

Chapitre 4 Ensembles

- ① Ensembles et sous-ensembles.
- ② Intersection et réunion.
- ③ Ensembles disjoints, recouvrement et partition.
- ④ Différence et complémentaire.
- ⑤ Produit cartésien.

4.1 Ensembles et sous-ensembles

Ensemble.

Notations d'appartenance, de non-appartenance, de singleton et de paire.

Exemples.

Il existe trois façons de présenter un ensemble : en extension, en compréhension par condition, en écriture paramétrique.

Exemples.

Exercice 1.

Il existe trois types d'ensembles selon leur cardinalité.

Exemples.

4.1 Ensembles et sous-ensembles

Sous-ensemble ou partie.

Exemples.

Comment montrer une inclusion ou une non-inclusion ?

Exemple.

Exercice 2.

4.1 Ensembles et sous-ensembles

Ensemble des parties.

Exemple.

Exercice 3.

Attention aux notations : $x \in A \in \mathcal{P}(E)$ et $\{x\} \subset A \subset A$.

4.1 Ensembles et sous-ensembles

Propriétés de l'inclusion : réflexivité, antisymétrie et transitivité.

Démonstration.

Pour montrer une égalité d'ensembles, on procède par double inclusion.

Exemples.

Exercice 4.

4.2 Intersection et réunion

Intersection.

$A \cap \emptyset$, si $A \subset B$, $A \cap B \subset A$ et $A \cap B \subset B$.

$$\bigcap_{i=1}^n A_i, \bigcap_{i \in I} A_i.$$

Exemple.

Exercice 5.

4.2 Intersection et réunion

Réunion.

$A \cup \emptyset$, si $A \subset B$, $A \subset A \cup B$ et $B \subset A \cup B$.

$$\bigcup_{i=1}^n A_i, \bigcup_{i \in I} A_i.$$

Exemple.

Exercice 6.

4.2 Intersection et réunion

Propriétés : idempotence, commutativité, associativité et distributivité.

Démonstration.

Exemple.

Exercice 7.

Exercice 18 (1, 2 et 3).

Exercice 19 (1 et 2).

Exercice 23.

Exercice 26 (1 et 2).

4.3 Ensembles disjoints, recouvrement et partition

Ensembles disjoints.

Exemples.

Exercice 8.

4.3 Ensembles disjoints, recouvrement et partition

Recouvrement.

Exemple.

Exercice 9.

4.3 Ensembles disjoints, recouvrement et partition

Recouvrement disjoint et partition.

Exemples.

Exercice 10.

Une partition est un recouvrement disjoint. Un recouvrement disjoint est un recouvrement. Les réciproques sont fausses.

Exemple.

4.4 Différence et complémentaire

Différence.

Exemples.

Exercice 11.

4.4 Différence et complémentaire

Complémentaire.

Exemples.

Exercice 12.

Expression de la différence avec une intersection.

Démonstration.

4.4 Différence et complémentaire

Propriétés du complémentaire.

Démonstration.

Exercice 13.

Exercice 27.

Exercice 28.

Exercice 31.

Exercice 34.

4.5 Produit cartésien

Produit cartésien

Exemples.

Exercice 14.

$$E_1 \times \cdots \times E_n$$

Exemple.

$$E \times F \neq F \times E, (1, 0) \neq (0, 1).$$

Exercice 15.

Exercice 36.

Exercice 38.