SII 1ère année

DIGEST

Ce qu'il faut parfaitement maîtriser pour débuter la 2ème année (MP et PSI)

1 Chaîne d'information (Capteurs, Microcontrôleur)

Chaîne de puissance (Alimentation, Préactionneur, Actionneur, Transmetteur, Effecteur)

CHAÎNE DE PUISSANCE

MODULER → CONVERTIR → TRANSMETTRE → AGIR

MODULER	CONVERTIR	TRANSMETTRE	AGIR
Préactionneur	Actionneur	Transmetteur	Effecteur.
(Distributeur --->	Vérin	(Réducteur,	
Hacheur ----->	MCC	Système 4 barres	
Variateur) --->	Moteur synchrone asynchrone	bielle manivelle)	

CHAÎNE D'INFORMATION

ACQUÉRIR → TRAITER → COMMUNIQUER

ACQUÉRIR	TRAITER	COMMUNIQUER
Capteurs	Microcontrôleur	Interface
Codeurs incrémental	+ programmation	voyant
Capteur de courant		Application
Capteur magnétique (Effet Hall)		

2 Réducteur à train simple

$$\boxed{r = (-1)^n \frac{\prod Z_{menante}}{\prod Z_{menée}}}$$

n = nb de contacts extérieurs

Réducteur à train épicycloïdal (PSI Uniquement !)

1 : planétaire 2 : porte satellite 3 : satellite

4 : Couronne 0 : bâti

$$\frac{\omega_{4/2}}{\omega_{1/2}} = -\frac{Z_1}{Z_4} = \lambda \Leftrightarrow \frac{\omega_{4/0} - \omega_{2/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{2/0}} = \lambda \text{ (raison du train)}$$

$$\boxed{\omega_{4/0} - \omega_{2/0} = \lambda(\omega_{1/0} - \omega_{2/0})}$$ Formule de Willys

3 Transmetteurs (sur des mécanismes fermés)

Loi entrée / sortie (Fermeture géométrique sur un mécanisme à structure fermée : $\vec{OA} + \vec{AB} + \dots + \vec{Zo} = \vec{0}$)

→ Le plus courant

(Fermeture cinématique : $\{\mathcal{V}_{1/2}\}_A + \{\mathcal{V}_{2/3}\}_A + \dots + \{\mathcal{V}_{n/1}\}_A = \{0\}_A$

→ quand on cherche directement une relation entrée / sortie sur des vitesses (angulaire ou linéaire)

4 Système direct ou système inverse (sur les mécanismes ouverts)

$$\vec{OM} = \underbrace{x_M \vec{x} + y_M \vec{y} + z_M \vec{z}}_{\text{Coordonnées cartésiennes}} = f(\theta_i)$$

θ_i → Coordonnées articulaires.

→ système direct (on fixe les θ_i on en déduit (x, y, z))

Si D est la matrice directe qui donne

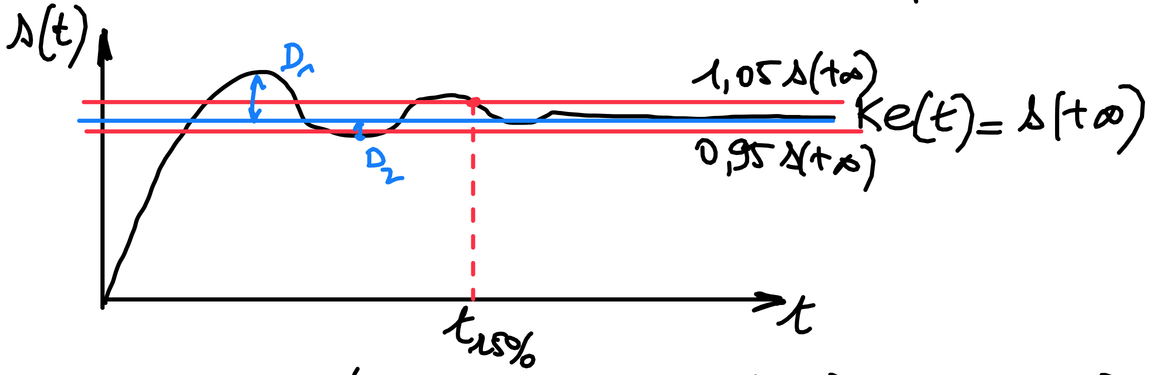
$$V = D\theta \qquad \text{avec } V = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ et } \theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{pmatrix}$$

Le système inverse donne $\theta = D^{-1} V$

On fixe la position cartésienne et on en déduit les coordonnées articulaires, ce qui permet de déterminer les lois de commande

5 Comportement temporel des SLCi

Réponse temporelle à un essai indiciel (échelon de valeur 1)

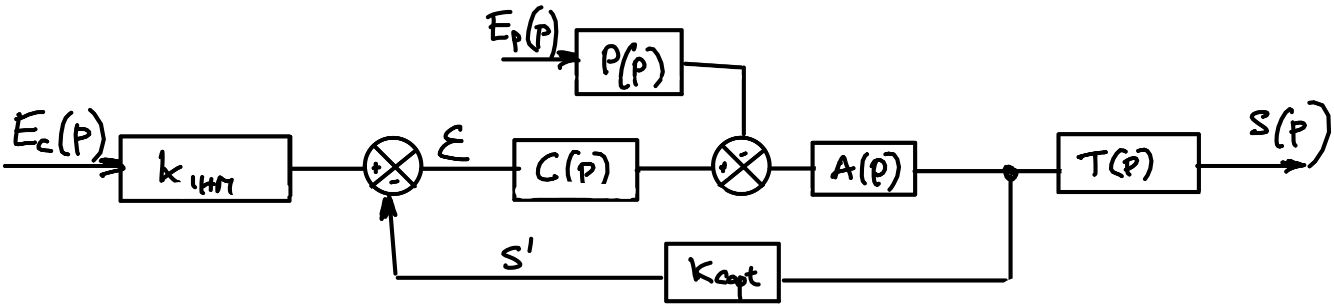


- Si $e(0) = 0$ et $s(0) = 0$ alors $s(+\infty) = Ke(+\infty)$
- $t_{r5\%}$: temps de réponse à 5%, temps à partir duquel le signal de sortie ne sort pas du tube à $\pm 5\%$ de $s(+\infty)$
- Le système est stable si la valeur finale converge vers une valeur constante ($s(+\infty)$)
- Les dépassement sont calculés par rapport à $\Delta s(+\infty)$

⑥ Transformée de Laplace, schéma fonctionnel d'un SLCi, FT

Domaine temporel		Domaine de Laplace
$f(t)$	$\dashrightarrow$	$F(p)$
$\int f(t)dt$	$\dashrightarrow$	$\dfrac{F(p)}{p}$
$\dfrac{df(t)}{dt}$	$\dashrightarrow$	$p\,F(p)$

Schéma fonctionnel de principe d'un système asservi



- Fonction de transfert en $\boxed{\text{poursuite}}$ $(E_p(p) = 0)$

$$\boxed{FTBO = \frac{S'}{\varepsilon} = K_{capt} \cdot A(p) \cdot C(p)}$$

$$\boxed{FTBF_{pour} = K_{IHM} \cdot \frac{C(p)\,A(p)}{1 + C(p)\,A(p)\,K_{capt}} \cdot T(p) = \frac{S(p)}{E_c(p)}}$$

Formule de BLACK

Le bon réglage de l'asservissement donne :

$$\varepsilon = 0 \text{ si } E_c = S \quad \text{or } \varepsilon = K_{IHM} E_c - K_{capt} \times \frac{S(p)}{T(p)}$$

d'où $0 = E_c \left(K_{IHM} - \dfrac{K_{capt}}{T(p)} \right) \Rightarrow \boxed{K_{IHM} = \dfrac{K_{capt}}{T(p)}}$

Ce qui donne $\boxed{FTBF = \frac{C(p)\,A(p)\,K_{capt}}{1 + C(p)A(p)K_{capt}} = \frac{FTBO}{1+FTBO}}$

- Fonction de transfert en régulation ($E_c(p) = 0$)

$$\boxed{FTBF_{rég.} = \frac{S(p)}{E_p(p)} = \frac{-P(p)\,A(p)\,T(p)}{1 + A(p)C(p)\,K_{capt}} = \frac{-P(p)A(p)T(p)}{1 + FTBO}}$$

- Le principe de superposition donne

$$S(p) = FTBF_{pour} \cdot E_c(p) + FTBF_{rég.} \cdot E_p(p)$$

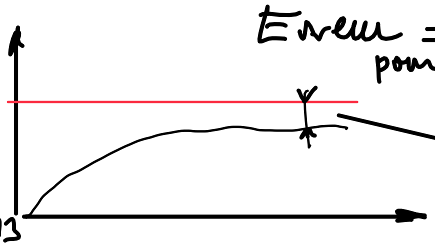
$$\boxed{S(p) = \frac{FTBO}{1+FTBO} \cdot \underbrace{E_c(p)}_{\text{Consigne de poursuite}} - \frac{P(p)\,A(p)\,T(p)}{1+FTBO}\,\underbrace{E_p(p)}_{\text{perturbation}}}$$

7 Relation entre l'erreur et les fonctions de transfert.

- En poursuite :

$$Erreur_{pour} = E_c(p) - S(p) = E_c(p)\left(1 - FTBF(p)\right)$$

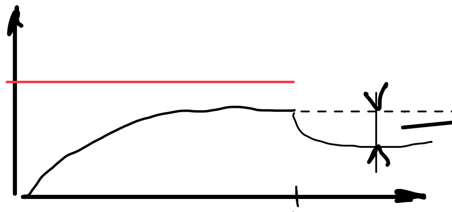
$$Erreur_{pour} = E_c(p)\left(1 - \frac{FTBo}{1+FTBo}\right)$$



$$\boxed{erreur_{pour} = E_c(p)\,\frac{1}{1+FTBo}}$$

- **En régulation :**

$$\text{Erreur}_{\text{rég.}} = S_{\text{pour}}(p) - S(p) = \frac{P(p)A(p)T(p)}{1+FTBO}E_p(p)$$



$$\boxed{\text{erreur}_{\text{rég.}} = \frac{P(p)\,A(p)\,T(p)}{1+FTBO}E_p(p)}$$

t_p → apparition de la perturbation

8 Forme canonique d'une fonction de transfert

Soit $H(p)$ une fonction de transfert quelconque

$H(p)$ peut s'écrire :

Les pôles sont les racines du dénominateur

$$\boxed{H(p) = K\frac{(1+p+\dots+p^m)}{p^\alpha(1+p+\dots+p^{n-\alpha})}}$$

$m<n$

Avec K : gain statique   n : ordre α : classe

pour les cas particuliers : $\alpha=0$ et $m=0$

on a à l'ordre 1 $\boxed{H(p) = \dfrac{K}{1+\tau p}}$

τ : constante de temps

on a à l'ordre 2 $\boxed{H(p) = \dfrac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}}$

z : coefficient d'amortissement ω_0 = pulsation propre.

Facteurs influençant la précision d'un SLCi

Sur la FTBF : le système est précis si :

$K=1$ et $\alpha=0$ pour une entrée en échelon

$K=1$ et $\alpha=-1$ pour une entrée en rampe

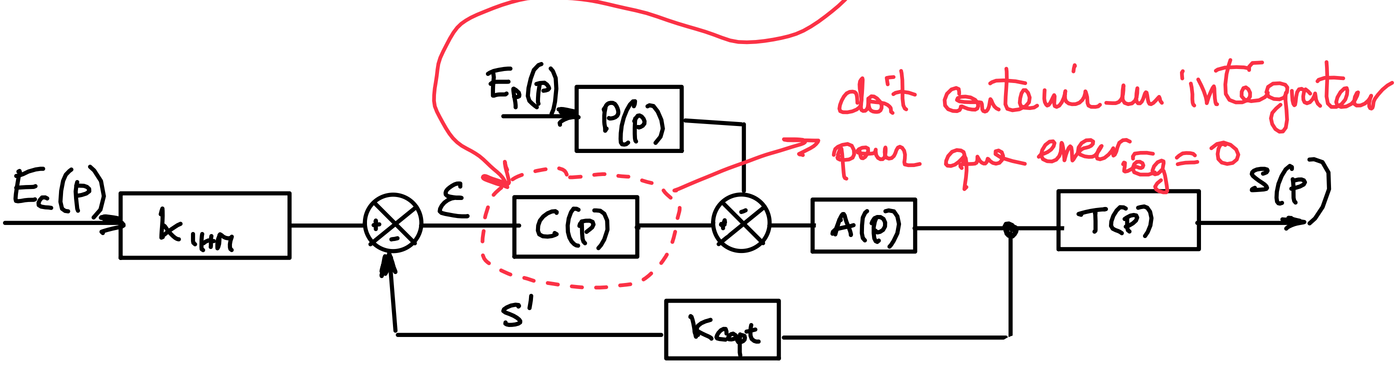
Sur la FTBO : le système est précis si :

$\alpha \geq 1$ pour une entrée en échelon $\boxed{\frac{E_0}{p}}$
(erreur statique)

$\alpha \geq 2$ pour une entrée en rampe $\boxed{\frac{V_0}{p^2}}$
(erreur de traînage)

Facteur influençant sur la sensibilité d'un SLCi aux perturbations :

Si un intégrateur est placé avant la perturbation le SLCi est insensible aux perturbations.



Dans les autres cas, ou si vous avez un doute utiliser le théorème de la valeur finale $\boxed{\lim_{t\to+\infty} s(t) = \lim_{p\to 0} p\,S(p)}$

9 Cinématique et dérivée d'un vecteur

Définition du torseur cinématique (vitesses !) d'une liaison entre deux solides 1 et 2

$$\boxed{\{\mathcal{V}_{1/2}\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/2} \\ \vec{V}_{O\in 1/2} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \omega^x_{12} & V^x_{12} \\ \omega^y_{12} & V^y_{12} \\ \omega^z_{12} & V^z_{12} \end{Bmatrix}_O}$$

Avec $\vec{\Omega}_{1/2}$ le taux rotation angulaire entre les solides 1 et 2 et $\vec{V}_{O\in 1/2}$ la vitesse du point O appartenant à 1 par rapport à 2.

Composition des vitesses : $\vec{\Omega}_{1/2} = \vec{\Omega}_{1/0} + \vec{\Omega}_{0/2}$

$$\vec{\Omega}_{1/2} = \vec{\Omega}_{1/0} - \vec{\Omega}_{2/0}$$

$$\vec{V}_{O\in 1/2} = \vec{V}_{O\in 1/0} + \vec{V}_{O\in 0/2} = \vec{V}_{O\in 1/0} - \vec{V}_{O\in 2/0}$$

Formule de Varignon (valable pour tous les torseurs !)

$$\boxed{\vec{V}_{O\in 1/2} = \vec{V}_{A\in 1/2} + \vec{OA} \wedge \vec{\Omega}_{1/2}}$$

On choisit le point A tel que sa vitesse est connue ou nulle

Torseurs cinématique des liaisons usuelles à connaître :
Pivot, Glissière, Sphère/plan, Sphérique, Sphère/cylindre

Dérivée d'un vecteur

Soit $\vec{v}$ un vecteur appartenant au référentiel R_1

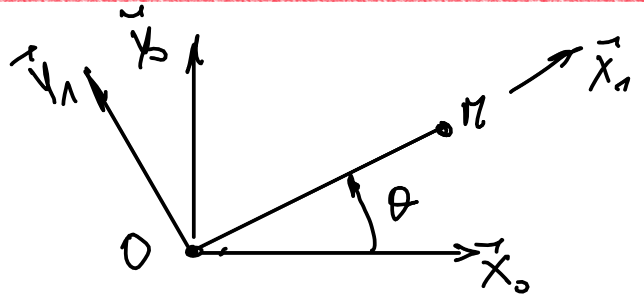
($\vec{v}$ est fixe dans R_1)

Si R_1 est mobile par rapport au référentiel R_0

avec un taux de rotation angulaire $\vec{\Omega}_{R_1/R_0}$

alors
$$\boxed{\left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right|_{R_0} = \left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right|_{R_1} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge \vec{v}}$$
Th. de BOUR

Exemple :



$R_0 : (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$

$R_1 : (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$

$\vec{OM} = r\vec{x}_1$

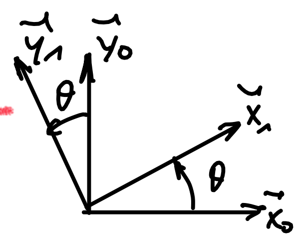
$$\left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_{R_0} = \left.\frac{d}{dt} r\vec{x}_1\right|_{R_0} = r\left.\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right|_{R_0} = r\underset{\substack{\parallel \\ \vec{0}}}{\left.\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right|_{R_1}} + \dot{\theta}\vec{z}_1 \wedge r\vec{x}_1$$

$$\left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_{R_0} = \dot{\theta}\, r\, \vec{y}_1$$

$\boxed{\text{Astuce :}}$ la dérivée d'un vecteur $\vec{v}$ est $\|\vec{v}\|$ multipliée par le taux de rotation entre les deux référentiels et portée par le vecteur directement orthogonal à $\vec{v}$

$$\vec{OM} = r\vec{x}_1 \Rightarrow \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_{R_0} = r \times \dot{\theta} \times \vec{y}_1$$

On rappelle le changement de Base



$\vec{x}_1 = \cos\theta\,\vec{x}_0 + \sin\theta\,\vec{y}_0 \qquad \vec{y}_1 = -\sin\theta\,\vec{x}_0 + \cos\theta\,\vec{y}_0$

$\vec{x}_0 = \cos\theta\,\vec{x}_1 - \sin\theta\,\vec{y}_1 \qquad \vec{y}_0 = \sin\theta\,\vec{x}_1 + \cos\theta\,\vec{y}_1$

10 Transmission d'efforts, statique, PFS

Définition du torseur statique :

$$\boxed{\left\{\mathcal{C}^{L_{12}}_{1\to 2}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R}_{1\to 2}\\ \overrightarrow{M}_{A,\overrightarrow{R}_{1\to 2}}\end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}X_{12} & L_{12}\\ Y_{12} & M_{12}\\ Z_{12} & N_{12}\end{matrix}\right\}_A}$$

Torseurs statiques des liaisons usuelles à connaître :
Pivot, Glissière, Sphère/plan, Sphérique, Sphère/cylindre, Hélicoïdale

Application du PFS (principe fondamental de la Statique)

- On isole un système Σ,
- On fait le B.A.M.E. (Bilan des actions mécaniques extérieures $\bar{\Sigma}\to\Sigma$)
- On écrit le torseur de chaque action transmise au point où elle est appliquée.

Attention on écrit uniquement les égalités dont on a besoin : Théorème de la Résultante Statique (TRS)

$$\boxed{\sum \overrightarrow{R}_{\bar{\Sigma}\to\Sigma} = \vec{0}}$$

Théorème du Moment Statique (TMS)

$$\boxed{\sum \overrightarrow{M}_{O,\vec{F}_{\bar{\Sigma}\to\Sigma}} = \vec{0}}$$

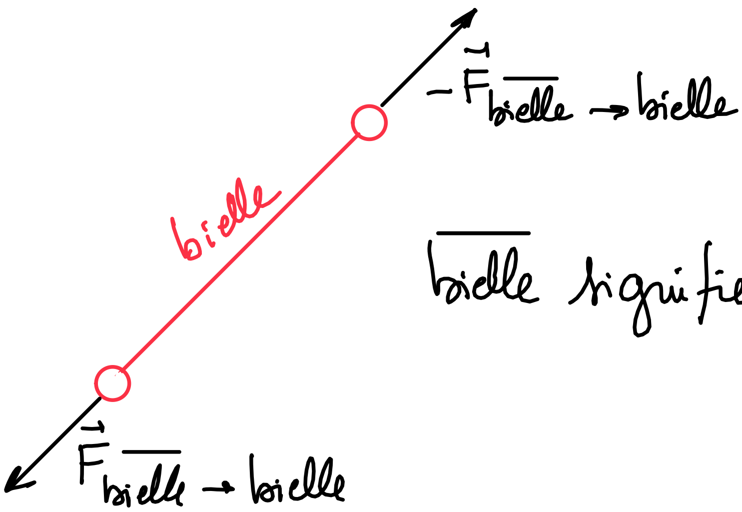
Souvent (Système en rotation par exemple), seule l'écriture du TMS est utile écrit au point où on a le plus d'inconnues

 Écrire tous les moments au même point

Astuce 1 : M n' M TMS = MAGIQUE 

Astuce 2 : Un solide non chargé (dont on néglige le poids), biarticulé (lié au reste du mécanisme par des liaisons avec un torseur glisseur (sphérique, Pivot)) transmet les efforts selon son axe

Exemple le plus courant : une bielle avec poids propre négligé.



$\overline{bielle}$ signifie extérieur à la bielle

Erreur communément faites, par exemple dans un mécanisme mobile (une moto par exemple).

Si on isole la moto dans son ensemble le BAME ne comprend que les actions de contact, le poids, les forces de frottement aérodynamique. (Le couple moteur est intérieur au système)

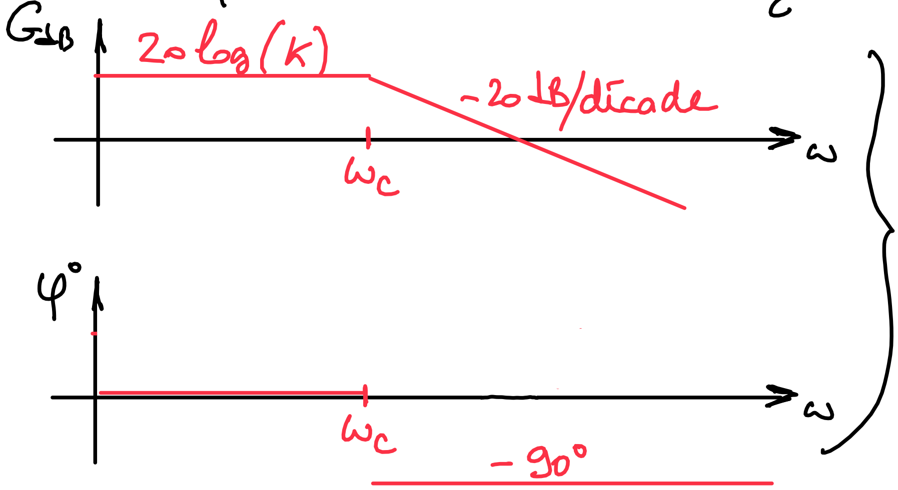
Si on veut faire apparaître le couple moteur il faut isoler la roue motrice.

11 Analyse fréquentielle des systèmes

L'analyse fréquentielle se fait sur la FTBO = $H_{BO}(p)$

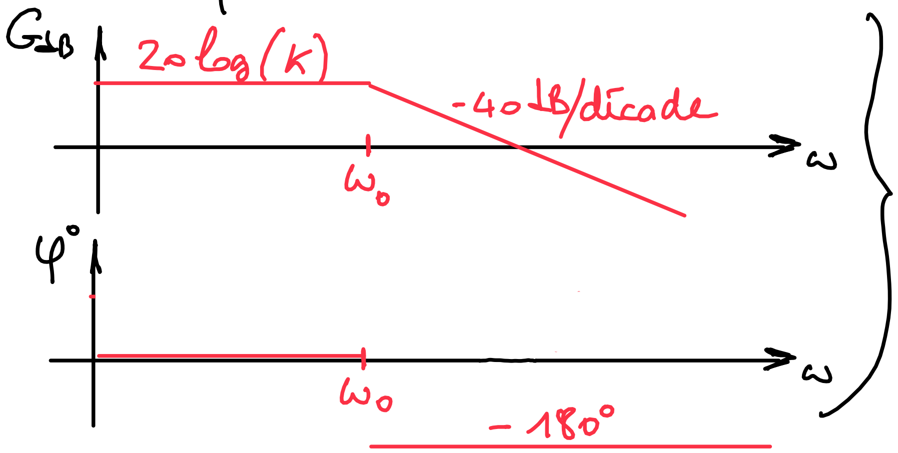
$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Gain en dB : } G_{dB} = 20\log|H_{BO}(j\omega)| \\ \text{Phase } \quad \varphi = Arg|H(j\omega)| \end{array}}$$

Pour un premier ordre $\omega_c = \frac{1}{\tau}$



Diagrammes asymptotiques

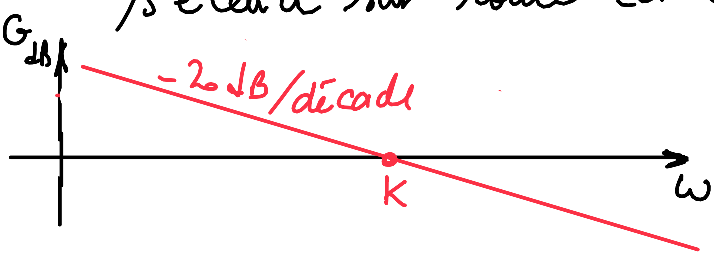
Pour un deuxième ordre $\omega_c = \omega_0$

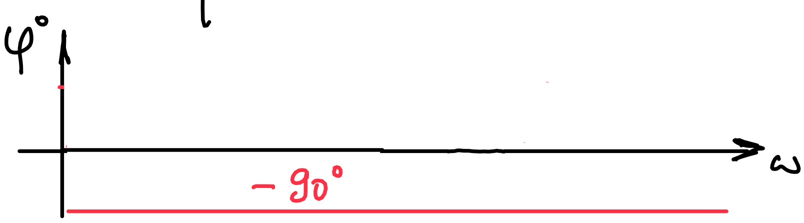


Diagrammes asymptotiques

dre

Pour un intégrateur pur $\frac{K}{p}$ (pas de pulsation de coupure), l'effet s'étend sur toute la bande de pulsation

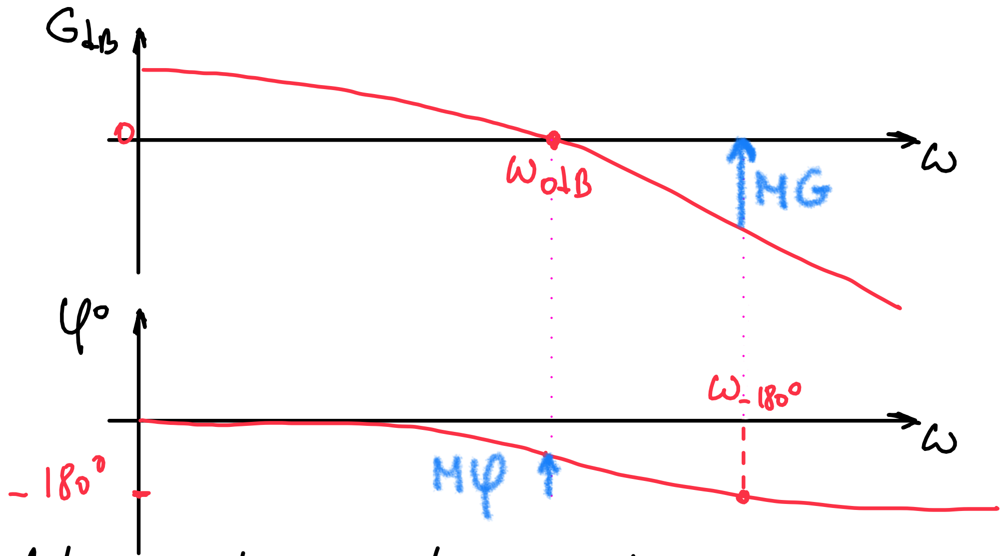




STABILITÉ DES SLCI

Marge de phase MΦ, Marge de gain MG

On a
$$\boxed{\begin{aligned} M\varphi &= \varphi^\circ(\omega_{0dB}) - (-180^\circ) = \varphi^\circ(\omega_{0dB}) + 180^\circ \\ MG &= 0 - G_{dB}(\omega_{-180^\circ}) = -G_{dB}(\omega_{-180^\circ}) \end{aligned}}$$



- La stabilité globale d'un SLCI dépend des valeurs prises par les pôles, si les parties réelles des pôles sont négatives alors le système est stable
- MΦ et MG quantifient le niveau de stabilité du SLCI, il faut se référer aux valeurs imposées par le Cahier des Charges

12 Rapport de transmission des transmetteurs classiques.

roue/vis sans fin $\boxed{r = \dfrac{\omega_{roue}}{\omega_{vis}} = \dfrac{Z_{vis}}{Z_{roue}}}$ (avec Z_{vis}, le nombre de filets en contact avec la roue)

vis/écrou $\boxed{r = \dfrac{V_{écrou}}{\omega_{vis}} = \dfrac{p}{2\pi}}$ (p : pas de la vis)

poulie/courroie
pignon/crémaillère $\boxed{r = \dfrac{V_{courroie}}{\omega_{poulie}} = R}$ (R : rayon de la poulie ou du pignon)