

Programme de khôlle 3 du 28 septembre au 2 octobre

Une khôlle de mathématiques en PCSI se déroule de la façon suivante.

- L'écriture de l'énoncé d'une définition ou d'un résultat du cours.
 - La réalisation de la démonstration d'un résultat ou d'un exercice du cours.
 - Un ou deux exercices choisis par le khôlleur.
 - La note n'évalue pas le candidat, mais sa prestation.
 - La note maximale autorisée est 20. La note minimale autorisée est 0. Un maximum et minimum sont atteints.
 - « Refaire » ne veut pas dire « recracher » sans comprendre. Rien n'interdit quelques instants de réflexion si besoin car ce n'est pas du par cœur.
 - Si le cours ou les éléments exigibles ne sont pas sus alors la note est inférieure à 8. La réciproque est fausse.
 - Une khôlle n'est pas optionnelle. L'absence à la khôlle correspond à une prestation nulle : 0/20. En cas de problème majeur, la khôlle pourra éventuellement être rattrapée ou échanger avec un étudiant d'un autre groupe.
-

Définitions et résultats du cours exigibles :

- Formule de Pascal
 - Binôme de Newton
 - Echange dans une somme triangulaire
 - Ensemble des parties $\mathcal{P}(E)$
 - Propriétés de l'inclusion (réflexivité, antisymétrie et transitivité)
 - Intersection et réunion
 - Propriétés de l'intersection et de la réunion (idempotence, commutativité, associativité et distributivité)
 - Recouvrement, recouvrement disjoint et partition
 - Différence et complémentaire
 - Propriétés du complémentaire $(\overline{\overline{A}}, A \cap \overline{A}, A \cup \overline{A}$, lois de De Morgan et croissance)
 - Produit cartésien
-

Démonstrations du cours exigibles :

- **Binôme de Newton.**
- Lois de De Morgan pour l'intersection et la réunion.
- Expression de $A \setminus B$ avec une intersection.

Exercices du cours exigibles :

- Calcul de la somme $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- Calcul de la somme $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \frac{i}{j+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- Montrer que $\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \mid \forall y \in \mathbb{R}_+^*, x \leq y\}$.
- Déterminer $\bigcap_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2}} \left[\frac{1}{n}, 1\right]$ et $\bigcup_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2}} \left[\frac{1}{n}, 1\right]$.
- Montrer que $[1, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid \exists y \in \mathbb{R}, x = 1 + y^2\}$.
- Montrer que $[(A \cap B = A \cap C) \wedge (A \cup B = A \cup C)] \implies B = C$.

- Montrer que la famille $([n, n + 1[)_{n \in \mathbb{N}}$ est une partition de l'ensemble $\mathbb{R}_+$.

Contenu du cours abordé dans les exercices du khôlleur :

- Chapitre 3 : Sommes et produits
 - Binôme (factorielle, coefficients binomiaux et formule du binôme de Newton)
 - Sommes doubles (rectangulaires et triangulaires)
- Chapitre 4 : Ensembles
 - Ensembles et sous-ensembles
 - Intersection et réunion
 - Ensembles disjoints, recouvrement et partition
 - Différence et complémentaire
 - Produit cartésien