; ces contraintes nécessitent une automatisation afin de s'adapter aux circonstances d'utilisation et permettre à un seul opérateur de gérer plusieurs robots à la fois. Afin d'accroître les capacités de franchissement des UGVs (« Unmanned Ground Vehicles» - Véhicules terrestre sans pilote) non déformables, une alternative efficace consiste à développer des robots à géométrie variable. Munis plus souvent de chenilles que de roues, ces UGVs peuvent être distingués par l'acronyme anglais VGTVs pour « Variable Geometry Tracked Vehicles ». C'est de cette famille dont fait partie le robot B2P2 élaboré au laboratoire LARIS d'Angers et présenté sur la figure 1.

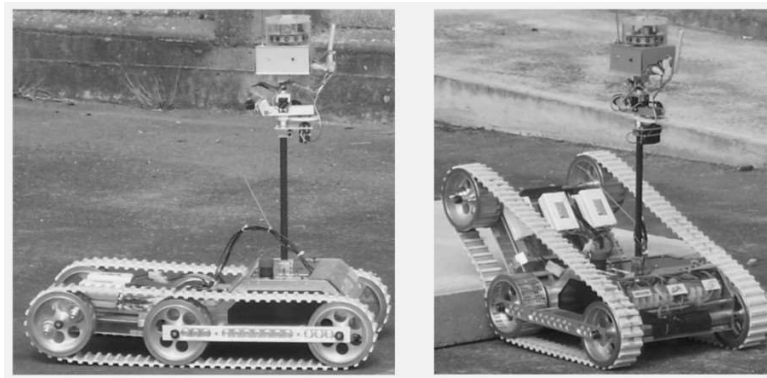


Figure 1 - Robot B2P2 en position repos et en situation de franchissement

Le franchissement d'un obstacle par le robot B2P2 s'effectue avec une capacité de franchissement plus importante que pour d'autres robots. Ce robot est constitué de trois parties principales : une partie arrière propulsive (châssis) dotée de deux essieux, une partie avant inclinable et une partie avant translatable dotée d'un essieu (visible sur la figure 2). Pour franchir un trottoir, il voit sa partie avant s'incliner vers le haut afin de mieux accoster l'obstacle pour ensuite incliner sa partie avant vers le bas dans la deuxième partie du franchissement.

2. Analyse système partielle

Le diagramme des exigences, en annexe 1, présente un extrait du cahier des charges du robot B2P2.

Concernant la partie propulsive (châssis), le robot B2P2 dispose de deux moteurs à courant continu dédiés à la propulsion (1^{re} chaîne fonctionnelle). Comme le présente la figure 2, un moteur pilote l'inclinaison de la partie inclinable (2^{ème} chaîne fonctionnelle), tandis qu'un second moteur actionne une vis mère pour modifier la distance entre le second essieu et la partie translatable supportant le troisième essieu (3^{ème} chaîne fonctionnelle). L'utilisation conjointe de ces deux moteurs permet de garantir la tension de la chenille. Enfin, les compartiments blancs sur les flancs du véhicule renferment 4 (2 de chaque côté) batteries polymères 12 Volts 3200 mAh qui assurent un peu plus d'une heure d'autonomie à ses 4 moteurs et à l'informatique de contrôle.

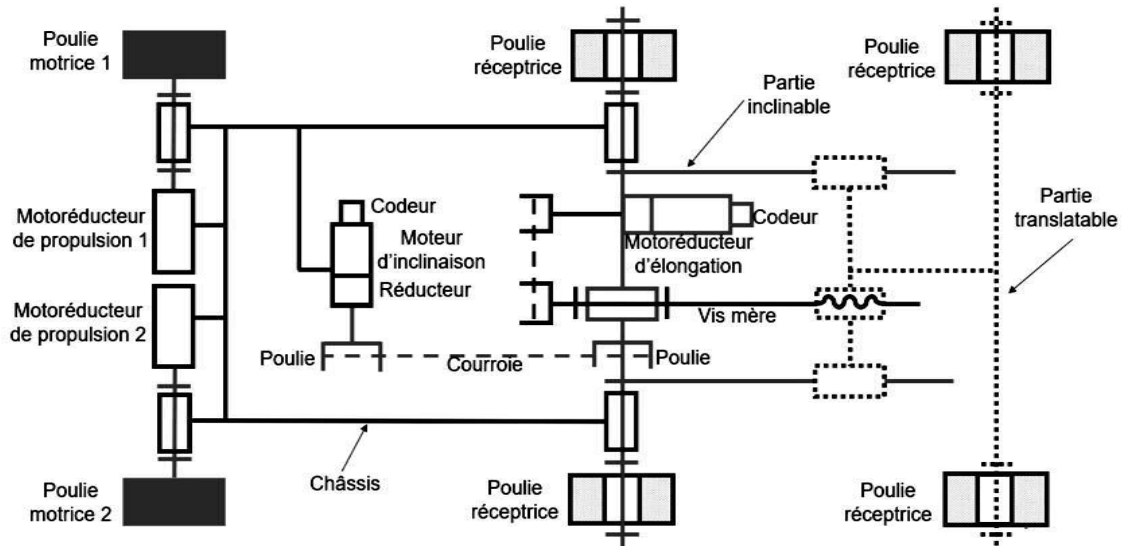


Figure 2 - Structure du robot B2P2 (chenilles non représentées)

3. Problème posé

Afin de franchir un obstacle de grande taille en toute autonomie, le robot doit identifier l'obstacle et modifier sa géométrie en conséquence. Cette modification impose de s'intéresser aux conditions suivantes :

- contraintes géométriques garantissant le bon fonctionnement de la chenille ;
- contrôle de la stabilité du robot ;
- autonomisation du processus.

L'objectif de cette étude est de vérifier certaines performances du système afin de valider partiellement le respect des exigences liées à la modification de la géométrie du robot lors d'un franchissement d'obstacle en autonomie.

4. Démarche proposée

Le respect des exigences (et sous exigences) 1.2.3 relatives à l'adaptation de la configuration géométrique du robot fait l'objet de la Partie I. Celle-ci a pour objectifs :

- de définir le ratio de franchissement et vérifier celui du robot B2P2 (exigence 1.2.1),
- de vérifier, d'un point de vue géométrique, que la mise en place de l'inclinaison de la partie avant nécessaire au franchissement de l'obstacle s'effectue en accord avec le bon fonctionnement de la chenille.
Pour ce deuxième point, il faudra s'assurer que l'adaptation de la longueur de la partie avant (élongation) soit en accord avec l'angle d'inclinaison de la partie avant ainsi que la longueur de la chenille (exigence 1.2.3.2).

Dans la Partie II, nous allons aborder indépendamment le principe de commande de l'inclinaison (exigence 1.2.3.1.2) de la partie inclinable en prérequis d'un bon fonctionnement de la commande synchronisée des deux commandes d'élongation et inclinaison.

Partie I - Caractérisation des performances de franchissement du robot et établissement de la condition de fonctionnement à géométrie variable

Objectifs : vérifier que l'exigence 1.2.1 relative au ratio de franchissement du robot peut être satisfaite et établir la condition de compatibilité géométrique entre l'élongation et l'inclinaison de la partie avant du robot B2P2.

1.1 - Caractérisation du franchissement par le ratio de franchissement

Objectif : définir le ratio de franchissement et vérifier celui du robot B2P2.

Le ratio de franchissement permet de qualifier la capacité de franchissement de robots. Cette capacité de franchissement est limitée par la taille des roues. Pour un robot à roues ou à chenilles à structure non déformable, on retient généralement la définition suivante: si D représente le diamètre des roues (ou des poulies pour le cas d'un robot à chenilles), la hauteur de la plus grande marche que pourra franchir le véhicule (en avançant droit sur l'obstacle) est donnée par D/2. Ainsi, quelle que soit la taille de ce type d'engin, son ratio de franchissement n'excédera jamais 0,5.

Dans le cas général, on définira le ratio de franchissement comme le rapport entre la dimension du plus haut obstacle franchissable et la dimension caractéristique de la roue (ou de la poulie pour le cas d'un robot à chenilles). Pour une comparaison claire, les ratios de franchissement de certains robots qui ont fait leur preuve figurent dans le tableau 1.

On nomme les robots terrestres «UGV» pour «Unmanned Ground Vehicles» et en particulier les robots à structures variables «VGTV » pour «Variable Geometry Tracked Vehicles», classe à laquelle appartient le robot B2P2.


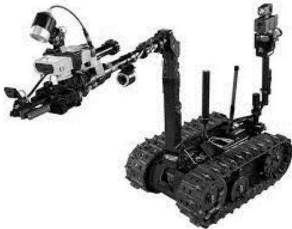

Robot	Masse (kg)	Diamètre de la roue (cm)	Plus haute marche (cm)	Ratio
ATRV-JR	50	30	15	0,5
TALON-HAZMAT	22 à 64	30	15	0,5
ROBUROC6	160	45	40	0,88
B2P2 (VGTV)	8	12	35	2,5
				
ATRV-JR (UGV)	TALON-HAZMAT (UGV)		ROBUROC6 (VGTV)	

Tableau 1 - Comparatif de performances

Modélisation du franchissement d'un obstacle par une roue simple

La figure 3 précise la modélisation choisie pour cette étude. On suppose une force motrice $\vec{F} = F\vec{x}_0$ s'appliquant en G et résultant de la présence d'une motorisation non détaillée. La roue de masse M, de rayon R et de centre de gravité G est en contact avec le sol aux points A et I et subit la force de pesanteur $\vec{P} = -Mg\vec{y}_0$. La base liée au sol est $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. On supposera l'absence de glissement au point de contact I. Les actions mécaniques exercées au niveau du point I de la part du sol sur la roue sont notées :

$$\{\mathcal{T}_{\text{Sol} \rightarrow \text{Roue}}\}_I = \left\{ \begin{matrix} X_1\vec{x}_0 + Y_1\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_I$$

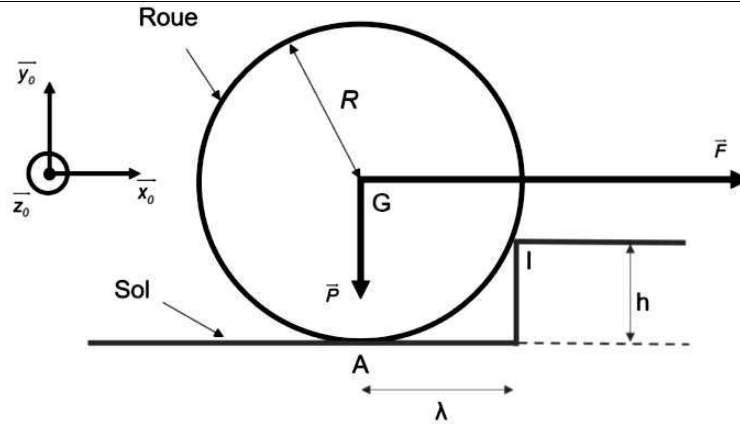


Figure 3 - Modèle pour le franchissement d'un obstacle pour une roue

Étude statique : on supposera une évolution quasi-statique et on s'intéressera à l'équilibre, précisément au moment du décoller, au point de contact A, de la roue avec le sol. On souhaite expliquer pourquoi le ratio de franchissement d'un robot classique vaut 0,5. Pour cela, on se propose de calculer la force motrice F , notée dans ce cas F_S , permettant le franchissement du trottoir de hauteur h telle que $0 \leq h \leq R$.

- Q1.** En isolant la roue, quel théorème doit-on appliquer pour déterminer F_S sans faire intervenir les actions au niveau du point I ?
- Q2.** Déterminer F_S en fonction de M, g et des dimensions caractéristiques du problème h et R .
- Q3.** Que vaut F_S dans les cas extrêmes où $h = R$ et $h = 0$? Expliquer pourquoi le ratio de franchissement d'un robot classique vaut 0,5 .

Ratio de franchissement pour un robot B2P2

La figure 4 précise la modélisation du franchissement d'un obstacle par le robot B2P2 dans la situation où l'inclinaison d'angle θ est maximale dans la phase d'accostage.

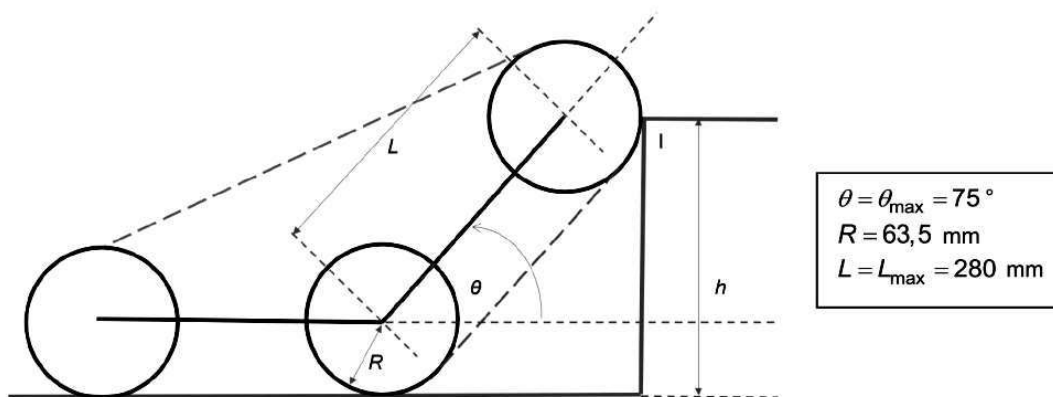
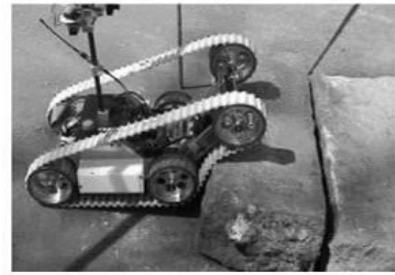
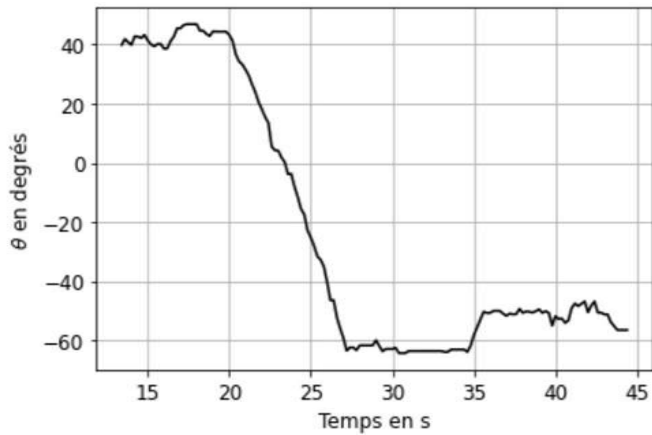


Figure 4 - Modèle pour le franchissement d'un obstacle par le robot B2P2

Expérimentalement, lors d'un franchissement d'une marche, on effectue une mesure de l'angle θ (angle entre le châssis et la partie avant inclinable). La mesure est donnée sur la figure 5.

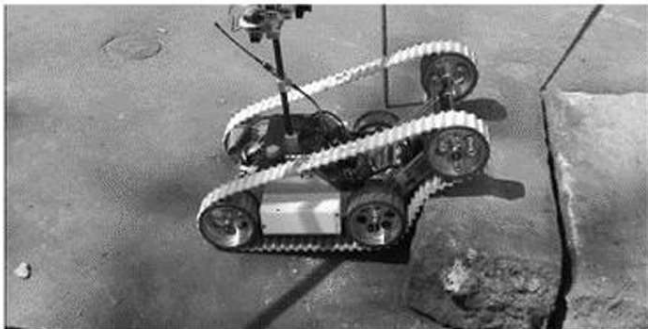


Situation initiale

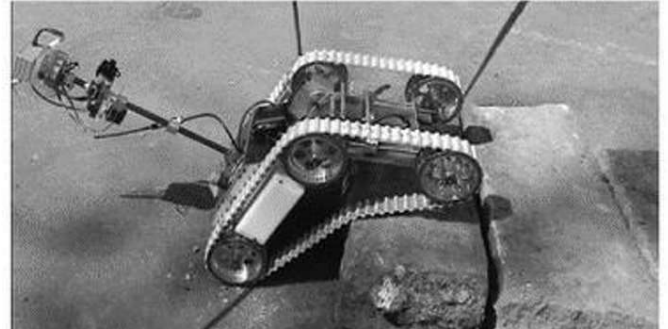
Évolution de l'angle θ lors du franchissement

Figure 5 - Relevé expérimental pour l'angle θ en fonction du temps

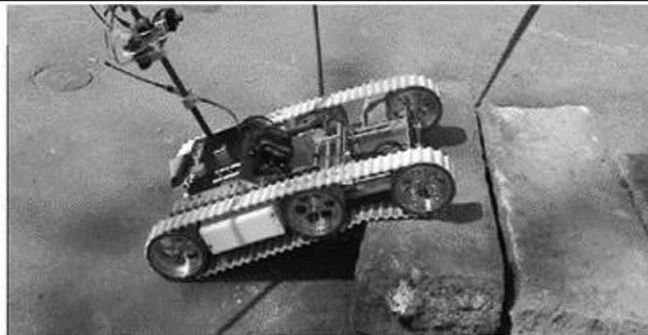
- Q4.** Donner la plage de variation approximative sur laquelle évolue l'angle θ lors du franchissement de cet obstacle de type "marche". Est-ce compatible avec le cahier des charges ?
- Q5.** Numéroté, dans l'ordre, les différentes phases de franchissement d'une marche de 22 cm (étape 1, étape 2, étape 3 et étape 4).



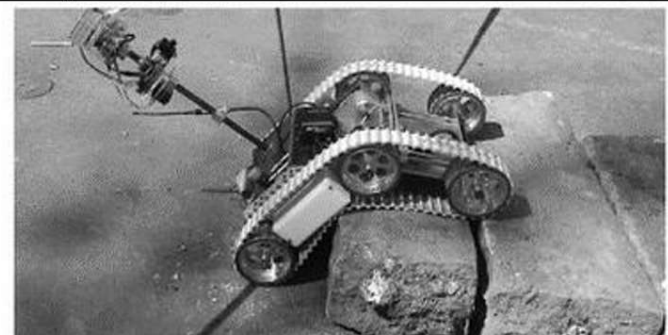
Étape n°



Étape n°



Étape n°



Étape n°

- Q6.** Exprimer à l'aide de la figure 4, le ratio de franchissement dans le cas du robot B2P2 en fonction de R , L et de θ . Donner un ordre de grandeur pour la valeur maximale de $\theta = \theta_{\max} = 75^\circ$ et vérifier la valeur du ratio de franchissement de l'exigence 1.2.1. Conclure.

1.2 - Condition géométrique de fonctionnement

Objectif : établir la condition de compatibilité géométrique entre l'élongation et l'inclinaison de la partie avant du robot B2P2.

La longueur des deux chenilles étant constante (les chenilles étant considérées inextensibles), le robot doit s'adapter afin de maintenir la tension dans la chenille lorsque θ évolue lors du franchissement d'une marche et éviter de décheniller.

Modèle géométrique

Les figures 6 et 7 correspondent aux modèles cinématique et géométrique dans le plan médian du robot et présentent le paramétrage de l'étude. Les points A, B et C sont positionnés à l'intersection du plan médian et des axes de rotation des essieux. On a $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \vec{z}_2$.

Le repère $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est associé au châssis du robot.

Le repère $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, obtenu par rotation d'angle α du repère $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, est associé à la partie haute de la chenille.

Le repère $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$; obtenu par rotation d'angle θ du repère $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, est associé à la partie avant du robot.

L'élongation, notée $e(\theta)$, est telle que $\vec{BC} = L_2 \vec{x}_2 + e(\theta) \vec{x}_1$; on prendra $e(0) = 0$.

On définit également $\vec{AC} = L(\theta) \vec{x}_1$ et $\vec{AB} = L_1 \vec{x}_0$. Enfin, D est le diamètre de la roue et L_c la longueur totale de la chenille qui est constante.

- Q7.** Distinguer parmi les paramètres L_1, L_2, e, L, θ et α ceux qui sont des paramètres constants et ceux qui sont des paramètres variables.
- Q8.** Dans la situation où $\theta = \alpha = 0$, faire un croquis et exprimer la relation entre L_1, L_2, D et L_c . On rappelle que la longueur d'un arc de rayon r et d'angle β est égale à $r\beta$ avec β en radian.
- Q9.** À l'aide de la figure 7 et sachant que la longueur de la chenille est constante, indiquer la relation entre les grandeurs L_1, L_2, e, L, D et L_c dans le cas général.
- Q10.** En associant les deux relations obtenues dans les deux questions précédentes, montrer que $L(\theta) + e(\theta) = \text{cste}$ et préciser cette constante en fonction des données du problème.
- Q11.** Donner la fermeture géométrique entre les points A, B et C sous forme vectorielle, ainsi que les deux projections dans la base (\vec{x}_0, \vec{y}_0) .
- Q12.** À l'aide des deux relations scalaires précédentes, exprimer la relation $L(\theta)^2$ en fonction de $L_1, L_2, e(\theta)$ et de θ .
- Q13.** En utilisant la relation mise en place à la question Q10., exprimer la relation $e(\theta)$ en fonction de L_1, L_2 et de θ en la mettant sous la forme : $e(\theta) = \frac{F[1-\cos(\theta)]}{G+H\cos(\theta)}$. On explicitera F, G et H en fonction de L_1 et de L_2 .

Fort de la connaissance de la relation $e(\theta)$, nous allons pouvoir étudier les performances du système de commande de la structure à géométrie variable.

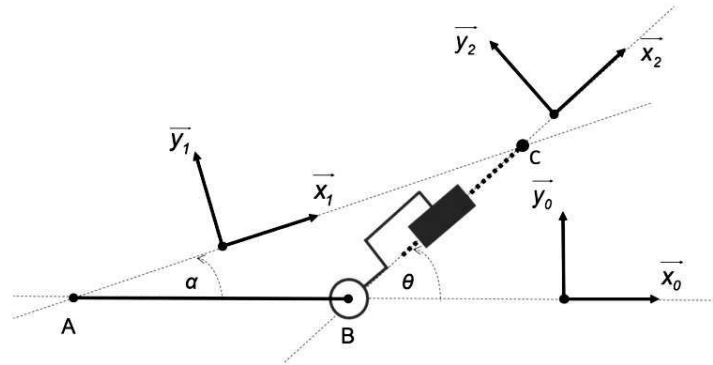


Figure 6 - Modèle cinématique du robot B2P2 de la structure (sans poulie et chenille)

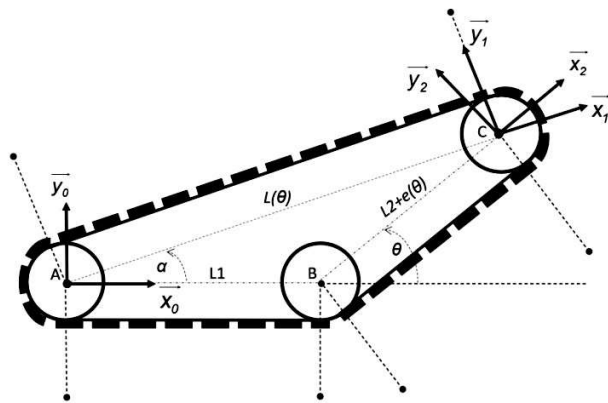


Figure 7 - Modèle géométrique du robot B2P2 (avec les poulies et la chenille)

Partie II - Vérification des performances des systèmes de commande inclinaison et élongation pour faire varier la géométrie du robot

Objectifs : vérifier que l'exigence 1.2.3.1.2 relative aux performances de la commande asservie d'inclinaison peut être satisfaite.

II. 1 - Principe de la commande pour l'inclinaison

Le cahier des charges de la commande d'inclinaison introduit dans l'exigence 1.2.3.1.2 est détaillé et précisé dans le tableau 2.

Performance	Critère	Niveau	Remarques
Stabilité	Marge de Phase	80°	Limitier le dépassement
	Marge de Gain	20 dB	
	Dépassement	2 %	
Précision	Erreur statique	1°	
	Contribution à l'erreur vis-à-vis d'une perturbation en échelon	1°	
Rapidité	Temps de réponse à 5 %	De l'ordre de la seconde (ni trop lent, ni trop rapide)	Facilite le couplage des commandes et permet le contrôle visuel et la reprise en main manuelle en cas de risque de décheniller

Tableau 2 - Détails sur l'exigence 1.2.3.1.2

Commande de l'axe d'inclinaison

On se limite ici à l'étude de la commande de l'inclinaison de la partie avant du robot décrite sur la figure 2 et ceci indépendamment de la possibilité de commander l'élongation de la partie avant. La courroie est donc absente ou bien totalement détendue. Le principe associé à cette commande est décrit par la figure 8.

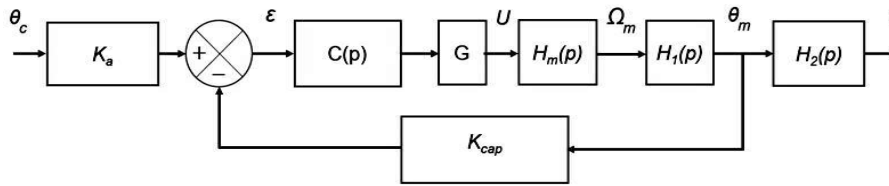


Figure 8 - Structure de l'asservissement de l'axe d'inclinaison

Un codeur incrémental, solidaire de l'axe moteur, permet d'obtenir l'image de l'angle de l'axe moteur θ_m . Cette image est mise en œuvre au niveau de la boucle d'asservissement pour construire un écart ϵ avec la consigne d'inclinaison θ_c transformée par l'adaptateur de gain K_a . Cet écart ϵ , via le correcteur de fonction de transfert $C(p)$ et l'amplificateur-variateur de gain G , va permettre de produire la tension de commande U du moteur à courant continu de fonction de transfert $H_m(p)$. L'inclinaison θ est obtenue à la sortie du réducteur avec un gain de réduction $H_2(p)$ de l'angle de rotation du moteur θ_m tel que $K_r = \frac{\theta}{\theta_m} = \frac{1}{43}$. Notons la présence d'une transmission par poulies courroie crantées sans rapport de réduction.

II. 2 - Modélisation de l'axe d'inclinaison

Objectif : élaborer un modèle de connaissance de l'axe d'inclinaison et réaliser la synthèse de la commande.

Modélisation de la motorisation

La motorisation de l'axe 1 est réalisée à l'aide d'un moteur électrique à courant continu et aimants permanents, dont le comportement peut être modélisé par les équations suivantes :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1) \quad C_m(t) = k_c i(t) \quad (2) \quad e(t) = k_e \omega_m(t) \quad (3) \quad C_m(t) - C_{re}(t) = J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (4)$$

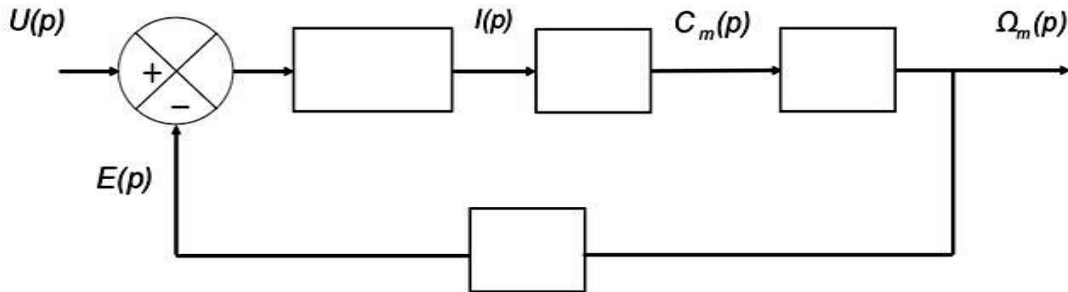
les différentes grandeurs intervenant dans le modèle sont définies dans le tableau 3.

Symbole	Désignation	Unités / valeurs
$u(t)$	Tension d'induit	V
$e(t)$	Force contre-électromotrice	V
$i(t)$	Courant d'induit	A
$\omega_m(t)$	Vitesse de rotation du moteur	rad/s
$C_m(t)$	Couple moteur	N·m
$C_{re}(t)$	Couple résistant équivalent ramené sur l'axe moteur	N · m
R	Résistance de l'induit	0,41 Ω
L	Inductance de l'induit	0,07mH
k_e	Constante de force contre-électromotrice	$1,91 \cdot 10^{-2}$ V/(rad/s)
k_c	Constante de couple	$1,91 \cdot 10^{-2}$ N · m/A
J	Inertie du rotor	$42 \cdot 10^{-7}$ kg · m ²

Tableau 3 - Grandeurs associées au modèle de la motorisation

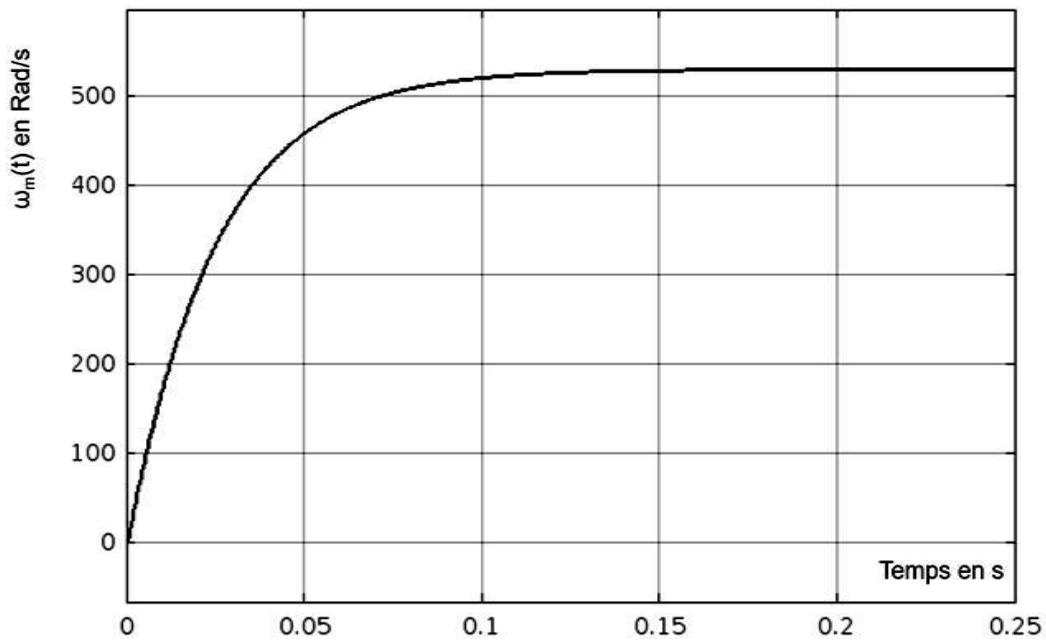
On note $\Omega_m(p), U(p), E(p), I(p), C_m(p)$ et $C_{re}(p)$, les transformées de Laplace respectives de $\omega_m(t), u(t), e(t), i(t), C_m(t)$ et $C_{re}(t)$. On négligera tout d'abord le couple résistant $C_{re}(t)$. On supposera les conditions initiales nulles.

Q14. Déterminer les transformées de Laplace des équations (1) à (4) du moteur en considérant des conditions initiales nulles. Compléter les blocs correspondants sur le schéma bloc par les fonctions de transfert manquantes, on supposera $C_{re}(t) = 0$.



Q15. Calculer $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ et la mettre sous la forme $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_{em}p + \tau_{em}\tau_e p^2}$.

Q16. À partir de la réponse $H_m(p)$ à un échelon de 10 V, identifier $H_m(p)$ et la mettre sous la forme canonique.



Q17. Comparer les résultats des questions Q15 et Q16. Expliquer les éventuels écarts.

Modélisation de la boucle d'asservissement en position de l'axe d'inclinaison

À partir de maintenant, on prendra $H_m(p) = \frac{K_m}{1+\tau p}$ et le correcteur sera de type proportionnel $C(p) = K_{cor}$.

Q18. Déterminer $H_1(p)$, $H_2(p)$ et l'expression de K_a , définie figure 8, pour que l'asservissement soit bien réglé.

On se propose par la suite de mettre le schéma bloc de la figure 8 sous la forme d'un schéma bloc équivalent à retour unitaire comme décrit sur la figure 9.

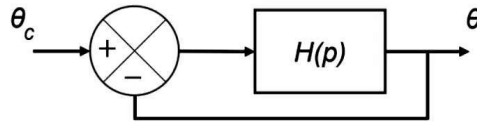


Figure 9 - Schéma équivalent de l'asservissement de l'axe d'inclinaison

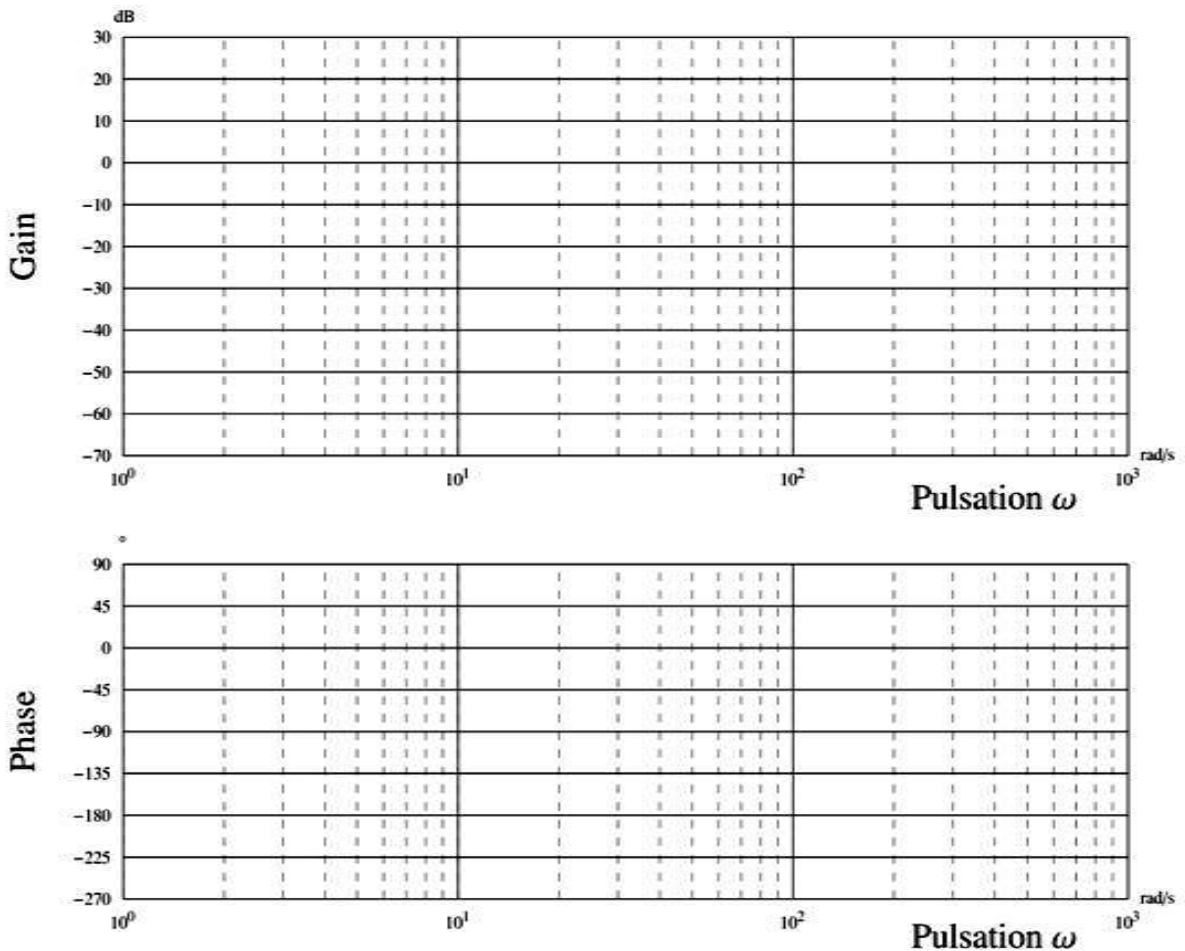
Q19. Déterminer $H(p)$ en fonction de K_{cor} , K_{cap} , G , K_m et de τ .

II. 3 - Analyse des performances de l'asservissement de l'axe d'inclinaison

À ce stade, on prendra la fonction de transfert $H(p)$ non corrigée (avec $K_{cor} = 1$) telle que :

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau p)p} = \frac{25}{(1 + 0,05p)p}$$

Q20. Représenter l'allure des diagrammes asymptotiques et réels pour le gain et la phase de la fonction de transfert $H(p)$ non corrigée (avec $K_{cor} = 1$). On précisera les caractéristiques particulières (valeur de pulsation, pente en dB/dec, etc.).



On donne sur la figure 10, la réponse temporelle du système à un échelon unitaire.

Q21. Compléter le tableau des performances ci-dessous pour le système non corrigé dans le cas d'un système non perturbé. Indiquer précisément comment sont réalisées toutes les constructions géométriques et les calculs.

Performance	Critère	Niveau	Validation : oui ou non
Stabilité	Marge de Phase		
	Marge de Gain		
	Dépassement		
Précision	Erreur statique		
Rapidité	Temps de réponse à 5 %		

On considère maintenant la présence d'un couple de charge pris en compte dans l'équation mécanique (4) dans le cas où le couple résistant équivalent ramené sur l'axe moteur $C_{re}(t)$ peut se mettre sous la forme d'un échelon de perturbation.

Q22. Proposer une origine physique du couple résistant équivalent ramené sur l'axe moteur $C_{re}(t)$ (en dehors des frottements). Préciser dans quel bloc du schéma de la figure 8 intervient cette perturbation.

Q23. Déterminer si l'exigence sur la contribution à l'erreur due à cette perturbation de type échelon est validée en justifiant votre réponse.

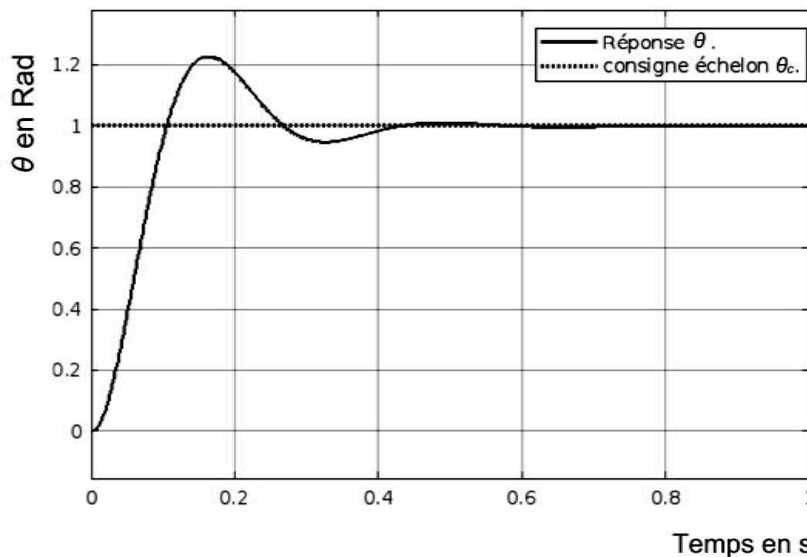
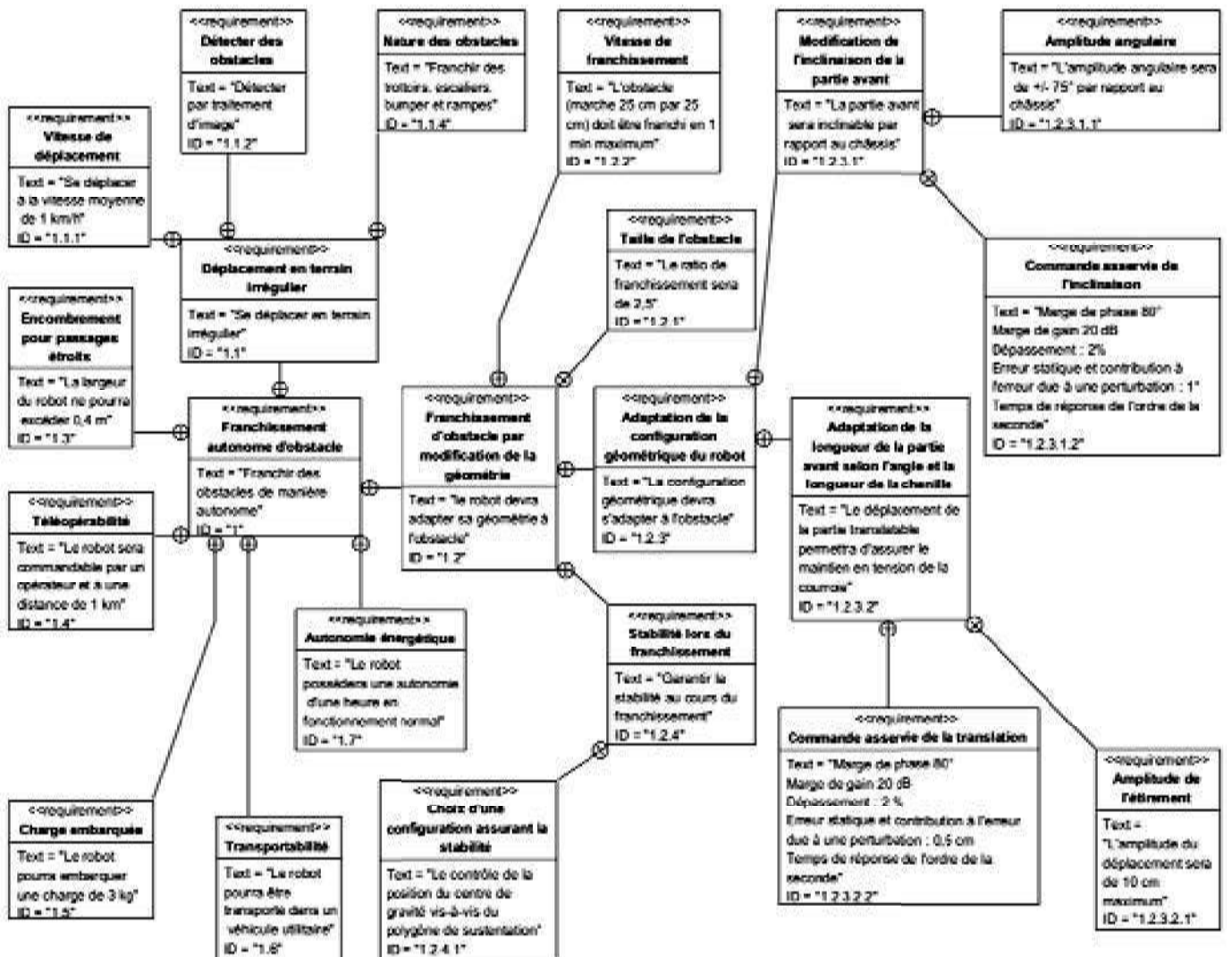


Figure 10 - Réponse temporelle, sans perturbation, du système à l'échelon unitaire en fonction du temps

ANNEXE 1 DIAGRAMME DES EXIGENCES



Partie 2 : Le sismomètre SEIS (d'après un sujet Mines Ponts)

1 Présentation

Après des années de recherche et de développement puis un voyage de 485 millions de kilomètres, la sonde InSight (Interior Exploration using Seismic Investigations, Geodesy and Heat Transport) s'est posée sur Mars le 26 novembre 2018. Elle est le premier observatoire géophysique martien, dont l'objectif est d'étudier la structure interne de Mars et de comprendre la formation et l'évolution des planètes rocheuses du Système solaire. En mesurant la façon dont les ondes sismiques, provoquées par des séismes martiens ou des impacts de météorites, se propagent à l'intérieur de Mars, les géophysiciens vont pouvoir répondre avec précision à cet objectif.

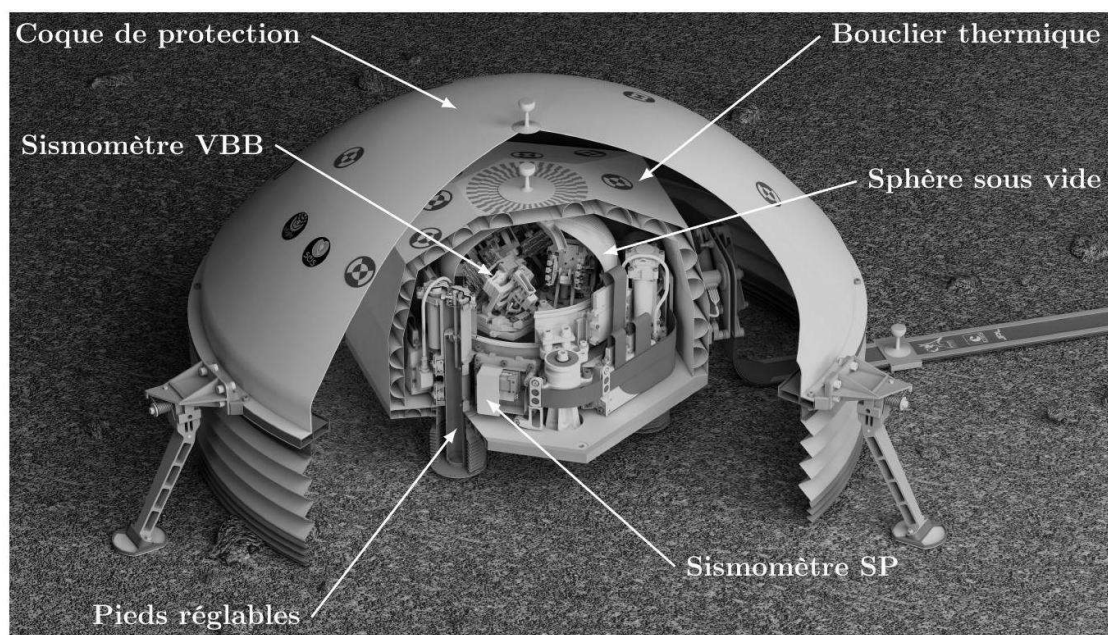


Figure 1 - Écorché de SEIS et ses différents niveaux de protection

Le sismomètre SEIS (Seismic Experiment for Interior Structures), déployé à la surface de Mars, est protégé des variations de la température et du vent à l'aide d'un bouclier thermique et d'une coque de protection. SEIS comporte deux sismomètres indépendants, le VBB (Very Broad Band) et le SP (Short Periods), montés sur une structure commune pouvant être réglée à l'horizontale grâce à des pieds de longueur variable.

- Le sismomètre VBB comporte trois systèmes identiques, composés chacun d'un pendule et d'un bâti, inclinés différemment par rapport au sol. Ils sont fixés dans une sphère en titane sous vide, et sensibles à une large bande de fréquence d'ondes sismiques, entre 0,01 Hz et 0,5 Hz.
- Le sismomètre SP est adapté aux ondes sismiques de plus hautes fréquences, entre 0,1 et 50 Hz .

Dans ce sujet, on s'intéresse uniquement au sismomètre VBB. Une vue détaillée d'un des systèmes du VBB est fournie en Figure 2 et le détail des différents éléments qui le constituent est fourni en Annexe 1.

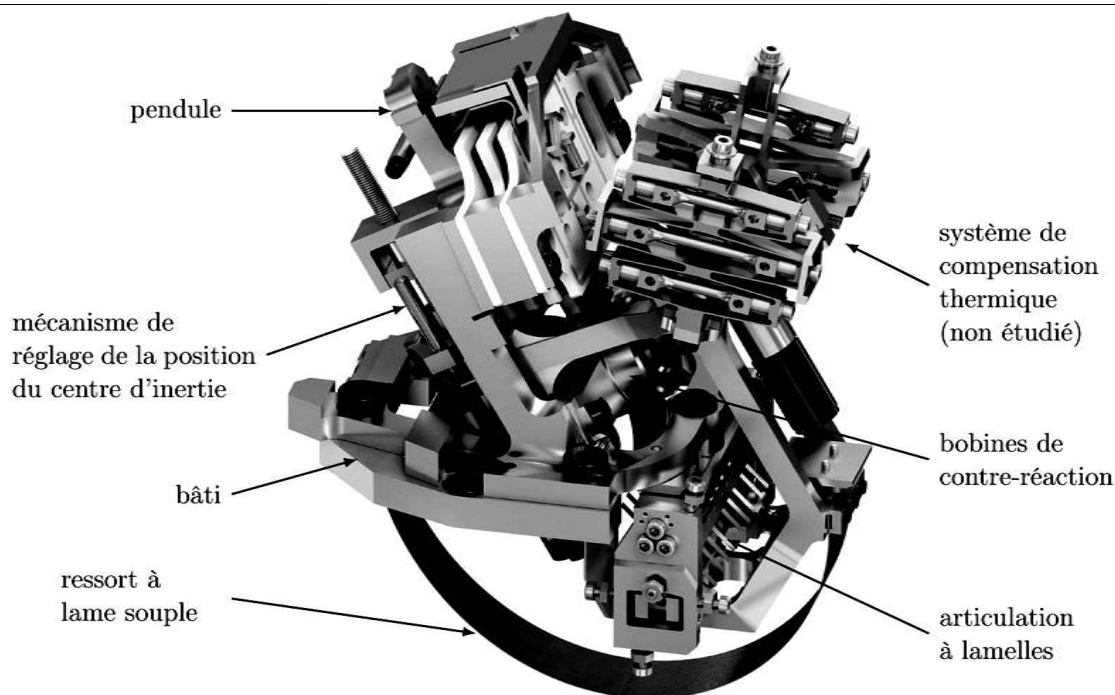


Figure 2 - Vue 3D d'un des trois systèmes du VBB

Comme pour les applications terrestres, chaque système du sismomètre VBB possède un pendule qui oscille par rapport à un bâti sous l'impulsion de secousses sismiques transmises par le sol à l'instrument. Une articulation à lamelles permet des mouvements de très faible amplitude avec un minimum de frottements visqueux entre le pendule et le bâti, et sans jeu. Elle constitue l'axe de rotation du pendule dans son mouvement par rapport au bâti.

Le sismomètre VBB s'appuie sur le principe du pendule inversé. L'instabilité inhérente au pendule inversé lui confère une plus grande sensibilité que celle d'un pendule classique. Bien qu'instable par nature, le pendule inversé du sismomètre VBB conserve son équilibre grâce à un ressort à lame souple, recourbé en demi-cercle, et qui applique en permanence une action mécanique de rappel.

2 Réglage de la position d'équilibre du pendule

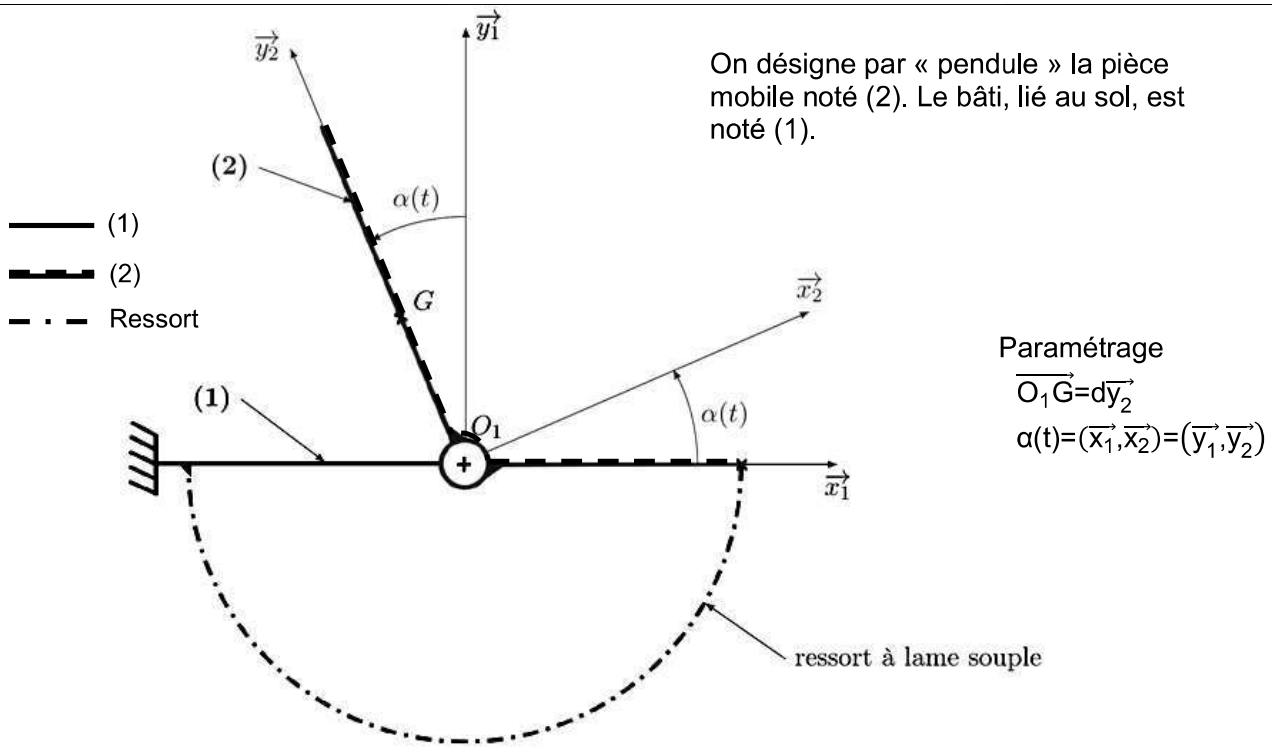
L'ajustement de la position d'équilibre du pendule en l'absence de séisme est primordial car il permet au sismomètre de fonctionner dans la configuration pour laquelle il a été optimisé. Il peut se faire à distance, depuis la Terre, grâce au mécanisme de réglage du centre d'inertie du pendule (voir Figure 2 et l'Annexe 1). Cela permet de rattraper les défauts d'inclinaison de la surface sur laquelle le sismomètre est posé si les pieds réglables ne suffisent pas.

Id	Exigence	Critère	Niveau
1	Ajuster la position d'équilibre du pendule sur Mars		
1.1	Déplacer le centre d'inertie du pendule	Moment généré par le déplacement du centre d'inertie du pendule	au moins $\pm 0,9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ sur l'axe de rotation du pendule

TABLE 1 - Liste (non exhaustive) des exigences du mécanisme de translation du centre d'inertie du pendule

Objectif : définir la position d'équilibre du pendule et valider l'exigence 1.1 de réglage à distance de cette position.

Schéma cinématique et paramétrage du dispositif sont fournis, ainsi que l'ensemble des notations et hypothèses utiles pour cette partie. Annexe 2 - Modèle cinématique du système en l'absence de séisme



Hypothèses

Notations

G	centre d'inertie du pendule (2)
M	masse du pendule (2)
C_0	moment de précontrainte de l'ensemble {ressort + articulation } sur (2)
k	raideur de l'ensemble {ressort + articulation } sur l'axe (O_1, \vec{z}_1)
α_0	position angulaire à vide du pendule
α_{eq}	position angulaire du pendule à l'équilibre (sous l'effet des actions de la pesanteur et du ressort)
g_M	champ de pesanteur à la surface de Mars, de direction $-\vec{y}_1$

Le référentiel \mathcal{R}_1 , auquel est associé le repère $R_1 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié au sol, est supposé galiléen en l'absence de séisme.

La liaison pivot réalisée par l'articulation à lamelles sur l'axe de rotation (O_1, \vec{z}_1) du pendule par rapport à (1) n'est pas parfaite. Les frottements visqueux (proportionnels à la vitesse de rotation) sont pris en compte à travers un coefficient de frottement $\mu (\mu > 0)$:

$$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}^{Pivot}\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{l} X_0 \vec{x}_1 + Y_0 \vec{y}_1 + Z_0 \vec{z}_1 \\ L_0 \vec{x}_1 + M_0 \vec{y}_1 - \mu \dot{\alpha}(t) \vec{z}_1 \end{array} \right\}_{O_1}$$

L'action de rappel de l'ensemble {ressort+ articulation} est assimilée à un couple sur l'axe de rotation (O_1, \vec{z}_1) du pendule :

$$\{\mathcal{T}_{ressort \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ (C_0 - k(\alpha(t) - \alpha_0)) \vec{z}_1 \end{array} \right\}_{O_1}$$

Q24. Par application du Principe Fondamental de la Statique au pendule (2) à l'équilibre sur Mars, lorsque $\alpha(t) = \alpha_{eq}$, exprimer le moment de précontrainte C_0 en fonction des autres paramètres de l'étude. Préciser le bilan des actions mécaniques extérieures, le théorème appliqué et les éléments d'application du théorème (projection, point éventuel...).

Le mécanisme de réglage de la position du centre d'inertie du pendule est constitué d'une masselotte guidée en translation par rapport à (2) le long de l'axe (O_1, \vec{y}_2) . Le réglage doit permettre d'imposer $\alpha_{eq} = \alpha_0$ en cas de défauts d'inclinaison du sol. La masselotte de masse $m = 60 \text{ g}$ a une amplitude de translation $c = 18 \text{ mm}$, centrée sur la position idéale de G en l'absence de défauts d'inclinaison. Cette masse m est incluse dans la masse M de (2).

On donne $g_M \approx 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $\alpha_0 = 30^\circ$.

Q25. Calculer le moment en N·mm sur l'axe de rotation du pendule, généré par le déplacement de la masse m , en supposant $\alpha_{eq} = \alpha_0$. Conclure vis-à-vis de l'exigence 1.1.

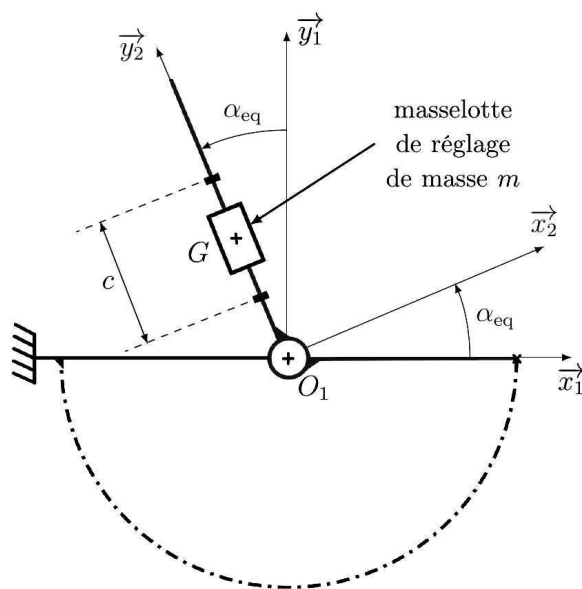


Figure 3 - Réglage de la position du centre d'inertie

3 Sensibilité intrinsèque d'un pendule à un séisme

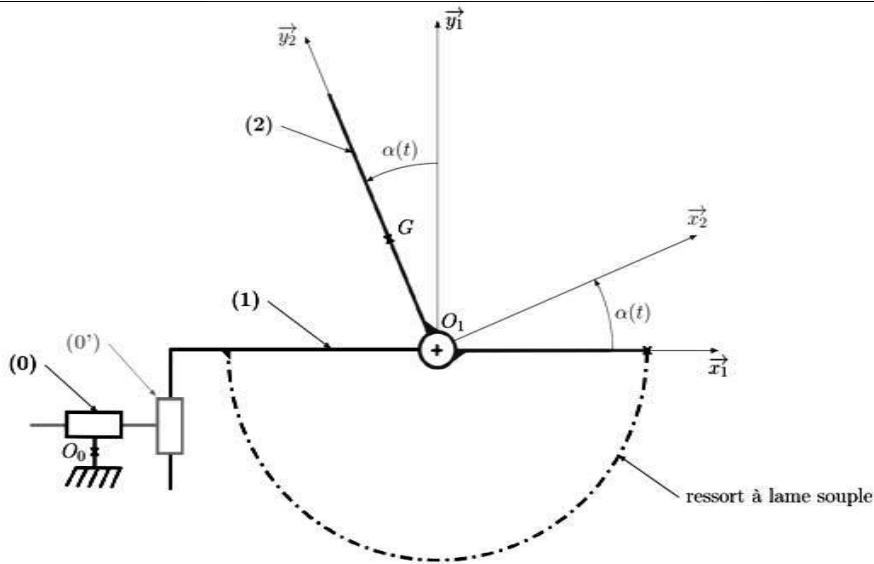
Le schéma cinématique et le paramétrage du dispositif sont fournis en haut de la page 17, ainsi que l'ensemble des notations et hypothèses utiles pour cette partie.

En cas de séisme, le sol (1) est en mouvement. Il entraîne dans son mouvement le bâti du système et ne peut plus être considéré comme un référentiel galiléen.

Le réglage à distance de la position du centre d'inertie permet d'imposer $\alpha_{eq} = \alpha_0$.

On admet qu'il y a un mouvement de translation de (1) par rapport au repère R_0 dans les directions \vec{x}_1 et \vec{y}_1 , comme imposé par les deux liaisons glissières en série entre (1) et (0) sur le schéma cinématique ci-dessous. Aucun degré de liberté en rotation n'est admis : $\vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0}$.

Les torseurs d'actions mécaniques et les notations de la âge 3 restent valables.



Notations et hypothèses supplémentaires

On note la vitesse du sol (1) par rapport à R_0 :

$$\vec{V}_{O_1 \in 1/R_0} = V_x(t)\vec{x}_1 + V_y(t)\vec{y}_1$$

Q26. Pour déterminer les accélérations il est nécessaire de connaître la vitesse de G par rapport au référentiel R_0 . Calculer la valeur de $\vec{V}_{G \in 2/R_0}$ en utilisant la composition des vitesses en fonction de $V_x(t)$, $V_y(t)$, $\dot{\alpha}$, d .

Le système doit permettre d'amplifier les mouvements sur la plage de fréquences attendues pour les séismes martiens. On définit pour cela les exigences de la Table 2.

2	Être mécaniquement sensible aux séismes attendus sur Mars		
2.1	Etre suffisamment sensible	Amplification mécanique	$>2\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^2$
2.2	Être sensible aux fréquences des séismes attendus sur Mars	Amplification en fonction de la fréquence des mouvements du sol	$\geq 10\text{ dB}$ dans la bande $[0,01;0,5]\text{Hz}$ soit $[0,06;3]\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

Table 2 - Liste (non exhaustive) des exigences de sensibilité mécanique d'un système

On pose $\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha(t)$, avec $\Delta\alpha(t) \ll \alpha_0$.

On montre que l'équation du mouvement linéarisée s'écrit :

$$J\ddot{\Delta\alpha}(t) + \mu\dot{\Delta\alpha}(t) + k\Delta\alpha(t) = dMg_M \cos \alpha_0 \Delta\alpha(t) + dM\gamma_{x2}(t)$$

On note $\alpha(p)$ et $\gamma_{x2}(p)$ respectivement les transformées de Laplace des variations angulaires $\Delta\alpha(t)$ et de l'accélération du sol $\gamma_{x2}(t)$. Les conditions initiales sont supposées nulles.

Q27. Exprimer, sous forme canonique, la fonction de transfert du pendule $\frac{\alpha(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ et donner la condition de stabilité du pendule sous la forme d'une inéquation. Conclure sur le rôle stabilisateur du ressort.

Q28. Donner, en fonction des constantes du problème, les expressions des constantes caractéristiques de cette fonction de transfert : gain d'amplification mécanique noté A, pulsation propre ω_0 et coefficient d'amortissement ξ .

Q29. Donner l'expression de α_0 permettant de maximiser le gain d'amplification mécanique A.

Le diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $\frac{\alpha(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ du pendule est fourni sur la Figure A.

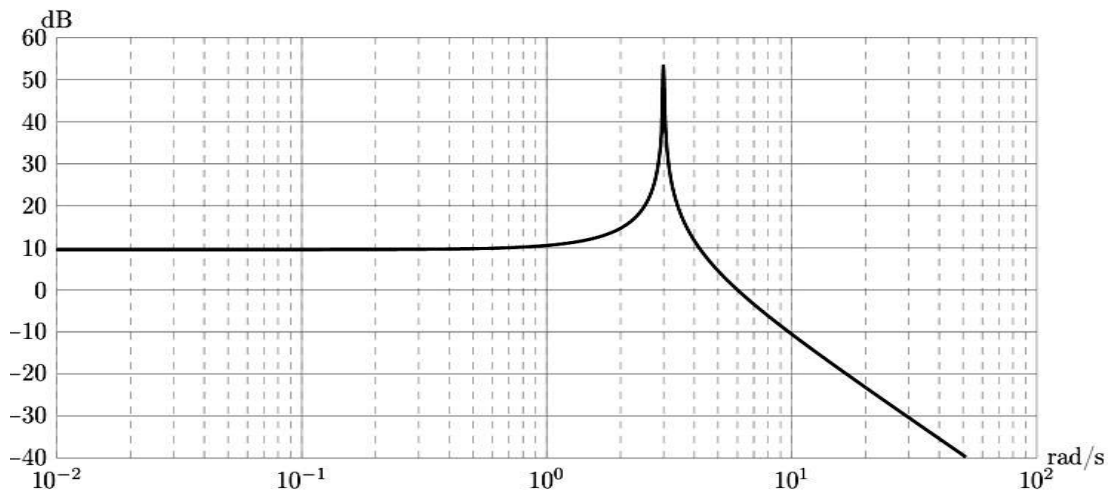


FIGURE A

Q30. Conclure vis-à-vis de l'exigence 2.2. Les tracés nécessaires devront figurer sur la Figure A.

Optimisation de la réponse d'un pendule à un séisme par un asservissement

À chaque mouvement du sol, un capteur mesure la position angulaire du pendule (2) par rapport au bâti (1). Des bobines de contre-réaction situées sur le pendule (voir Figure 2 et l'Annexe 1) génèrent un moment de rappel sur son axe de rotation par rapport au bâti, qui le ramène à sa position d'équilibre.

- La bobine HF (pour Haute Fréquence) pilote l'asservissement entre 0,05 Hz et 0,5 Hz. Son rôle principal est d'amortir les secousses trop brusques et d'éliminer la résonance du pendule.
- La bobine BF (pour Basse Fréquence) a été conçue pour intervenir sur les fréquences inférieures à 0,05 Hz. Elle permet de filtrer la variation journalière de température et les dérives saisonnières plus lentes.
- L'asservissement mis en place est donc une régulation devant permettre d'annuler en régime permanent les effets des secousses sismiques sur le pendule, tout en étant sensible aux signaux dans une large bande de fréquences d'ondes sismiques, entre 0,01 Hz et 0,5 Hz.

Les exigences auxquelles doit répondre cet asservissement sont fournies dans la Table 3.

3	Acquérir les vibrations du sol martien		
3.1	Éliminer la résonance du système tout en maintenant une rapidité maximale	Résonance du système avec l'action de la bobine HF seule	aucune
		Rapidité du système avec l'action de la bobine HF seule	bande passante à -3 dB maximale
3.2	Ramener le déplacement du pendule à zéro	Précision de l'asservissement en tension	écart statique nul en réponse à un échelon d'accélération du sol
3.3	Filtrer le signal	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	≥110 dB limitée à la bande [0,06;3]rad.s ⁻¹
3.4	Éviter des problèmes de saturation	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	<120 dB pour tous les signaux mesurés

Table 3 - Liste (non exhaustive) des exigences de l'asservissement

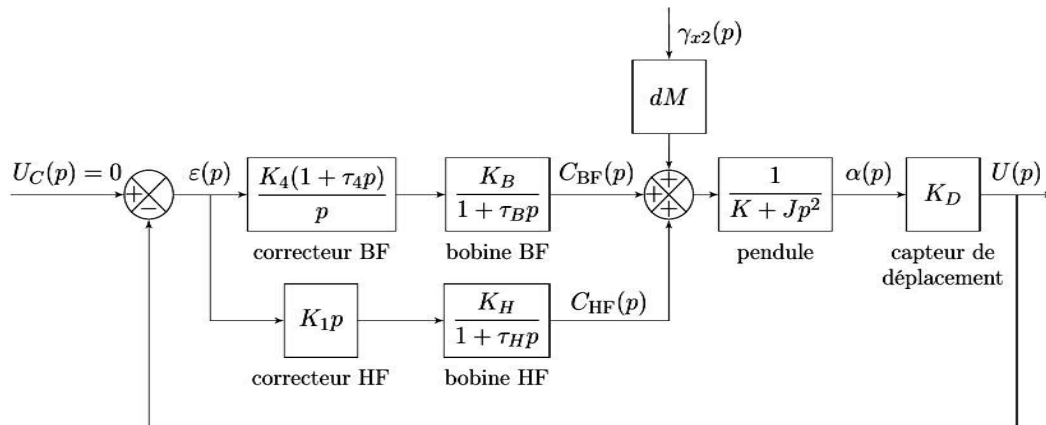
Objectif : régler la correction des bobines HF et BF.

Pour simplifier l'étude, on néglige les frottements dans l'articulation à lamelles, et on note $K = k - dMg_M \cos \alpha_0$ la raideur équivalente du pendule.

La grandeur utile aux scientifiques qui analysent les données mesurées par le sismomètre est la tension électrique en sortie du capteur de déplacement, image de la position angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre.

Le schéma-blocs de l'asservissement complet en tension d'un système ainsi que la description des grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement et les données numériques utiles à cette partie sont fournis ci-dessous.

Schéma-blocs de l'asservissement



Grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement

Grandeur physique	Transformée de Laplace	Unité	Description
$u_c(t)$	$U_c(p)$	V	Tension consigne. Elle est toujours nulle car on souhaite que le pendule revienne à sa position d'équilibre.
$u(t)$	$U(p)$	V	Tension en sortie du capteur, image du déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre
$\varepsilon(t)$	$\varepsilon(p)$	V	Écart entre la tension de consigne et la tension en sortie du capteur
$\gamma_{x2}(t)$	$\gamma_{x2}(p)$	$m \cdot s^{-2}$	Accélération du sol lors d'un séisme
$\Delta\alpha(t)$	$\alpha(p)$	rad	Déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre
$C_{BF}(t)$	$C_{BF}(p)$	N·m	Moment généré par la bobine BF sur l'axe de rotation du pendule
$C_{HF}(t)$	$C_{HF}(p)$	N·m	Moment généré par la bobine HF sur l'axe de rotation du pendule

Données numériques

$$K_D = 1,48 \times 10^5 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \quad K_H = 3 \times 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{V}^{-1} \quad \tau_H = 0,001 \text{ s} \quad K_B = 5 \times 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{V}^{-1} \quad \tau_B = 0,1 \text{ s}$$

On s'intéresse dans un premier temps à l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule. Le schéma-blocs correspondant est fourni à la Figure 4.

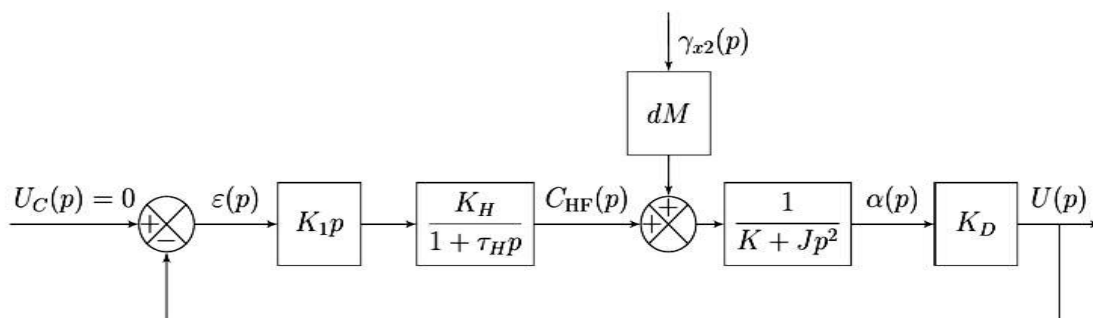


Figure 4 - Schéma-blocs de la boucle HF seule

Q31. Déterminer la fonction de transfert $H_\gamma(p) = \frac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$, avec $U_C(p) = 0$, en l'exprimant sous la forme :

$$H_\gamma(p) = K_{HF} \cdot \frac{1 + a_1 p}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}$$

où l'on précisera les expressions de K_{HF} , a_1 , b_1 , b_2 et b_3 .

On donne les pôles p_i de $H_\gamma(p)$ en Table 4 et le diagramme de Bode en gain de $H_\gamma(p)$ en Figure 5 pour différentes valeurs de K_1 .

K_1	p_1	p_2	p_3
0,05	-1000	-0,38-2,33j	-0,38+2,33j
0,5	-1000	-0,64	-9,32
5	-1000	-0,069	-95,7

TABLE 4 - Pôles de la fonction de transfert $H_\gamma(p)$

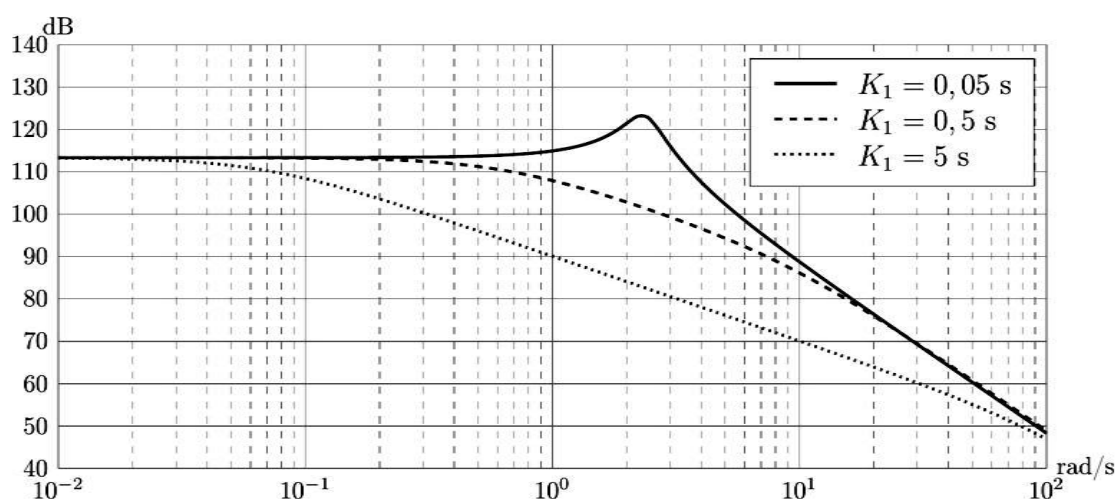


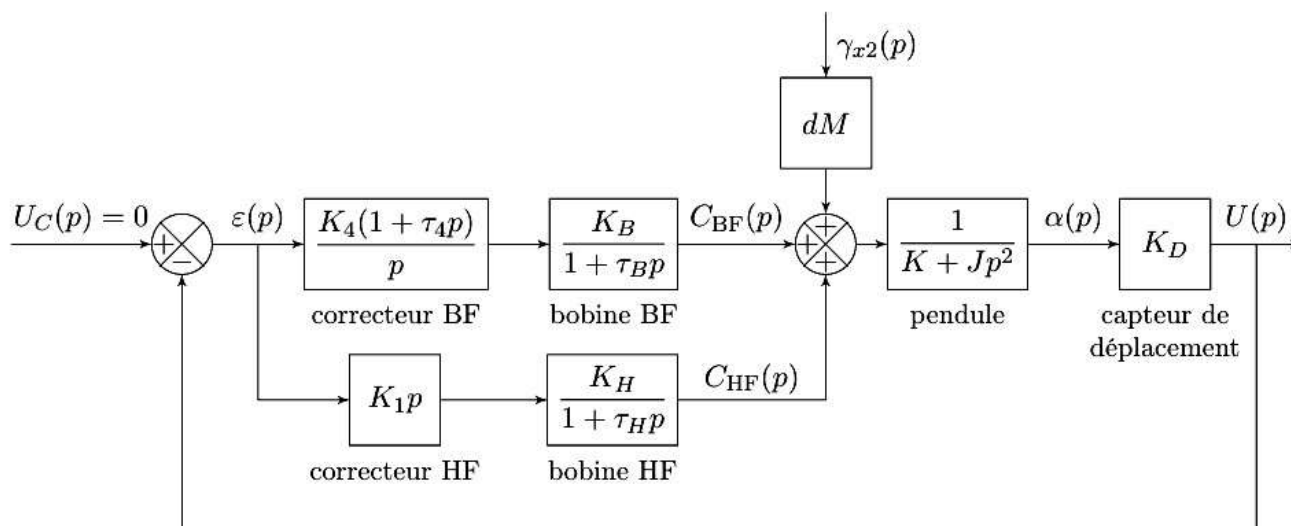
Figure 5 - Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $H_\gamma(p)$

Le réglage du correcteur HF doit permettre de répondre aux exigences 3.1 et 3.3.

Q32. Justifier que $H_v(p)$ correspond à un système stable quelle que soit la valeur retenue pour K_1 dans la gamme $[0,05; 5]$ s. Choisir, en justifiant, la valeur de K_1 parmi les valeurs proposées, la plus adaptée au réglage de l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule. Est-ce que toutes les exigences sont vérifiées, justifier votre réponse.

Annexe 3

Schéma-blocs de l'asservissement



Grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement

Grandeur physique	Transformée de Laplace	Unité	Description
$u_C(t)$	$U_C(p)$	V	Tension consigne. Elle est toujours nulle car on souhaite que le pendule revienne à sa position d'équilibre.
$u(t)$	$U(p)$	V	Tension en sortie du capteur, image du déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre
$\varepsilon(t)$	$\varepsilon(p)$	V	Écart entre la tension de consigne et la tension en sortie du capteur
$\gamma_{x2}(t)$	$\gamma_{x2}(p)$	$m \cdot s^{-2}$	Accélération du sol lors d'un séisme
$\Delta\alpha(t)$	$\alpha(p)$	rad	Déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre
$C_{BF}(t)$	$C_{BF}(p)$	N·m	Moment généré par la bobine BF sur l'axe de rotation du pendule
$C_{HF}(t)$	$C_{HF}(p)$	N·m	Moment généré par la bobine HF sur l'axe de rotation du pendule