Pour bien démarrer en PCSI

Bienvenue en PCSI au lycée Jean Perrin !

Pour bien démarrer l'année, une bonne idée est d'arriver avec les idées claires sur le programme de terminale en étant à l'aise dans les calculs élémentaires. Il sera donc très profitable de faire quelques révisions de calcul balayant une bonne partie du programme de terminale. Notamment en vous entraînant sur le *Cahier de calcul* qui suit cette introduction, et qui a été écrit par plusieurs professeurs de CPGE, également disponible à l'adresse suivante :

`https://colasbd.github.io/cdc/cahier_de_calcul_enonces_v1.2.2.pdf`

Ces exercices sont un excellent entraînement pour acquérir des réflexes de calculs qui seront utiles toute l'année. Vous pouvez d'ores et déjà aborder les fiches 1 à 12, ainsi que la fiche 16 pour ceux qui ont suivi l'enseignement de *Mathématiques expertes* ou qui connaissent les nombres complexes, sous réserve de ces petits compléments de définition ou propriétés :

1. Trigonométrie : pour tous réels a,b

- $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a \sin b$ et $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

  $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a \sin b$ $\qquad$ $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \sin b\cos a$

  d'où l'on déduit
  $$\begin{aligned} \cos a\cos b &= \frac{1}{2}\big(\cos(a-b)+\cos(a+b)\big)\\ \sin a\sin b &= \frac{1}{2}\big(\cos(a-b)-\cos(a+b)\big)\\ \sin a\cos b &= \frac{1}{2}\big(\sin(a+b)+\sin(a-b)\big)\\ \cos(2a) &= 2\cos^2 a - 1 = 1-2\sin^2 a\\ \sin(2a) &= 2\sin a\cos a \end{aligned}$$

- Pour tout nombre réel x qui n'est pas de la forme $\pi/2+k\pi$ avec k entier, c'est-à-dire x appartenant à l'ensemble $\mathcal{D}_{\tan} = \mathbb{R} \setminus \{\pi/2+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$ on définit $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$. La fonction tan est alors définie et dérivable sur $\mathcal{D}_{\tan}$ et sa dérivée y est donnée par
  $$\forall x\in\mathcal{D}_{\tan} \qquad \tan' x = 1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

2. Trigonométrie réciproque : les fonctions Arccos , Arcsin , Arctan seront étudiées en détail dans un cours dédié. En attendant, pour les exercices du cahier, il suffit de savoir que,

- pour tout $x\in[-1;1]$, $\operatorname{Arccos} x$ est l'unique nombre de $[0;\pi]$ dont le cosinus vaut x, par exemple $\operatorname{Arccos}(1/\sqrt{2}) = \pi/4$. La fonction Arccos est dérivable sur $]-1;1[$ avec :
  $$\forall x\in\,]-1;1[\qquad \operatorname{Arccos}' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

- pour tout $x\in[-1;1]$, $\operatorname{Arcsin} x$ est l'unique nombre de $[-\pi/2;\pi/2]$ dont le sinus vaut x, par exemple $\operatorname{Arcsin}(1/2) = \pi/6$. La fonction Arcsin est dérivable sur $]-1;1[$ avec :
  $$\forall x\in\,]-1;1[\qquad \operatorname{Arcsin}' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

- pour tout $x \in \mathbb{R}$, Arctan x est l'unique nombre de $]-\pi/2\,;\pi/2[$ dont la tangente vaut x, par exemple Arctan $1 = \pi/4$. La fonction Arctan est dérivable sur $\mathbb{R}$ avec :

$$\forall x \in \mathbb{R} \qquad \operatorname{Arctan}' x = \frac{1}{1+x^2}$$

3. Trigonométrie hyperbolique : pour tout réel x on définit

$$\operatorname{ch} x = \frac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{sh} x = \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{2}$$

Les fonctions ch et sh sont dérivables sur $\mathbb{R}$ avec

$$\operatorname{ch}' = \operatorname{sh} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{sh}' = \operatorname{ch}$$

Vous trouverez à la page `https://colasbd.github.io/cdc/`

les réponses et/ou corrigés de tous les exercices. Ce cahier de calcul sera utilisé en autonomie (travail personnel) toute l'année car il couvre tout le programme de PCSI.

Bonnes vacances et rendez-vous en septembre 2025 !

M. Metzger, professeur de mathématiques de la PCSI du lycée Jean Perrin.