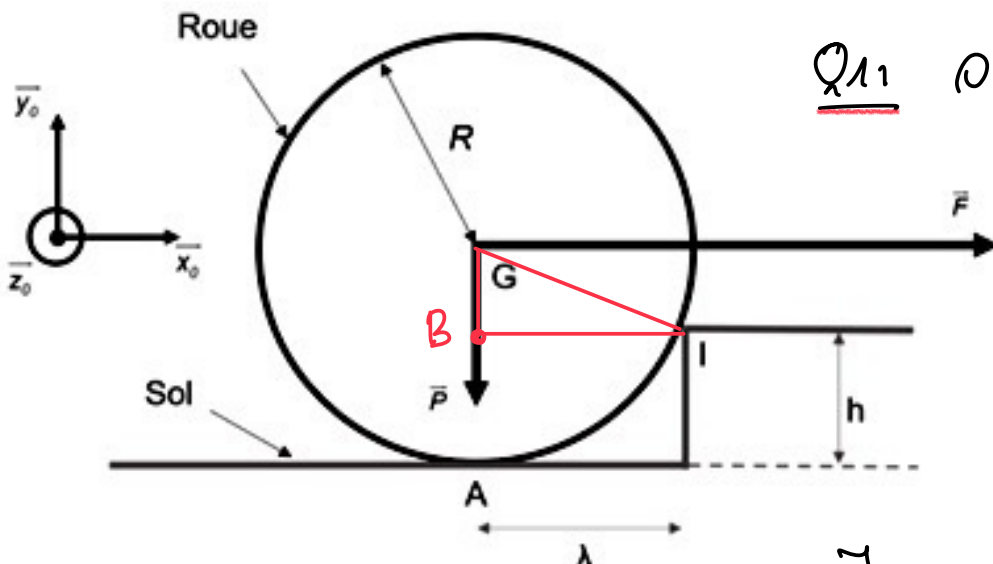


Correction du CB du 28 Mai 2025



Q11 On isole la roue et on se place au moment où la roue décolle du point A :

$$\left\{ \mathcal{L}_{\text{sol} \rightarrow \text{roue}} \right\}_A = \{ 0 \}$$

Le B.A.M.E. donne alors \vec{P} (appliqué en G), \vec{F} appliqué en G et $\left\{ \mathcal{L}_{\text{sol} \rightarrow \text{roue}} \right\}_I$

Appliquons le TMS en I au solide roue.

Q2: $\vec{M}_{I, \vec{P}} + \vec{M}_{I, \vec{F}} + \vec{M}_{I, \vec{F}_{\text{sol} \rightarrow \text{roue}}} = \vec{0}$
 \parallel
 $\vec{0}$

$$+ M g \lambda - F_s (R - h) = 0 \Rightarrow F_s = \frac{M g \lambda}{R - h}$$

dans le triangle (G, B, I) on a :

$$\begin{aligned} R^2 &= (R - h)^2 + \lambda^2 \quad \text{d'où } \lambda^2 = R^2 - (R - h)^2 \\ &= R^2 - (R^2 - 2Rh + h^2) \\ &= 2Rh - h^2 = h(2R - h) \end{aligned}$$

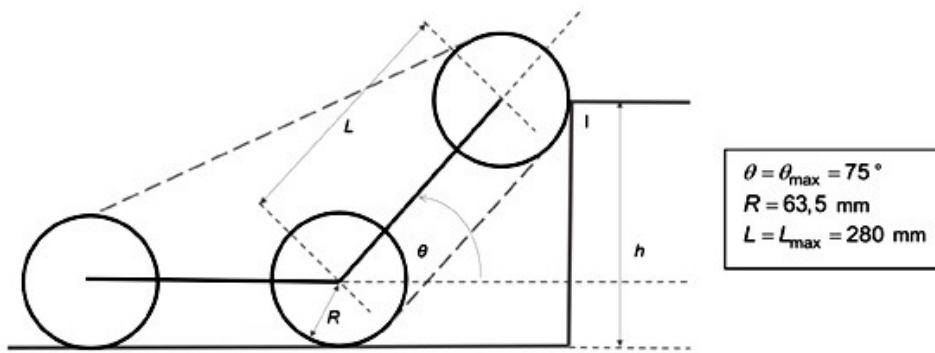
$$F_s = \frac{M g (h(2R - h))^{1/2}}{(R - h)}$$

Q3: $\lim_{h \rightarrow R} F_s = +\infty$ pour $h=0$ $F_s=0$

le ratio de franchissement est égal à $\frac{h}{D_{\text{roue}}}$, on voit que pour $h=R$ la force motrice doit être infiniment grande, c'est donc la limite supérieure du ratio:

or $D=2R$ d'où un ratio = $\frac{R}{2R} = \frac{1}{2} = 0,5$

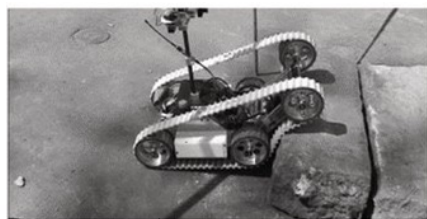
Q4:



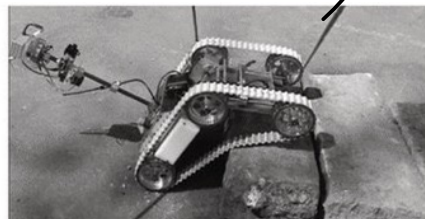
Pour $0 \leq t \leq 20 \text{ s}$ $40^\circ \leq \theta < 45^\circ$ (étape n°1)
 pour $20 \text{ s} < t < 23 \text{ s}$ $45^\circ \leq \theta < 50^\circ$ (étape n°2)
 pour $23 \text{ s} \leq t \leq 34 \text{ s}$ $0 < \theta < -60^\circ$ (étape n°3)
 pour $34 \text{ s} < t < 44 \text{ s}$ $-60^\circ < \theta < -50^\circ$ (étape n°4)

Les exigences sont vérifiées puisque FD 12311 donne $-75^\circ < \theta < +75^\circ$

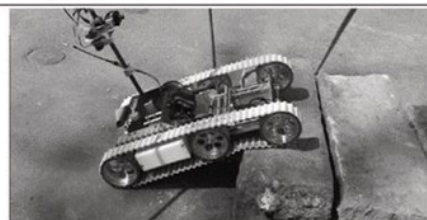
Q5:



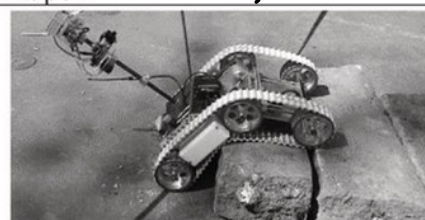
Étape n° 1 $\theta_1 > 0$



Étape n° 3 $\theta_3 < 0$

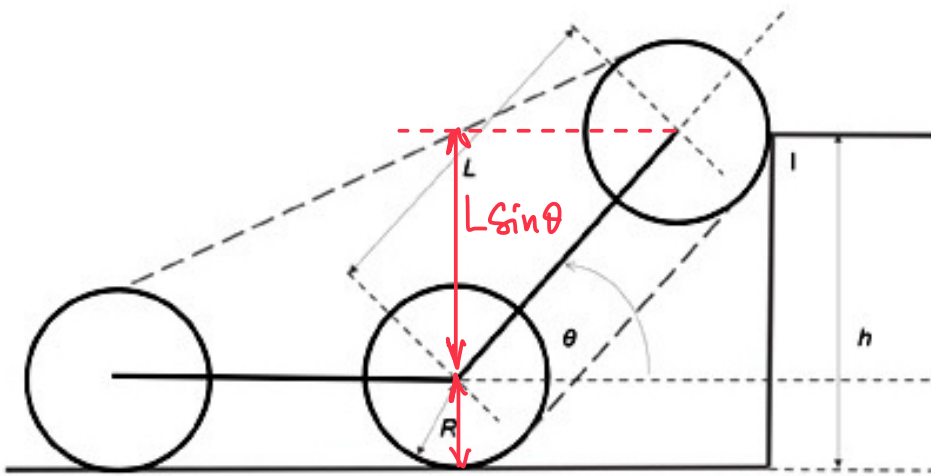


Étape n° 2 $\theta_2 = 0$



Étape n° 4 $\theta_4 < \theta_3 < 0$

Q6:



$$\begin{aligned} \theta &= \theta_{\max} = 75^\circ \\ R &= 63,5 \text{ mm} \\ L &= L_{\max} = 280 \text{ mm} \end{aligned}$$

On a $h = R + L \sin \theta$

$$\text{ratio} = \frac{h}{D} = \frac{h}{2R} = \frac{R + L \sin \theta}{2R}$$

$$\text{A.N. ratio} = \frac{h}{D} = \frac{63,5 + 280 \sin 75^\circ}{2 \times 63,5} = \underline{2,63}$$

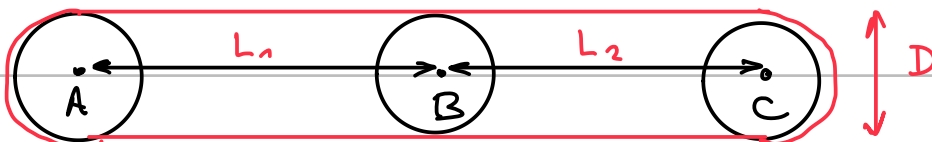
ce qui est supérieur à 2,5 de l'exigence 1.2.1.



Q7:

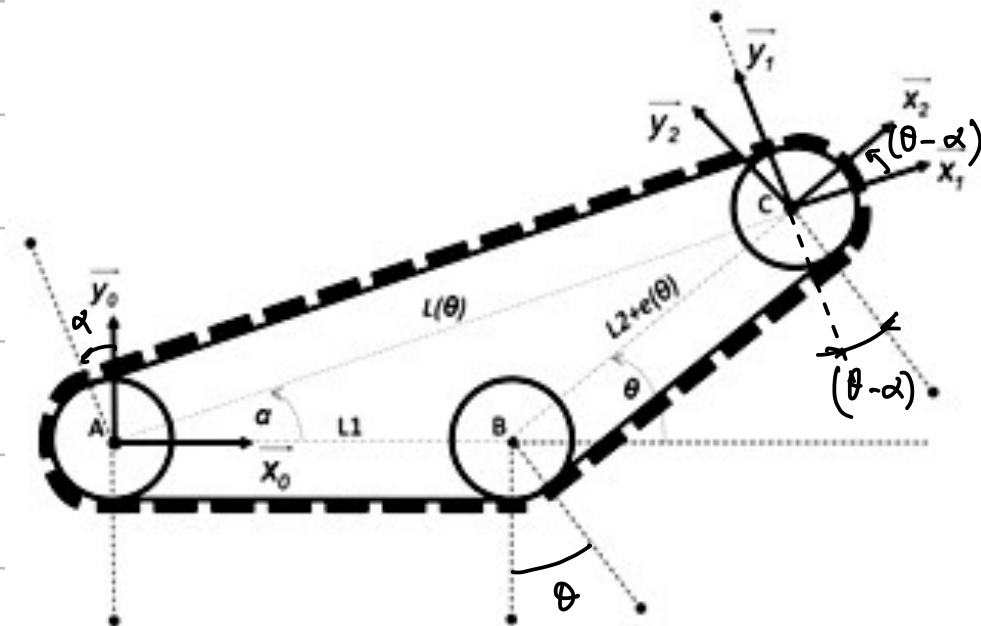
	L_1	L_2	e	L	θ	α
Constant	x	x				
Variable			x	x	x	x

Q8: si $\alpha = \theta = 0$



$$L_c = 2(L_1 + L_2) + 2 \times \frac{\pi D}{2} \Rightarrow L_c = 2(L_1 + L_2) + \pi D$$

Q9:



Arc de cercles sur
les roues.

$$\begin{aligned} \text{Ici } L_c &= L(\theta) + L_1 + L_2 + e(\theta) + (\pi - \alpha) \frac{D}{2} + \theta \frac{D}{2} + (\pi - \theta + \alpha) \frac{D}{2} \\ &= L(\theta) + L_1 + L_2 + e(\theta) + \frac{D}{2} (\pi - \alpha + \theta + \pi - \theta + \alpha) \end{aligned}$$

$$L_c = L(\theta) + L_1 + L_2 + e(\theta) + \pi D$$

Q10: Grâce aux questions 8 et 9 on a

$$2(L_1 + L_2) + \pi D = L(\theta) + e(\theta) + L_1 + L_2 + \pi D$$

$$\text{d'où } L(\theta) + e(\theta) = L_1 + L_2 = \text{cte}$$

Q11: $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$

$$\vec{F} = L_1 \vec{x}_0 + (L_2 + e) \vec{x}_2 - L(\theta) \vec{x}_1 = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \vec{F} \cdot \vec{x}_0 = 0 = L_1 + (L_2 + e) \cos \theta - L(\theta) \cos \alpha \\ \vec{F} \cdot \vec{y}_0 = 0 = (L_2 + e) \sin \theta - L(\theta) \sin \alpha \end{cases}$$

Q12: $L^2(\theta) = (L_1 + (L_2 te) \cos \theta)^2 + (L_2 te)^2 \sin^2 \theta$

$$L^2(\theta) = L_1^2 + 2L_1(L_2 te) \cos \theta + (L_2 te)^2$$

C'est la formule de AlQashi!

Q13: On a: $L(\theta) + e(\theta) = L_1 + L_2$ (Q10)

$$L(\theta) = L_1 + L_2 - e(\theta)$$

$$L^2(\theta) = (L_1 + L_2)^2 - 2(L_1 + L_2)e(\theta) + e^2(\theta)$$

Ce qui donne:

$$(L_1 + L_2)^2 - 2(L_1 + L_2)e(\theta) + \cancel{e^2(\theta)} = L_1^2 + 2L_1L_2 \cos \theta + 2L_1e \cos \theta + L_2^2 + 2eL_2 + \cancel{e^2(\theta)}$$

$$(L_1 + L_2)^2 - L_1^2 - 2L_1L_2 \cos \theta - L_2^2 = e(\theta)(2L_1 \cos \theta + 2L_2 + 2(L_1 + L_2))$$

$$\cancel{L_1^2} + 2L_1L_2 + \cancel{L_2^2} - \cancel{L_1^2} - 2L_1L_2 \cos \theta - \cancel{L_2^2} = e(\theta)(2L_1 \cos \theta + 2L_1 + 4L_2)$$

$$e(\theta) = \frac{2L_1L_2(1 - \cos \theta)}{2(L_1 + 2L_2) + 2L_1 \cos \theta}$$

$$F = 2L_1L_2$$

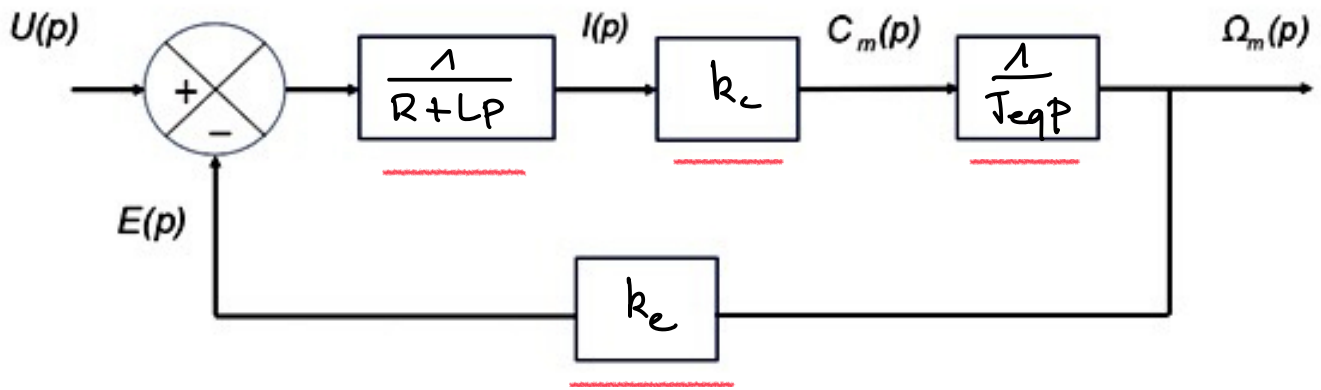
$$G = 2(L_1 + 2L_2)$$

$$H = 2L_1$$

Q14: Dans le domaine de Laplace les équations Donnent:

$$U(p) = RI(p) + LpI(p) + E(p) \quad (1) \quad C_m(p) = k_c I(p) \quad (2)$$

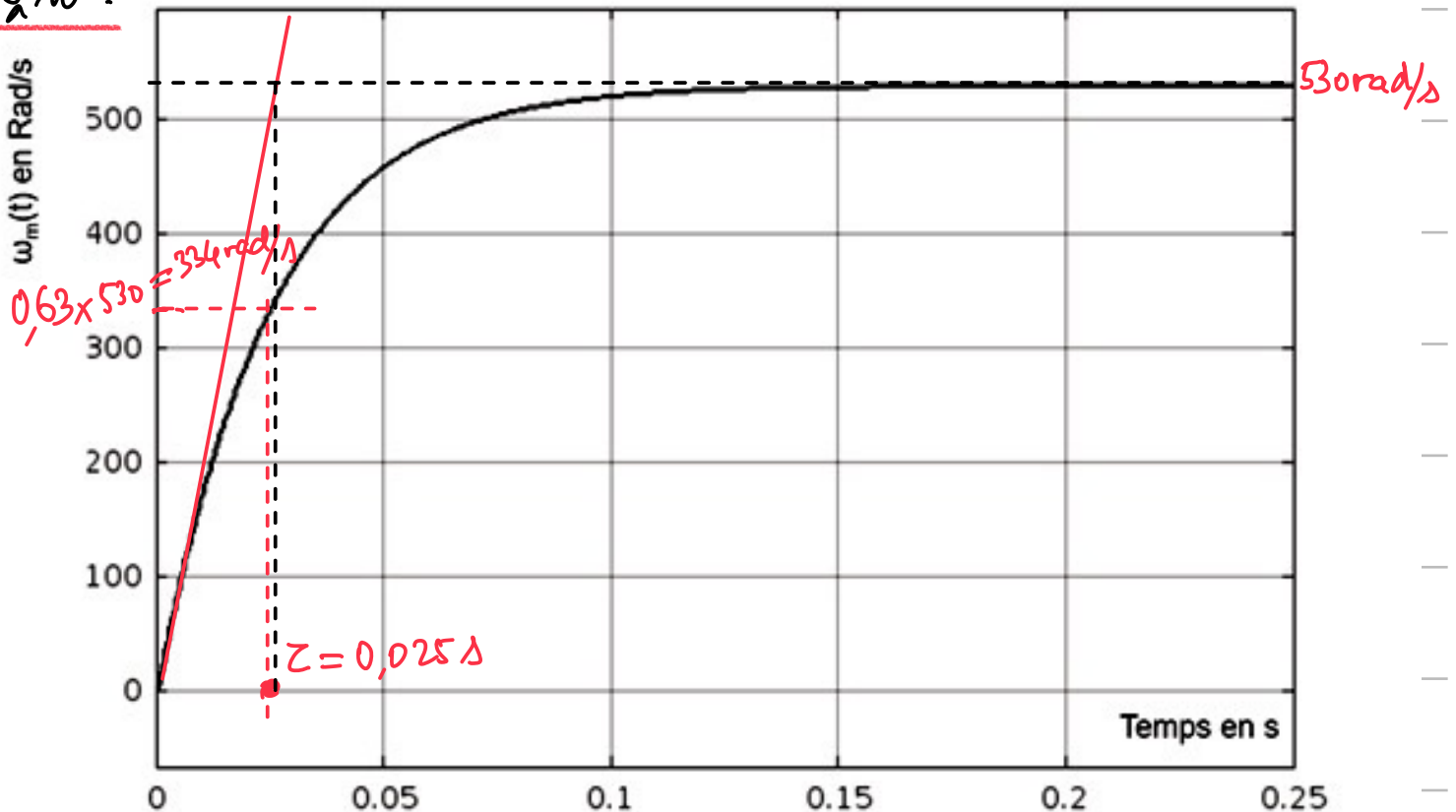
$$E(p) = k_e \Omega_m(p) \quad (3) \quad C_m(p) - C_{re}(p) = J_{eq} p \Omega_m(p) \quad (4)$$



Q15:
$$\frac{\Omega_m}{U} = \frac{\frac{k_c}{J_{eq} p (R + Lp)}}{1 + \frac{k_c k_e}{J_{eq} p (R + Lp)}} = \frac{k_c}{J_{eq} p (R + Lp) + k_c k_e}$$

$$\frac{\Omega_m}{U} = \frac{1/k_e}{1 + \frac{J_{eq} R}{k_c k_e} p + \frac{J_{eq} L}{k_c k_e} p^2}$$

Q16:



Réponse temporelle du 1^{er} ordre,

$$K = \frac{530}{10} = 53 \text{ rad/v}_s \quad \tau = 0,025 \text{ s}$$

donc $H_m(p) = \frac{53}{1 + 0,025p}$

Q17: La fonction théorique de la question 15 est du 2^{ème} ordre, qui peut se ramener à un premier ordre parce que $\tau_e \ll \tau_{em}$ (on dit que τ_{em} donne le pôle dominant $\frac{1}{\tau_{em}}$)

$$\text{on a } \tau_e = \frac{L}{R} = \frac{0,07 \times 10^{-3}}{0,41} = 1,7 \times 10^{-4} \text{ s} \approx \frac{\tau_{em}}{150}$$

Q18 On prend $H_m(p) = \frac{k_m}{1 + \tau p}$ $C(p) = k_{corr}$

$$\text{on a } \varepsilon = k_a \theta_c - k_{cap} \times \frac{1}{H_2(p)} \theta$$

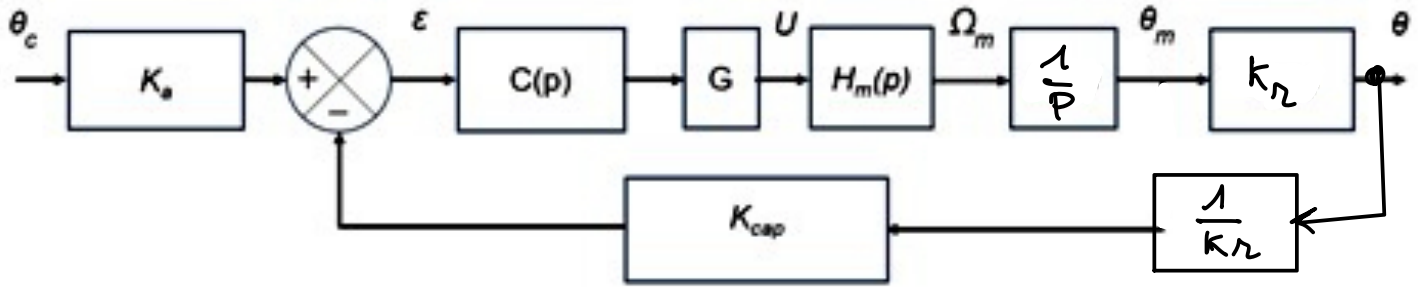
$$\text{Si } \theta = \theta_c \quad \varepsilon = 0 \Rightarrow k_a = \frac{k_{cap}}{H_2(p)}$$

Or $H_2(p) = \frac{\theta}{\theta_m} = k_r$

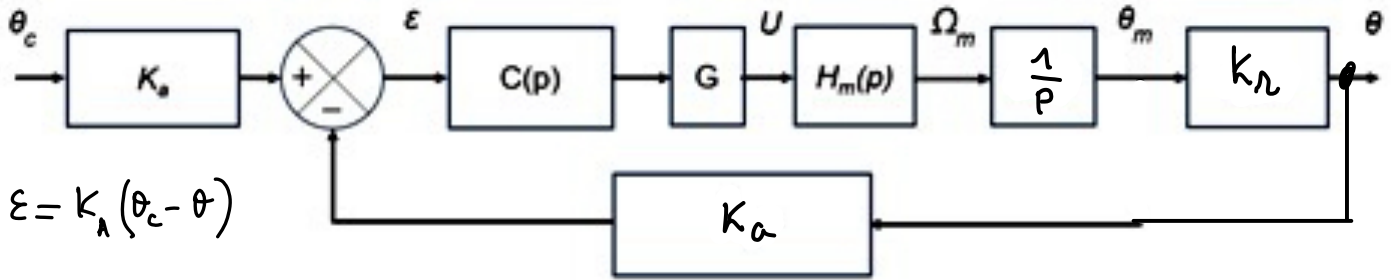
$$k_a = \frac{k_{cap}}{k_r}$$

$$\frac{\theta_m}{\Omega_m} = H_1(p) \quad \text{or } \Omega_m = p \theta_m \Rightarrow H_1(p) = \frac{1}{p}$$

Q 19

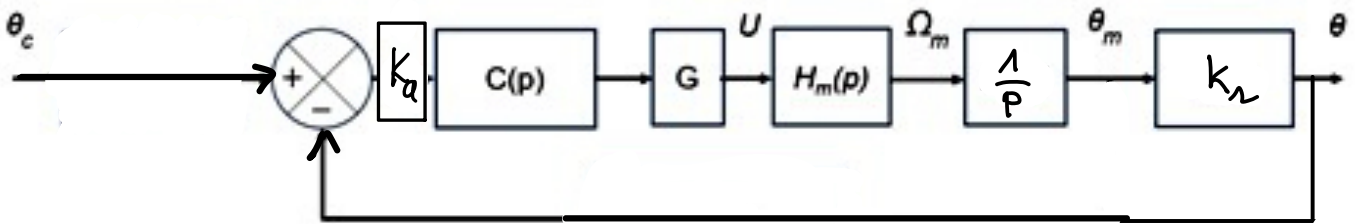


|||



$$\epsilon = K_a (\theta_c - \theta)$$

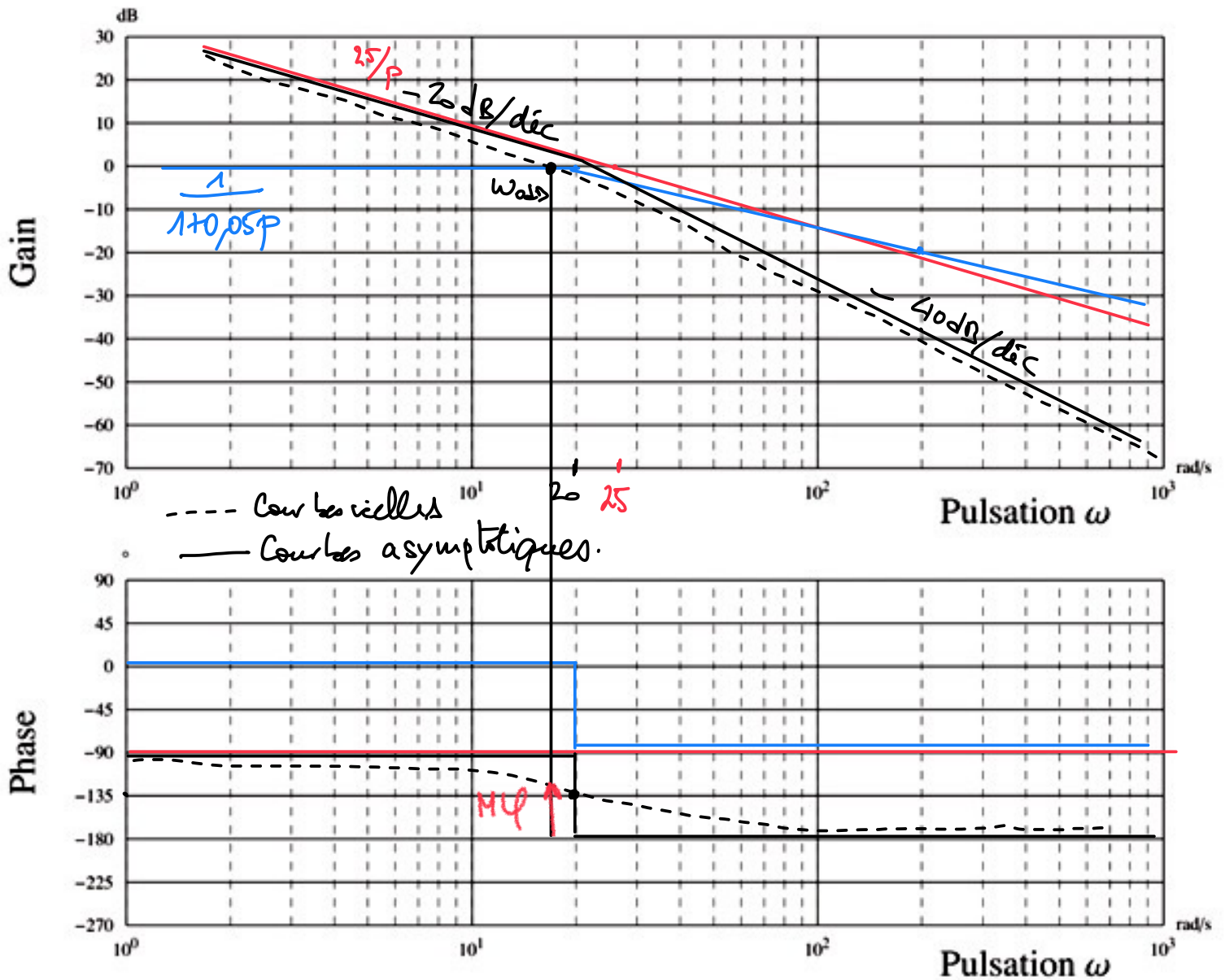
|||



d'où

$$H(p) = \frac{K_a K_{cap} G K_m K_2}{p(1+Tp)}$$

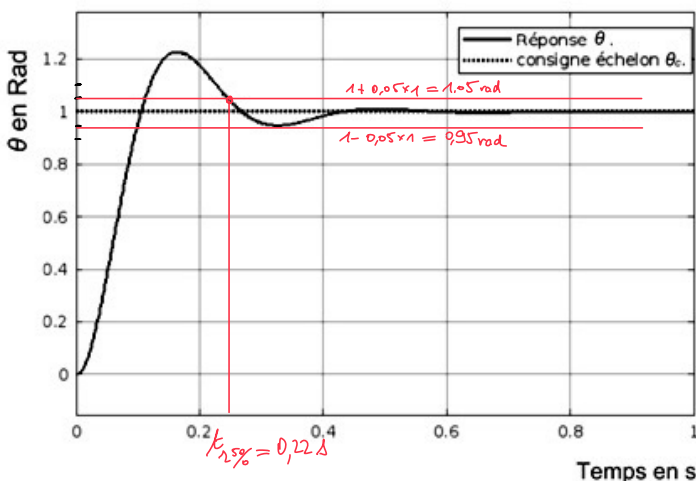
Q20:



Q21: Sur les diagrammes de BODE en même.

$M\varphi = 60^\circ$ et $M_G \rightarrow +\infty$

$M\varphi$ et menée pour ω_{dB}



Sur la réponse temporelle
 $\Delta \Delta \tau = 1$ erreur statique = 0

$D_1 = 0,22$ $D_{1\%} = \frac{0,22}{1} = 22\%$

Performance	Critère	Niveau	Validation : oui ou non
Stabilité	Marge de Phase	60°	<u>NON $60^\circ < 80^\circ$</u>
	Marge de Gain	$+ \infty$	<u>OUI $+ \infty > 20 \text{ dB}$</u>
	Dépassement	$+ 22\%$	<u>NON $22 > 2$</u>
Précision	Erreur statique	0°	<u>OUI $0^\circ < 1^\circ$</u>
Rapidité	Temps de réponse à 5 %	$0,22 \text{ s}$	<u>OUI $0,22 < 1 \text{ s}$</u>

Q22 Le couple résistant peut être créé par la forte résistance à l'avancement, générée par les crans de la cheville, et sa souplesse.

C_{re} arrive sur le bloc H_m , au moment de l'équation dynamique

Q23: Il n'y a pas d'intégrateur avant la perturbation l'erreur due à la perturbation sera donc non nulle.

Q24: On isole (2) B.A.M.E. Poids, P_{int}, P_{ext}

on applique le TMS en O_1

$$\vec{M}_{O_1, \vec{P}} + \vec{M}_{O_1, \text{robt}} + \vec{M}_{O_1, P_{int}} = \vec{0}$$

$$\vec{O}_1 \vec{G}_1 \vec{P} + (C_0 - k(\alpha(t) - \alpha_0)) \vec{z}_1 + L_0 \vec{x}_1 + M_0 \vec{y}_1 - \mu \alpha(t) \vec{z}_1 = 0$$

en projection sur \vec{z}_1 cela donne :

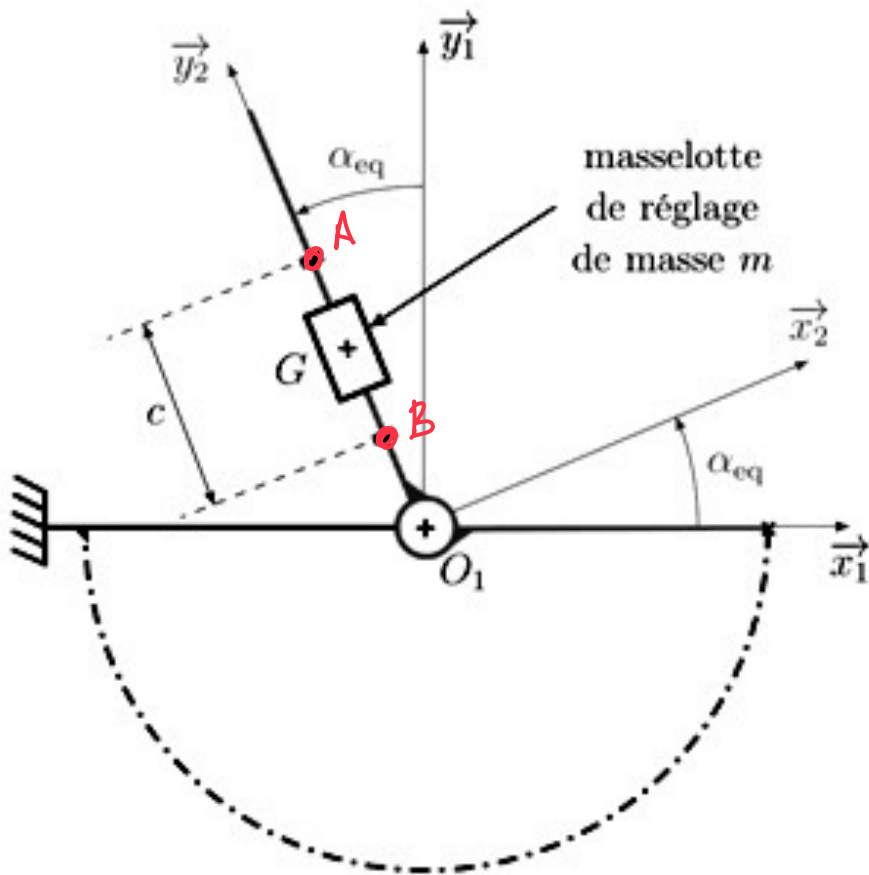
$$(d\vec{y}_2 \wedge - Mg\vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1 + C_0 - k(\alpha(t) - \alpha_0) - \mu \dot{\alpha}(t) = 0$$

$$[-Mgd(-\sin\alpha \vec{x}_1 + \cos\alpha \vec{y}_1) \wedge \vec{y}_1] \cdot \vec{z}_1 + C_0 = k(\alpha_{eq} - \alpha_0) + \mu \dot{\alpha}(t)$$

$$C_0 = k(\alpha_{eq} - \alpha_0) + \mu \dot{\alpha}(t) - Mgd \sin\alpha$$

$$\alpha(t) = \alpha_{eq} = cte \Rightarrow \dot{\alpha}(t) = 0 \text{ donc } C_0 = k(\alpha_{eq} - \alpha_0) - Mgd \sin\alpha$$

Q25:



Lors que la masselotte est en A le moment du poids de la masselotte vaut $\vec{O}_1\vec{A} \wedge -mg\vec{y}_1$

$$= (d + \frac{c}{2})\vec{y}_2 \wedge -mg\vec{y}_1$$

$$= (d + \frac{c}{2})(-\sin\alpha_{eq}\vec{x}_1 + \cos\alpha_{eq}\vec{y}_1) \wedge -mg\vec{y}_1$$

$$= (d + \frac{c}{2}) \sin\alpha_{eq} mg \vec{z}_1$$

Quand la masselotte est en B le moment par l'axe est

$$(d - \frac{c}{2}) \sin\alpha_{eq} mg \vec{z}_1$$

Par rapport au moment où la manivelle est en G

la variation de moment est donc de $\pm \frac{c}{2} \sin \alpha_0 m g$

A.N. $\pm 1,08 \text{ N.m}$ le Cdc est vérifié

$$\begin{aligned} \text{Q 26: } \vec{V}_{G \in \mathcal{R}_0} &= \vec{V}_{G \in \mathcal{R}_1} + \vec{V}_{G \in \mathcal{V}_0} \\ &= \vec{V}_{O_1 \in \mathcal{R}_1} + \vec{G}_{O_1} \wedge \dot{\alpha}(t) \vec{z}_1 + V(x) \vec{x}_1 + V(y) \vec{y}_1 \\ &\quad \parallel \vec{v} \end{aligned}$$

$$= -d \dot{y}_2 \wedge \dot{\alpha}(t) \vec{z}_1 + V(x) \vec{x}_1 + V(y) \vec{y}_1$$

$$\vec{V}_{G \in \mathcal{R}_0} = -d \dot{\alpha} \vec{x}_2 + V(x) \vec{x}_1 + V(y) \vec{y}_1$$

$$\text{Q 27: } J p^2 \alpha(p) + \mu p \alpha(p) + k \alpha(p) = d M g_m \cos \alpha_0 \alpha(p) + d M \dot{y}_{x_2}$$

$$\alpha (J p^2 + \mu p + k - d M g_m \cos \alpha_0) = d M \dot{y}_{x_2}$$

$$\frac{\alpha(p)}{y_{x_2}} = \frac{d M}{J p^2 + \mu p + k - d M g_m \cos \alpha_0}$$

$$\frac{\alpha(p)}{y_{x_2}} = \frac{d M / k - d M g_m \cos \alpha_0}{1 + \frac{\mu}{k - d M g_m \cos \alpha_0} p + \frac{J}{k - d M g_m \cos \alpha_0} p^2}$$

Cette fonction de transfert du 2nd ordre n'est stable que si les coefficients du polynôme du 2nd degré au dénominateur sont tous de même signe ici > 0

$$\Rightarrow k - d M g_m \cos \alpha_0 > 0$$

il faut donc que la raideur $k > dMg_n \cos \alpha_0$ pour que le système soit stable

Q28 :

$$A = \frac{dM}{k - dMg_n \cos \alpha_0}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k - dMg_n \cos \alpha_0}{J}}$$

en fin :

$$\frac{2\zeta}{\omega_0} = \frac{\mu}{k - dMg_n \cos \alpha_0}$$

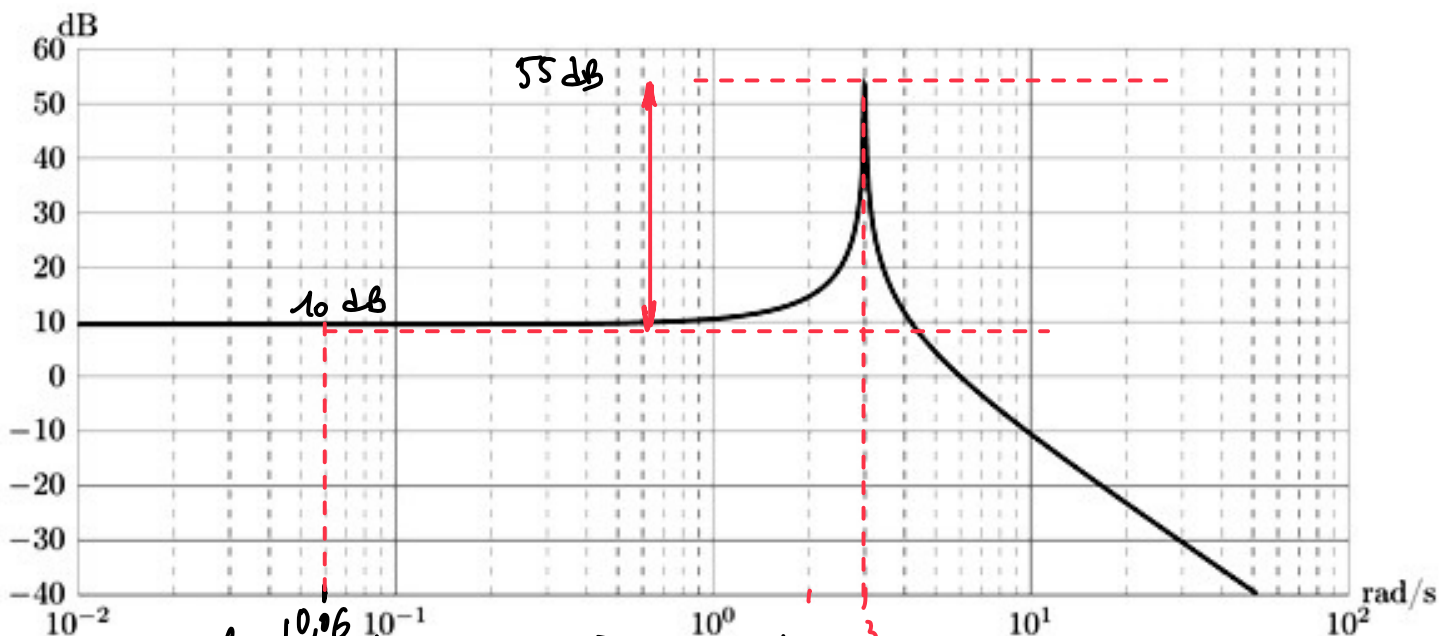
$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k - dMg_n \cos \alpha_0}{J}} \times \frac{\mu}{k - dMg_n \cos \alpha_0}$$

$$\zeta = \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{1}{J(k - dMg_n \cos \alpha_0)}}$$

Q29 : A est maximum pour $k - dMg_n \cos \alpha_0$ minimum

c'est à dire pour $\cos \alpha_0 = 1 \Rightarrow \alpha_0 = 0$

Q30 :



Dans la bande de 0,06 à 3 rad/s l'amplification est comprise entre

10 dB et 55 dB, ce qui est bien égal au supérieur à ce qui est indiquée à l'exigence 2.2.

$$\begin{aligned}
 Q31: \quad \frac{U(p)}{-Y_{x_2}(p)} &= dM_x \frac{\frac{k_D}{k + Jp^2}}{1 + \frac{k_D}{k + Jp^2} \times \frac{k_1 k_H p}{1 + z_H p}} \\
 &= dM_x \frac{k_D (1 + z_H p)}{(k + Jp^2)(1 + z_H p) + k_D k_1 k_H p} \\
 &= dM \frac{k_D (1 + z_H p)}{k + k z_H p + Jp^2 + z_H J p^3 + k_D k_1 k_H p} \\
 &= \frac{k_D dM}{k} \times \frac{1 + z_H p}{1 + \left(z_H + \frac{k_D k_1 k_H}{k}\right) p + \frac{J}{k} p^2 + \frac{z_H J}{k} p^3}
 \end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned}
 K_{HF} &= \frac{k_D dM}{k} & a_1 &= z_H & b_1 &= \left(z_H + \frac{k_D k_1 k_H}{k}\right) \\
 b_2 &= \frac{J}{k} & b_3 &= \frac{z_H J}{k}
 \end{aligned}$$

Q32: Les parties réelles des 3 pôles sont négatives, ce qui implique de le système est stable quelle que soit la valeur de k_1 .
 L'exigence 3.1. implique qu'il ne peut pas y avoir de résonance donc $k_1 = 0,05$ s est impossible

C'est pour $k_1 = 0,51$ qu'on a la bande passante
à $-3dB$ la plus grande on retient donc $k_1 = 0,51$

FIN