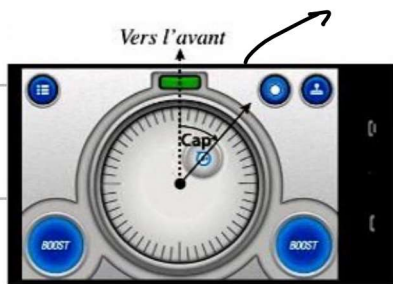


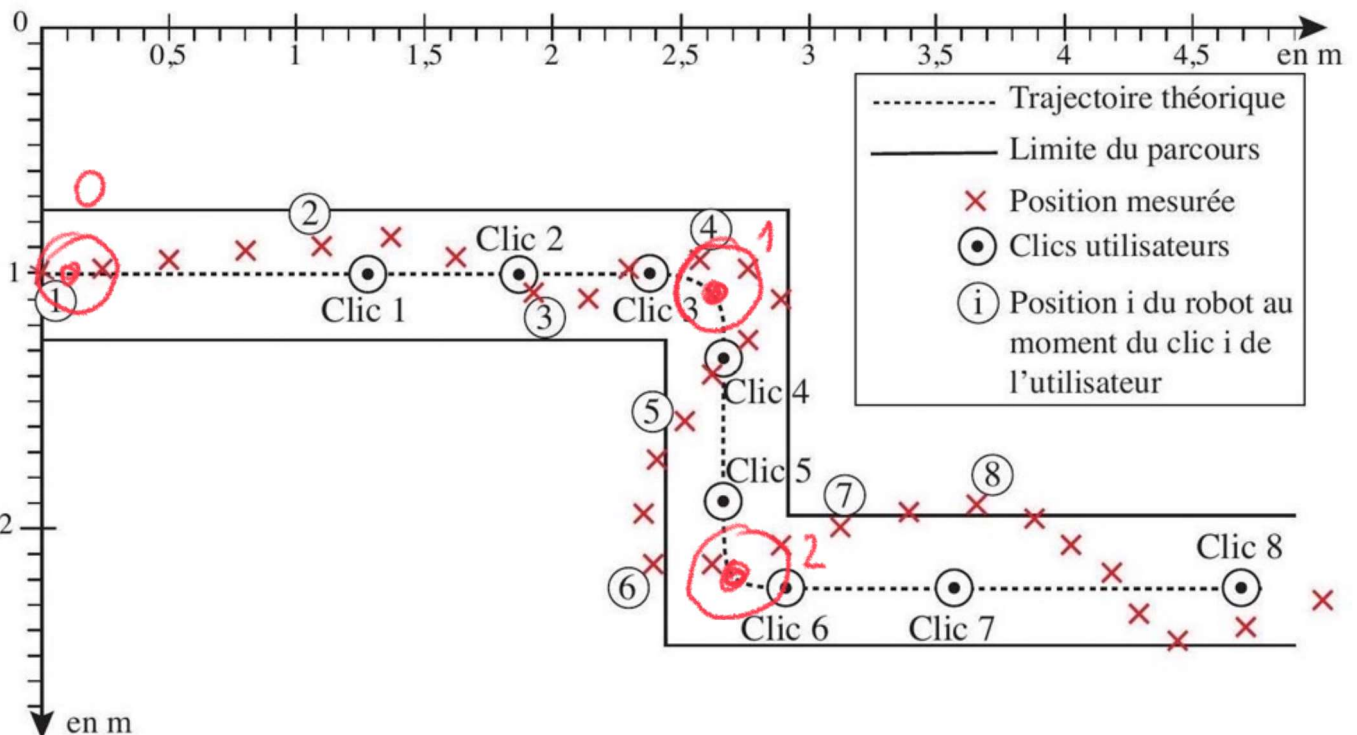
Correction du DL de Tournant MPSi PCSI

Partie 1:

Q1



d'après le sujet le cap est défini dans le sens horaire, si on veut indiquer une direction à angle droit vers la droite le cap indiqué sera $+90^\circ$



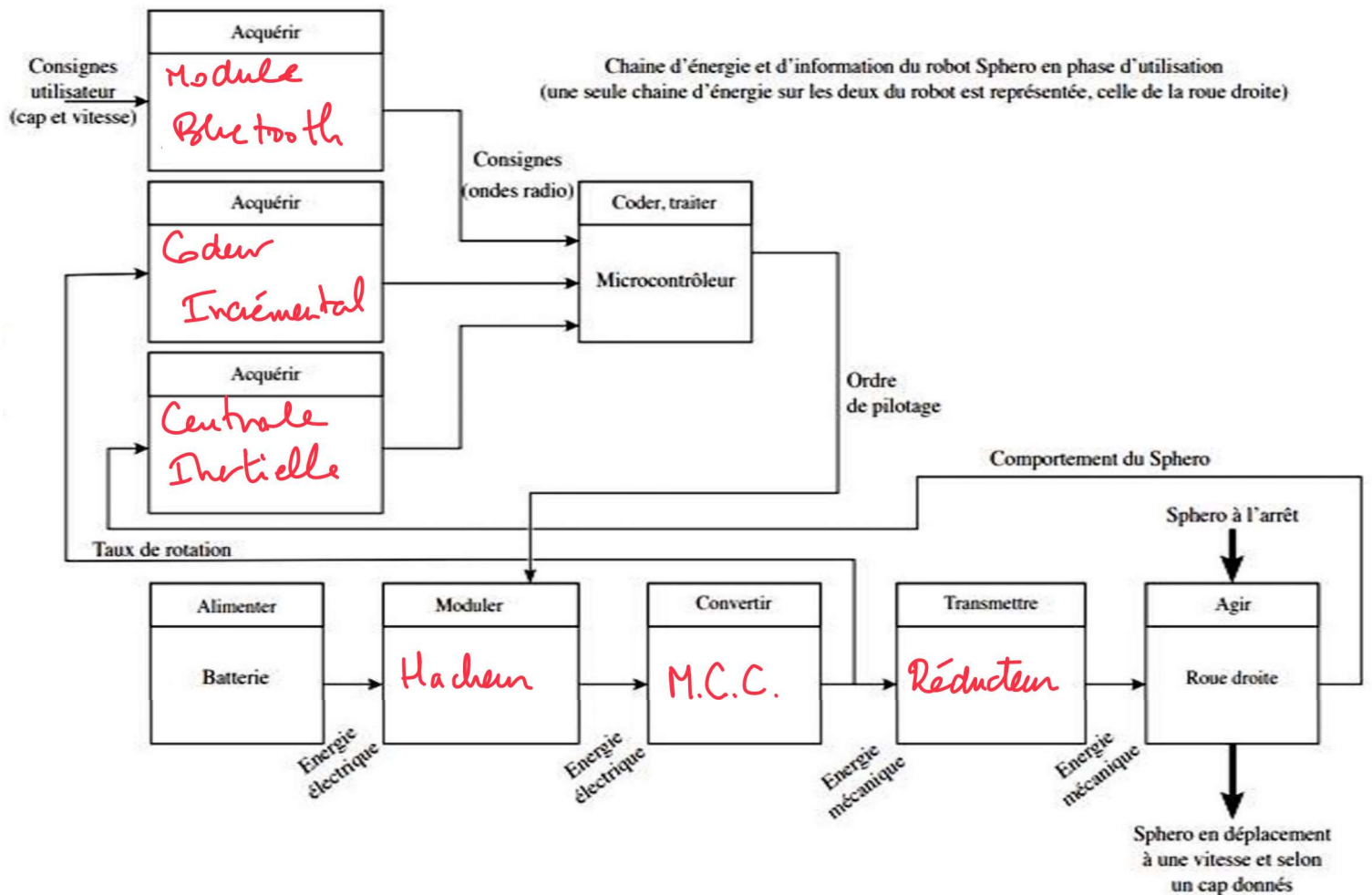
Au point 0 le cap est fixé à (0°) , le robot va tout droit, au point 1 il faut indiquer un changement de cap $(+90^\circ)$, puis au point 2 le cap (-90°) , ce qui fait 3 changements de cap.

Q2: La largeur de la bande dessinée figure 5 est de 50 cm, c'est à dire 25 cm de part et d'autre de la trajectoire de consigne théorique.

Au moment des clics 6 et 8 le robot sort de la bande la distance est donc supérieure à 25 cm (id 2.3.1, n'est pas respecté)

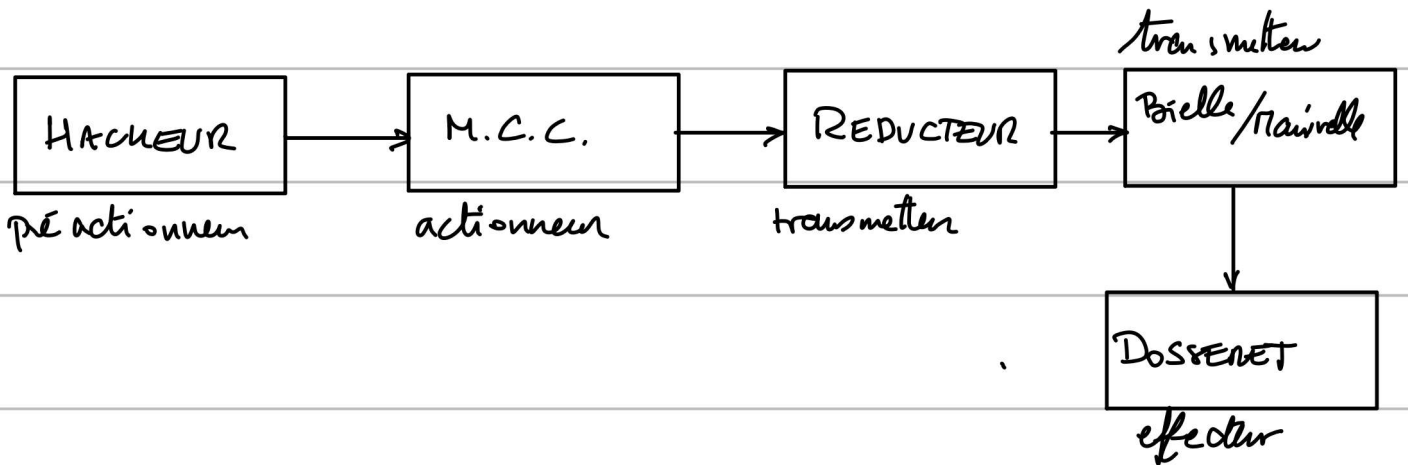
Il y a 8 changements de cap, ce qui indique qu'il y a eu des dérives par rapport au cap indiqué (id 2.1.3. n'est pas vérifiée)

Q3



Partie 2:

Q4



Q5 l'entrée est θ_2 rotation au niveau du réducteur et la sortie est θ_d

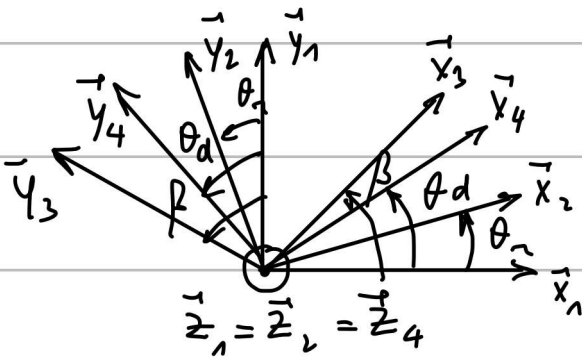
Q6: La fermeture géométrique vectorielle donne:

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = \vec{OO} = \vec{0}$$

ce qui donne $e \vec{x}_2 + l \vec{y}_3 + d \vec{x}_4 - a \vec{x}_1 - b \vec{y}_1 = \vec{0}$ (1)

Q7 D'après le paramétrage on a $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ et $\theta_d = (\vec{x}_1, \vec{x}_4)$

Q8 Ce qui donne la figure de changement de base $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_3)$



L'équation (1) devient:

$$e (\cos \theta_2 \vec{x}_1 + \sin \theta_2 \vec{y}_1) + l (-\sin \beta \vec{x}_1 + \cos \beta \vec{y}_1) + d (\cos \theta_d \vec{x}_1 + \sin \theta_d \vec{y}_1) - a \vec{x}_1 - b \vec{y}_1 = \vec{0}$$

d'où les deux projections sur $\vec{x}_1$ et $\vec{y}_1$, nulle (un vecteur est nul si et seulement si ses 2 projections sont nulles).

On a alors

$$\begin{cases} e \cos \theta_2 - l \sin \beta + d \cos \theta_d - a = 0 & (\text{projection sur } \vec{x}_1) \\ e \sin \theta_2 + l \cos \beta + d \sin \theta_d - b = 0 & (\text{projection sur } \vec{y}_1) \end{cases}$$

on isole le paramètre indésirable (ici β) ce qui donne :

$$\begin{cases} l \sin \beta = e \cos \theta_2 + d \cos \theta_d - a & (2) \\ l \cos \beta = -e \sin \theta_2 - d \sin \theta_d + b & (3) \end{cases}$$

$(2)^2 + (3)^2$ donne

$$l^2 = (e \cos \theta_2 + d \cos \theta_d - a)^2 + (b - (e \sin \theta_2 + d \sin \theta_d))^2$$

$$l^2 = (e \cos \theta_2 + d \cos \theta_d)^2 - 2a(e \cos \theta_2 + d \cos \theta_d) + a^2$$

$$+ b^2 - 2b(e \sin \theta_2 + d \sin \theta_d) + (e \sin \theta_2 + d \sin \theta_d)^2$$

$$= e^2 \cos^2 \theta_2 + 2ed \cos \theta_2 \cos \theta_d + d^2 \cos^2 \theta_d - 2ae \cos \theta_2 - 2ad \cos \theta_d + a^2$$

$$+ b^2 - 2be \sin \theta_2 - 2bd \sin \theta_d + e^2 \sin^2 \theta_2 + 2ed \sin \theta_2 \sin \theta_d + d^2 \sin^2 \theta_d$$

$$l^2 = e^2 + d^2 + a^2 + b^2 - 2be \sin \theta_2 - 2ae \cos \theta_2$$

$$+ \cos \theta_d (-2ad + 2ed \cos \theta_2) + \sin \theta_d (-2bd + 2ed \sin \theta_2)$$

$$\cos \theta_d (2ad - 2ed \cos \theta_2) + \sin \theta_d (2bd - 2ed \sin \theta_2) = e^2 + d^2 + a^2 + b^2 - l^2$$

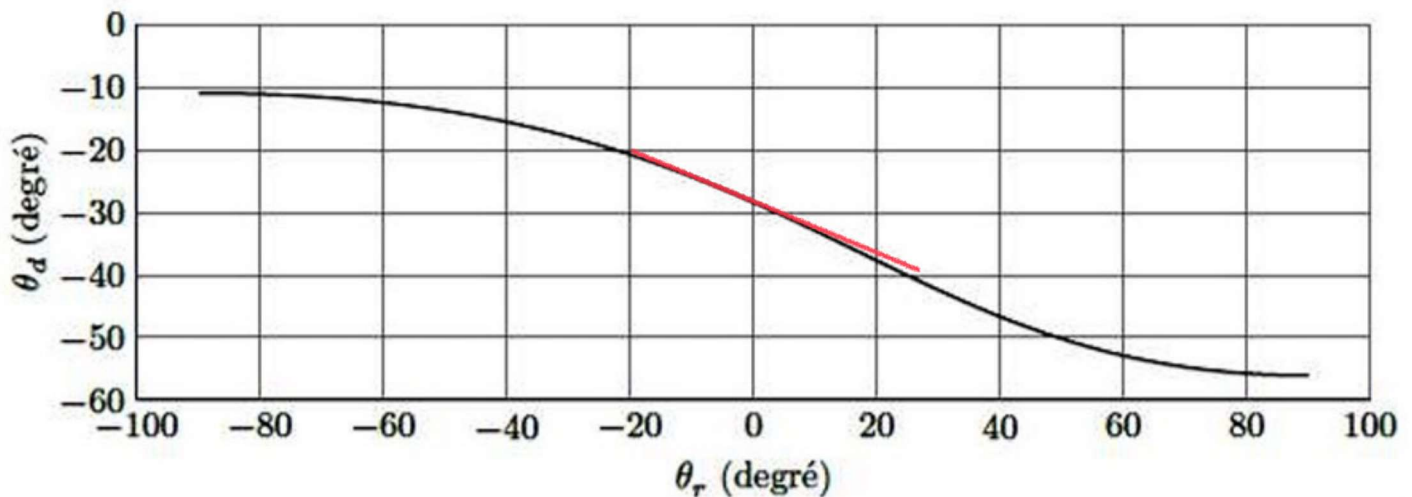
$$- 2be \sin \theta_2 - 2ae \cos \theta_2$$

Q9

$$\text{D'où } E = 2ad \quad F = -2ed \quad G = 2bd \quad H = e^2 + d^2 + a^2 + b^2 - l^2$$

$$I = -2ae \quad J = -2be$$

Q10: Le point de fonctionnement du mécanisme est autour de $\theta_1 = 0^\circ$ on trace une droite qui s'approche le plus de la courbe réelle, c'est ce qu'on appelle la linéarisation



on cherche une loi linéaire

$$\theta_d = A\theta_1 + B \quad \theta_d(0^\circ) = -32^\circ \Rightarrow B = -32^\circ$$

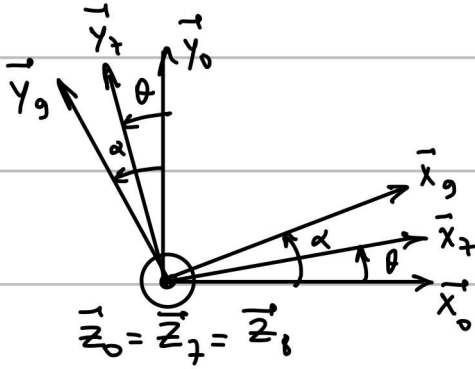
$$\theta_d(-20^\circ) = -20^\circ$$

$$\Rightarrow -20 = -A \cdot 20 - 32 \quad A = \frac{-12}{20} = 0,6$$

$$\theta_d = -0,6 \theta_1 - 32$$

Partie 3:

Q11



Q12 Ecrivons la fermeture géométrique vectorielle :

$$\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DA} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow b\vec{y}_1 + \lambda(t)\vec{x}_1 - d\vec{x}_0 - b\vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$b(-\sin\theta\vec{x}_0 + \cos\theta\vec{y}_0) + \lambda(\cos\alpha\vec{x}_0 + \sin\alpha\vec{y}_0) - d\vec{x}_0 - b\vec{y}_0 = \vec{0}$$

ce qui donne le système scalaire

$$\begin{cases} -b\sin\theta + \lambda\cos\alpha - d = 0 \\ b\cos\theta + \lambda\sin\alpha - b = 0 \end{cases}$$

on élimine le paramètre α :

$$\lambda\cos\alpha = d + b\sin\theta$$

$$\lambda\sin\alpha = b(1 - \cos\theta)$$

$$\lambda^2 = (d + b\sin\theta)^2 + b^2(1 - \cos\theta)^2$$

$$= d^2 + 2bd\sin\theta + b^2\sin^2\theta + b^2 - 2b^2\cos\theta + b^2\cos^2\theta$$

$$= d^2 + 2bd\sin\theta - 2b^2\cos\theta + 2b^2$$

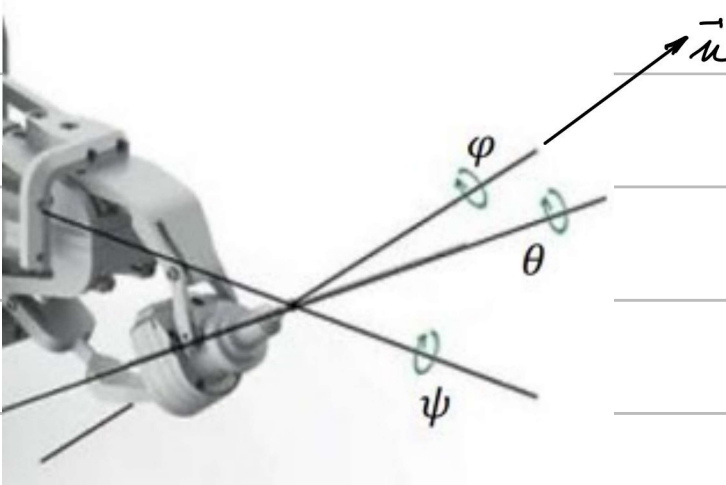
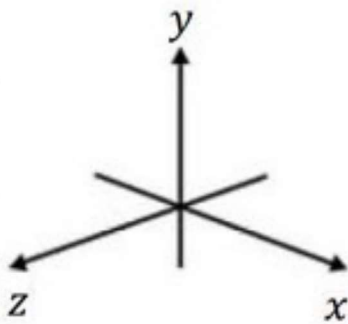
$$\Rightarrow \lambda(t) = \sqrt{d^2 + 2b^2(1 - \cos\theta) + 2bd\sin\theta}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \theta > 0 \quad \cos \theta < 1 \Rightarrow 1 - \cos \theta > 0$$

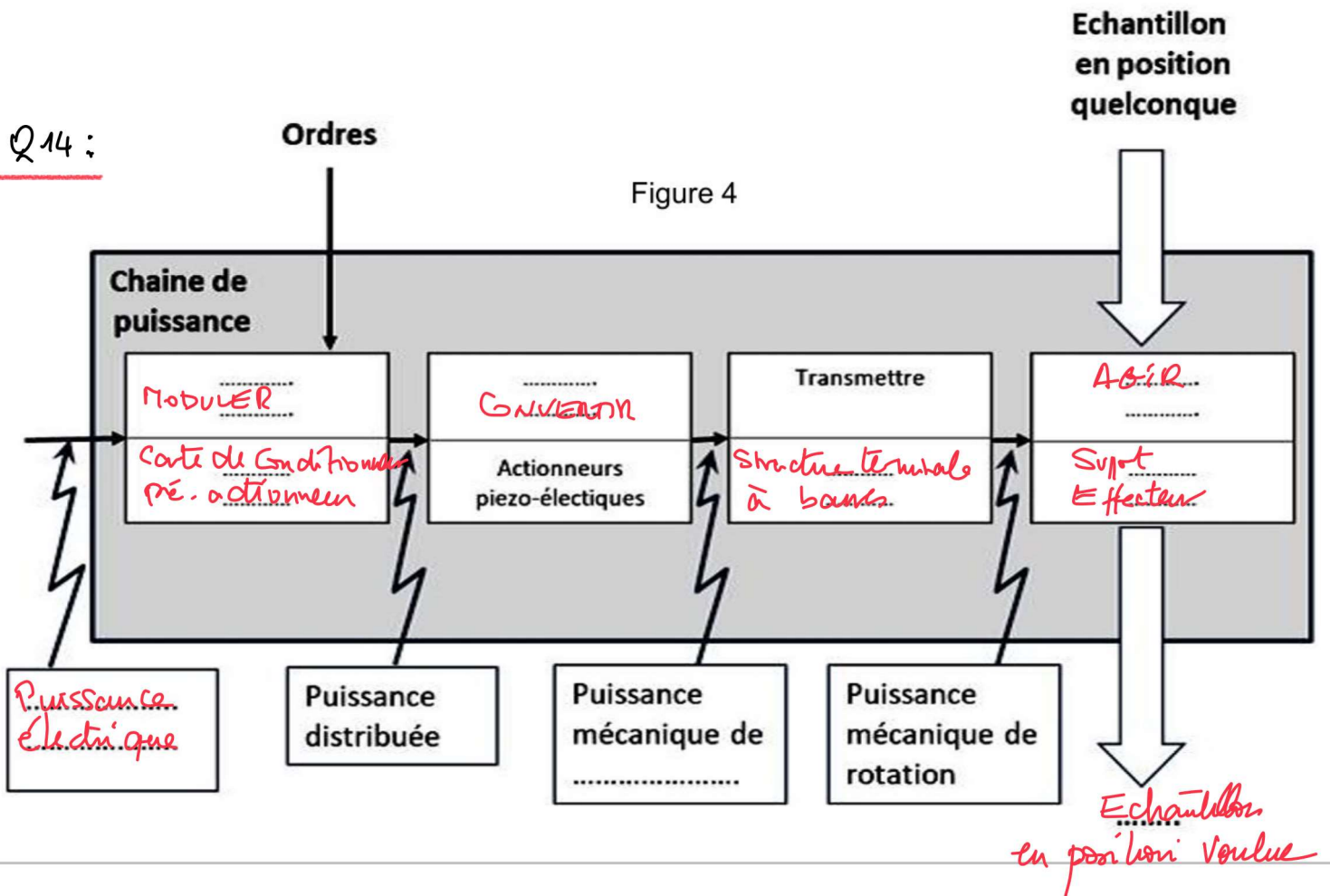
Partie 4 :

Q13 Les trois taux de rotation angulaire sont

$$\vec{\Omega}_\varphi = -\dot{\varphi} \vec{z} \quad \vec{\Omega}_\psi = -\dot{\psi} \vec{x} \quad \vec{\Omega}_\theta = -\dot{\theta} \vec{u}$$



Q14 :



FIN