

Fractions

Prérequis

Règles de calcul sur les fractions.

Calculs dans l'ensemble des rationnels

Calcul 1.1 — Simplification de fractions.



Simplifier les fractions suivantes (la lettre k désigne un entier naturel).

a) $\frac{32}{40}$		c) $\frac{27^{-1} \times 4^2}{3^{-4} \times 2^4}$	
b) $8^3 \times \frac{1}{4^2}$		d) $\frac{(-2)^{2k+1} \times 3^{2k-1}}{4^k \times 3^{-k+1}}$	

Calcul 1.2 — Sommes, produits, quotients, puissances.



Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{2}{4} - \frac{1}{3}$		c) $\frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times 5$	
b) $\frac{2}{3} - 0,2$		d) $-\frac{2}{15} \div \left(-\frac{6}{5}\right)$	

Calcul 1.3



Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible.

a) $(2 \times 3 \times 5 \times 7) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right)$	
b) $\left(\frac{136}{15} - \frac{28}{5} + \frac{62}{10} \right) \times \frac{21}{24}$	
c) $\frac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$	
d) $\frac{1\,978 \times 1\,979 + 1\,980 \times 21 + 1958}{1\,980 \times 1\,979 - 1\,978 \times 1\,979}$	

Calcul 1.4 — Un petit calcul.



Écrire $\frac{0,5 - \frac{3}{17} + \frac{3}{37}}{\frac{5}{6} - \frac{5}{17} + \frac{5}{37}} + \frac{0,5 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - 0,2}{\frac{7}{5} - \frac{7}{4} + \frac{7}{3} - 3,5}$ sous forme d'une fraction irréductible

Calcul 1.5 — Le calcul littéral à la rescousse.



En utilisant les identités remarquables et le calcul littéral, calculer les nombres suivants.

a) $\frac{4\,022}{(-4\,022)^2 + (-4\,021)(4\,023)} \cdots$

b) $\frac{4\,021^2}{4\,020^2 + 4\,022^2 - 2} \cdots$

c) $\frac{1\,235 \times 2\,469 - 1\,234}{1\,234 \times 2\,469 + 1\,235} \cdots$

d) $\frac{4\,002}{1\,000 \times 1\,002 - 999 \times 1\,001} \cdots$

Calcul 1.6 — Les fractions et le calcul littéral.



Mettre sous la forme d'une seule fraction, qu'on écrira sous la forme la plus simple possible.

a) $\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$

b) $\frac{a^3 - b^3}{(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2}{a-b}$ pour $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$, distincts deux à deux

c) $\frac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$ pour $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$

Calcul 1.7 — Le quotient de deux sommes de Gauss.



Simplifier $\frac{\sum_{k=0}^{n^2} k}{\sum_{k=0}^n k}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

On utilisera la formule $1 + 2 + \cdots + p = \frac{p(p+1)}{2}$.

Calcul 1.8 — Décomposition en somme d'une partie entière et d'une partie décimale.



Soit $k \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ et $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Écrire les fractions suivantes sous la forme $a + \frac{b}{c}$ avec a et b entiers et $c \in \mathbb{R}^*$.

a) $\frac{29}{6}$

b) $\frac{k}{k-1}$

c) $\frac{3x-1}{x-2}$

Calcul 1.9 — Un produit de fractions.



Soit $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. On donne $A = \frac{1}{1+t^2} - \frac{1}{(1+t)^2}$ et $B = (1+t^2)(1+t)^2$.

Simplifier AB autant que possible

Comparaisons

Calcul 1.10 — Règles de comparaison.



Comparer les fractions suivantes avec le signe « > », « < » ou « = ».

a) $\frac{3}{5} \dots \frac{5}{9} \dots \dots \dots$

b) $\frac{12}{11} \dots \frac{10}{12} \dots \dots \dots$

c) $\frac{125}{25} \dots \frac{105}{21} \dots \dots \dots$

Calcul 1.11 — Produit en croix (I).



Les nombres $A = \frac{33\ 215}{66\ 317}$ et $B = \frac{104\ 348}{208\ 341}$ sont-ils égaux ?

Calcul 1.12 — Produit en croix (II).



On pose $A = \frac{100\ 001}{1\ 000\ 001}$ et $B = \frac{1\ 000\ 001}{10\ 000\ 001}$.

A-t-on $A > B$, $A = B$ ou $A < B$?