Pour bien démarrer en PCSI

Bienvenue en PCSI au lycée Jean Perrin !

Pour bien démarrer l'année, une bonne idée est d'arriver avec les idées claires sur le programme de terminale en étant à l'aise dans les calculs élémentaires. Il sera donc très profitable de faire quelques révisions de calcul balayant une bonne partie du programme de terminale. Notamment en vous entraînant sur le *Cahier de calcul* écrit par plusieurs professeurs de CPGE, disponible à l'adresse suivante :

`https://colasbd.github.io/cdc/cahier_de_calcul_enonces_v12.pdf`

Ces exercices sont un excellent entraînement pour acquérir des réflexes de calculs qui seront utiles toute l'année. Vous pouvez d'ores et déjà aborder les fiches 1 à 12, ainsi que la fiche 16 pour ceux qui ont suivi l'enseignement de *Mathématiques expertes* ou qui connaissent les nombres complexes, sous réserve de ces petits compléments de définition ou propriétés :

1. Trigonométrie : pour tous réels a,b

- $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ et $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

  $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ $\qquad$ $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

  d'où l'on déduit
  $$\begin{aligned}\cos a \cos b &= \frac{1}{2}\big(\cos(a-b)+\cos(a+b)\big)\\ \sin a \sin b &= \frac{1}{2}\big(\cos(a-b)-\cos(a+b)\big)\\ \sin a \cos b &= \frac{1}{2}\big(\sin(a+b)+\sin(a-b)\big)\\ \cos(2a) &= 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a\\ \sin(2a) &= 2\sin a \cos a\end{aligned}$$

- Pour tout nombre réel x qui n'est pas de la forme $\pi/2+k\pi$ avec k entier, c'est-à-dire x appartenant à l'ensemble $\mathcal{D}_{\tan} = \mathbb{R} \smallsetminus \{\pi/2+k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ on définit $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$. La fonction tan est alors définie et dérivable sur $\mathcal{D}_{\tan}$ et sa dérivée y est donnée par
  $$\forall x \in \mathcal{D}_{\tan} \qquad \tan' x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

2. Trigonométrie réciproque : les fonctions Arccos , Arcsin , Arctan seront étudiées en détail dans un cours dédié. En attendant, pour les exercices du cahier, il suffit de savoir que,

- pour tout $x \in [-1\,;1]$, Arccos x est l'unique nombre de $[0\,;\pi]$ dont le cosinus vaut x, par exemple $\operatorname{Arccos}(1/\sqrt{2}) = \pi/4$. La fonction Arccos est dérivable sur $]-1\,;1[$ avec :
  $$\forall x \in\,]-1\,;1[\qquad \operatorname{Arccos}' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

- pour tout $x \in [-1\,;1]$, Arcsin x est l'unique nombre de $[-\pi/2\,;\pi/2]$ dont le sinus vaut x, par exemple $\operatorname{Arcsin}(1/2) = \pi/6$. La fonction Arcsin est dérivable sur $]-1\,;1[$ avec :
  $$\forall x \in\,]-1\,;1[\qquad \operatorname{Arcsin}' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

- pour tout $x \in \mathbb{R}$, Arctan x est l'unique nombre de $\left]-\pi/2\,;\pi/2\right[$ dont la tangente vaut x, par exemple Arctan $1 = \pi/4$. La fonction Arctan est dérivable sur $\mathbb{R}$ avec :

$$\forall x \in \mathbb{R} \qquad \text{Arctan}'\, x = \frac{1}{1+x^2}$$

3. Trigonométrie hyperbolique : pour tout réel x on définit

$$\text{ch } x = \frac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2} \qquad \text{et} \qquad \text{sh } x = \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{2}$$

Les fonctions ch et sh sont dérivables sur $\mathbb{R}$ avec

$$\text{ch}' = \text{sh} \qquad \text{et} \qquad \text{sh}' = \text{ch}$$

Vous trouverez à la page `https://colasbd.github.io/cdc/`

les réponses et/ou corrigés de tous les exercices. Ce cahier de calcul sera utilisé en autonomie (travail personnel) toute l'année car il couvre tout le programme de PCSI. Il sera distribué en version papier à la rentrée.

Bonnes fin de vacances et à très bientôt !

M. Metzger, professeur de mathématiques de la PCSI du lycée Jean Perrin.