Fiche méthode Incertitudes et présentation des résultats

I Variabilité et incertitude-type

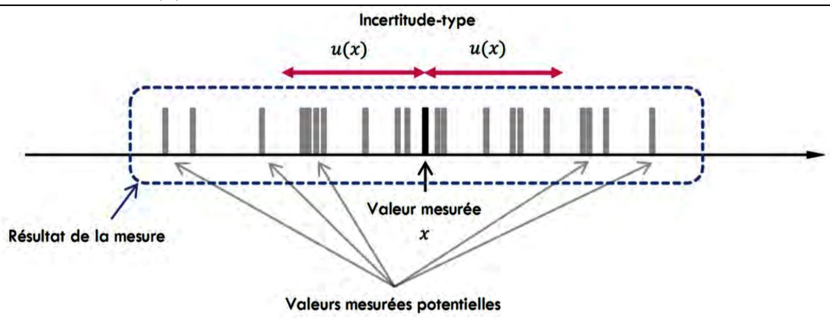
1 Incertitude type

Une expérience de mesure en science expérimentale est un processus généralement complexe. Cette complexité se traduit systématiquement par une variabilité de la mesure, qui implique que la répétition d'une mesure conduit généralement à une valeur mesurée sensiblement différente de la première.
Cette variabilité provient de plusieurs aspects, parmi lesquels :

- Les **conditions de déroulement d'une expérience, qui varient toujours légèrement**, par exemple la température ambiante
- L'**appareil** utilisé n'a pas une précision infinie et peut être mal réglé.
- L'**expérimentateur** ne manipule pas toujours parfaitement.
- Le **protocole** de mesure n'est pas toujours optimal …

Le **résultat d'une mesure** n'est donc pas une valeur unique mais un **ensemble de valeurs numériques**, raisonnablement attribuables à la grandeur d'intérêt. L'incertitude est une indication de la dispersion de cet ensemble.

L'**estimation de la variabilité d'une mesure x** d'une grandeur est appelée **incertitude-type** et notée **u(x)**.
Par définition **l'incertitude-type** correspond à **l'écart-type** de la distribution de données issues de la répartition de la mesure.
Le résultat d'une mesure est noté : **$x \pm u(x)$**



Cette incertitude-type correspond à un **intervalle de confiance de 68%,** ce qui signifie que 68% des mesures effectuées seront situées dans l'intervalle **$\bar{x} \pm u(x)$.**

$\frac{u(x)}{x}$ est appelée **incertitude relative**. Elle est sans dimension. Elle peut être exprimée en %.

2 Compatibilité de deux mesures

Soient deux mesures m_1 et m_2 associées aux incertitudes-type $u(m_1)$ et $u(m_2)$.
L'**écart normalisé E_N** (parfois appelé **z-score**) permet de comparer les deux mesures entre elles.
Il correspond au rapport de la différence $|m_1 - m_2|$ par l'incertitude-type sur cette différence $u(m_1 - m_2) = \sqrt{u(m_1)^2 + u(m_2)^2}$

$$E_N = \frac{|m_1 - m_2|}{u(m_1 - m_2)} = \frac{|m_1 - m_2|}{\sqrt{u(m_1)^2 + u(m_2)^2}}$$

Par conventions, deux résultats de mesure sont considérés compatibles (*ie* cohérents entre eux) si :

$$\boldsymbol{E_N < 2}$$

Très courant : Si l'on compare la mesure m_1 à une valeur tabulée m pour laquelle u(m) est négligeable, alors l'écart normalisé a pour expression:

$$E_N = \frac{|m_1 - m|}{u(m_1)}$$

3 Présentation d'un résultat

Le **résultat de la mesure** d'une grandeur A ne doit pas être une valeur numérique brute, mais doit être présenté sous la forme suivante :

$$A = a \pm u(A) \, unité \; de \; A$$

Dans cette écriture de A, la **notation scientifique** est privilégiée, **avec la même puissance de dix pour la valeur numérique et l'incertitude-type**.

★ **Gestion des chiffres significatifs** ★

Dans un premier temps, on garde **volontairement beaucoup de décimales** pour la valeur numérique de la mesure.

L'**incertitude-type u(x)** doit être donnée avec **deux chiffres significatifs maximum.**

L'**incertitude-type u(x) fixe le nombre de chiffres significatifs à conserver dans le résultat final :** le **dernier chiffre significatif de la mesure x** est celui correspondant à la **même décimale que l'incertitude-type.**

Exemple *: nous mesurons une conductance G à l'aide d'un conductimètre.*
La valeur numérique mesurée est 7,6312.10^{-2} S et on détermine une incertitude-type de 0,0024 S.
Le résultat final de la mesure est : $\boxed{G = (7{,}63 \pm 0{,}24).10^{-2}\ S}$ *(même puissance de 10 et même nombre de décimales)*

Pour être capable de donner le résultat d'une mesure, il faut donc déterminer :

- la valeur numérique a
- l'incertitude-type de la mesure u(A).

La procédure à suivre pour déterminer ces deux grandeurs diffère selon que l'on a accès à **une série de mesures ou à une mesure unique.**

II Estimation de l'incertitude-type

1 Cas d'une série de mesures – traitement statistique (évaluation de type A)

On réalise *N* fois le même protocole pour obtenir un ensemble de résultats expérimentaux x_i.
L'incertitude-type u(x) sur cet ensemble correspond à son écart-type.

- La valeur numérique de la mesure a est alors égale à la **moyenne arithmétique**[1] de l'ensemble des valeurs obtenues :

$$a = \bar{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$$

- L'incertitude-type sur la mesure (u(A)) est le rapport de l'**écart-type expérimental**[2] s_{exp} par $\sqrt{n}$:

$$s_{exp} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(a_i - \bar{a})^2} \Rightarrow u(A) = \frac{s_{exp}}{\sqrt{n}}$$

En pratique : Les tableurs, comme Excel, peuvent calculer la moyenne et l'écart type d'une série de données.
Regarder les formules à utiliser sur l'exemple ci-dessous (*attention, les formules utilisées doivent être précédées du signe « = ». Par exemple, dans la case E4 on a tapé : « =MOYENNE(B2 : H2) »*).

Exemple : *On effectue le titrage par colorimétrie d'un volume V_0 = 10 mL d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration inconnue c_0 par une soude de concentration c = 2,0.10^{-2} mol.L^{-1}. Sept élèves ont trouvé les valeurs suivantes pour c_0 :*

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Elève n°	1	2	3	4	5	6	7
2	c_0 (mol.L^{-1})	3,42E-02	3,40E-02	3,48E-02	3,38E-02	3,50E-02	3,34E-02	3,52E-02
3								
4		**Valeur moyenne (MOYENNE(B2:H2))**			0,03434286			
5		**Ecart type (ECARTYPE(B2:H2))**			0,00067047			
6		**Incertitude type (E5/RACINE(7))**			0,00025341			

Fiche 1

Vous pouvez également utiliser votre calculatrice :
__TI__ : « STAT », « EDIT », rentrer les valeurs dans une liste puis « STAT », « CALC », « 1-Var Stats » et nom de la liste. Ecart-type : Sx.

1 Fonction «MOYENNE() » de Excel
2 Fonction « ECARTYPE() » de Excel

__Casio__ : « MENU », « STAT », remplir une liste, « CALC », « SET », mettre la liste concernée dans « 1 Var XList » et 1 dans « 1 Var Freq » puis « EXE » et « 1 Var ». Ecart type : Sx.
*Numworks : STATISTIQUES rentrer les valeurs dans une liste puis onglet « stats » puis é**cart-type échantillon s***
On obtient donc __(en gardant volontairement beaucoup de décimales)__ :

valeur moyenne $3{,}434286.10^{-2}$ mol.L-1 et incertitude-type u(c0) = $0{,}025341.10^{-2}$ mol.L^{-1}

***__Incertitude-type__** : on ne garde que **deux chiffres significatifs** : $u(c_0) = 0{,}025.10^{-2}$ mol.L^{-1}*

Le dernier chiffre significatif conservé sur la moyenne correspondant à la même décimale que l'incertitude-type.

***__Finalement__** :* $\boxed{c_0 = (3{,}434 \pm 0{,}025).10^{-2}\ mol.L^{-1}}$

2 __Incertitude sur une seule mesure (évaluation de type B)__

Bien souvent, une seule expérience est réalisée pour la mesure. Dans ce cas, l'évaluation de l'incertitude-type est fondée sur l'utilisation de lois de probabilités postulées *a priori*.

- **la valeur numérique de la mesure est le résultat obtenu par l'unique mesure**
- **l'incertitude-type sur la mesure** est estimée à partir de :
  - ➔ la connaissance de **l'incertitude du matériel** utilisé (pH-mètre, burette, règle graduée, oscilloscope…)
  - ➔ la critique du **mode opératoire** utilisé (dosage par excès ou par défaut, biais expérimental, …)

Pour évaluer **l'incertitude due au matériel utilisé**, différents cas peuvent se présenter

Situation	Incertitude-type	*Exemple*
Le constructeur donne directement l'incertitude-type (rare)	Directement la valeur fournie	
Le constructeur indique la tolérance α	$u(A)=\frac{\alpha}{\sqrt{3}}$	*S'il est indiqué sur une burette ± 0,05mL, l'incertitude due à la verrerie sera* $u(V_{tolérance})=\frac{0{,}05}{\sqrt{3}}=0{,}03\,mL$ *(on ne garde ici qu'un seul chiffre significatif, puisque leconstructeur n'en donne qu'un seul)*
Dans le cas de la **lecture de graduation**	$u(A)=\frac{\frac{1}{2}graduation}{\sqrt{3}}$	*Si une burette est graduée tous les 0,1 mL, l'incertitude due à la lecture sera* $u(V)_{lecture}=\frac{0{,}05}{\sqrt{3}}=0{,}03\,mL$
Pour un **appareil numérique**	Se référer à la notice constructeur, en général de la forme : $u(A)=\frac{p\times valeurlue}{\sqrt{3}}+\frac{Ndigit}{\sqrt{3}}$	*Si un ampèremètre affiche 5,22 mA avec une précision de (3% ± 1digit) (digit = dernier chiffre affiché)* $u(I)_{num}=\frac{0{,}03\times 5{,}22}{\sqrt{3}}+\frac{1\times 0{,}01}{\sqrt{3}}$ *mA*
L'expérimentateur(trice) est sûr(e) que le résultat se trouve dans l'intervalle [m-α ; m+α]	$u(A)=\frac{\alpha}{\sqrt{3}}$	*Si on repère sur un courbe pH-métrique que V_{eq} appartient à l'intervalle [9,5 mL ; 10,5 mL], alors* $u(V_{courbe})=\frac{0{,}5}{\sqrt{3}}=0{,}3\,mL$

Les incertitudes susmentionnées sont **intrinsèques à l'instrument de mesure** que vous utilisez. Elles sont relatives à la valeur affichée/indiquée par l'instrument qui n'est pas parfait. On peut les rassembler sous le nom $\mathbf{u(A)_{instr}}$.

III Bilan