

Programme de khôlle 0 du 7 au 11 septembre

Contenu du cours :

- Chapitre 1 : Rudiments de logique
 - Propositions, équivalences et négations
 - Conjonctions et disjonctions
 - Implications
 - Quantificateurs
 - Différents modes de raisonnement (direct, contraposée, absurde, équivalences successives, double implication, analyse-synthèse, disjonction des cas, récurrence simple, récurrence double et récurrence forte)

Définitions et résultats du cours :

- Négation d'une assertion.
- Disjonction et conjonction d'assertions.
- Lois de Morgan.
- Contraposée et réciproque d'implications.
- Négation d'une implication.

Démonstrations du cours :

- Lois de Morgan.
- Distributivité de $\wedge$ sur $\vee$ et de $\vee$ sur $\wedge$.
- Equivalence entre $P \iff Q$ et $[P \implies Q] \wedge [Q \implies P]$.

Exercices du cours :

- Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que n est (im)pair si et seulement si n^2 est (im)pair.
- Ecrire une assertion avec des connecteurs et des quantificateurs, sa négation et la réciproque et la contraposée d'une implication.
- Montrer que si $f : x \mapsto 2e^{-x}$ alors f vérifie $y' = -y$. Etude de la réciproque.
- Montrer que si $a + b > 10$ alors $a > 5$ ou $b > 5$.
- Montrer que $\sqrt{2}$ est un irrationnel.
- Résolution d'équations (second degré, avec fraction).
- Déterminer toutes les fonctions $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ qui vérifient : $\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x)f(y) = f(xy) + x + y$.
- Détermination de l'expression explicite d'une suite récurrente d'ordre par récurrence ou d'ordre 2 par récurrence double.
- Montrer que si $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$, alors, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 2^{n-1}$.