**Exercice 1 : Dimensions usuelles**

a. $[v]=\frac{[longueur]}{[temps]}=\frac{L}{T}=\boxed{L\cdot T^{-1}}$ b. $[a]=\frac{[vitese]}{[temps]}=\frac{L\cdot T^{-1}}{T}=\boxed{L\cdot T^{-2}}$

c. loi à utiliser : $\Sigma\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Rightarrow$ $[F]=[masse]\times[accélération]=\boxed{M\cdot L\cdot T^{-2}}$

d $E=mc^2$ ou $E_c=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow$ $[E_c]=[\frac{1}{2}]\times[m]\times[v^2]=M\cdot(L\cdot T^{-1})^2=\boxed{M\cdot L^2\cdot T^{-2}}$

e. Surface : aire d'un carré de coté a : S=$a^2$ → [S]= $L^2$
f. Volume : Volume d'un cube de côté a V =$a^3$ → [V] = $L^3$

g. Masse volumique: c'est une masse par unité de volume $[\rho]=\frac{[masse]}{[Volume]}=\frac{M}{L^3}=\boxed{M\cdot L^{-3}}$

h. La densité d'un corps est le rapport entre la masse volumique $\rho$ de ce corps et la masse volumique d'un corps de référence $\rho_0$ ( par exemple celle de l'eau )

$d=\frac{\rho}{\rho_0}$ → $[d]=\frac{[\rho]}{[\rho_0]}$ comme $\rho$ et $\rho_0$ ont la même dimension, on en déduit que la densité d n'a pas de dimension. Notation : $\boxed{[d]=\varnothing}$

i. On sait qu'en régime permanent l'énergie E reçu par un appareil qui fonctionne sur une durée Δt est reliée à la puissance P reçue par la formule

$E=P\times\Delta t\Leftrightarrow P=\frac{E}{\Delta t}$ $\Rightarrow$ $[P]=\frac{[E]}{[\Delta t]}=\frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{T}=\boxed{M\cdot L\cdot T^{-3}}$

j. $\dot{\theta}=\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow\frac{[d\theta]}{[dt]}=\frac{[\varnothing]}{T}=\boxed{T^{-1}}$

k $\ddot{\theta}=\frac{d}{dt}(\frac{d\theta}{dt})=\frac{d^2\theta}{dt^2}\Rightarrow\frac{[d^2\theta]}{[dt^2]}=\frac{[\varnothing]}{T^2}=\boxed{T^{-2}}$

l. Travail d'une force constante $\vec{F}$ sur un parcourt rectiligne entre les points A et B

$W=\vec{F}\cdot\vec{AB}=F\cdot AB\cos(\alpha)\Rightarrow[W]=[F]\cdot[AB]\cdot[\cos(\alpha)]=M\cdot L\cdot T^{-2}\cdot L\cdot\varnothing=\boxed{M\cdot L^2\cdot T^{-2}}$

( un travail est homogène à une énergie [W] = [E])

m. $\vec{p}=m\vec{v}\Rightarrow[p]=\boxed{M\cdot L\cdot T^{-1}}$

o. $\mathscr{P}=\frac{F}{S}\Rightarrow[P]=\frac{[F]}{[S]}=\frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{L^2}=\boxed{M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}}$

**Exercice 2 : Erreur à trouver**

- dimension de d d'après la relation 1 :

$[d]=\frac{[d_1d_2]}{[d_1+d_2]}=\frac{L^2}{L}=L$ Rmq : La grandeur d possède bien la dimension d'une longueur, **la relation est valide.**

- dimension de d d'après la relation 2 : $[d]=\frac{[d_1+d_2]}{[d_1d_2]}=L^{-1}$

La grandeur physique d possède la dimension de l'inverse d'une longueur, **la relation n'est pas valide.**

**Exercice 3 : Homogène ou pas ?**

1. $[\frac{dU}{dt}]=\frac{[U]}{T}$ et $[\tau U]=T[U]$ . Pour que l'équation soit homogène il faudrait $\frac{[U]}{T}=T[U]$ ce qui est impossible donc l'équation est fausse.

**2** On a bien $[\frac{dU}{dt}]=[\frac{U}{\tau}]$ par contre $[E]\neq[\frac{U}{\tau}]$ donc l'équation n'est pas homogène

3. On sait d'après l'exercice 1 que : $[E] = M\cdot L^2\cdot T^{-2}$, $[p] = M\cdot L\cdot T^{-1}$, $[c] = L\cdot T^{-1}$ *( à savoir retrouver )*

on en déduit : $[E^2] = M^2\cdot L^4\cdot T^{-4}$

$[m^2c^4] = M^2\cdot(L\cdot T^{-1})^4 = M^2\cdot L^4\cdot T^{-4} = [E^2]$

$[p^2c^2] = (M\cdot L\cdot T^{-1})^2\cdot(L\cdot T^{-1})^2 = M^2\cdot L^4\cdot T^{-4} = [E^2]$

D'après la règle sur la dimension d'une somme de grandeur de même dimension on a bien **$[E^2] = [p^2c^2 + m^2c^4]$.**

$$\boxed{\text{La loi } E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \text{ est donc homogène, elle est } \textbf{possiblement} \text{ juste.}}$$

**4.** on sait d'après l'exercice 1 que : $[P] = M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}$, $[\mu] = M\cdot L^{-3}$, $[g]$ = [accélération] $= L\cdot T^{-2}$ *( à savoir retrouver )*

*Attention les symboles des grandeurs sont différents de ceux de l'exercice 1*

on en déduit : $[P_0] = [P] = M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}$

$[\mu\, g\, z] = M\cdot L^{-3}\cdot L\cdot T^{-2}\cdot L = M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2} = [P] = [P_0]$

D'après la règle sur la dimension d'une somme de grandeur de même dimension on a bien **$[P + \mu\, g\, z] = [P_0]$.**

$$\boxed{\text{La loi } \mathbf{P + \mu\, g\, z = P_0} \text{ est donc homogène, elle est } \textbf{possiblement} \text{ juste.}}$$

**5.** on sait d'après l'exercice 1 que : $[\text{pression}] = M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}$, $[\mu] = M\cdot L^{-3}$, $[S] = L^2$ *( à savoir retrouver )*

on en déduit :

- $[2(p_1 - p_2)] = [\text{pression}] = M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}$
- $[\frac{S_1}{S_2}] = \varnothing$ donc $[1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2] = \varnothing$ et $\left[\mu\left(1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right)\right] = [\mu] = M\cdot L^{-3}$

Ainsi $\left[\sqrt{\frac{2(p_2-p_1)}{\mu\left(1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right)}}\right] = \left(\frac{M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}}{M\cdot L^{-3}}\right)^{\frac{1}{2}} = (L^{-2}\cdot T^{-2})^{\frac{1}{2}} = L\cdot T^{-1}$ on a bien la dimension d'une vitesse.

$$\boxed{\text{La loi } v = \sqrt{\frac{2(p_2-p_1)}{\mu\left(1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right)}} \text{ est donc homogène, elle est } \textbf{possiblement} \text{ juste.}}$$

6. **l'argument de la fonction exponentielle ne doit pas avoir de dimension.**

or $\boxed{\left[\frac{-t}{\tau^2}\right] = [\frac{T}{T^2}] = T^{-1} \quad \textbf{ce n'est pas acceptable. La loi est donc nécessairement fausse.}}$

Par contre l'expression $i = \frac{E}{R}\exp(\frac{-t}{\tau})$ est valide. En effet $\left[\frac{-t}{\tau}\right] = [\frac{T}{T}] = \varnothing$

de plus $[i] = [\frac{E}{R}]\times\varnothing = \frac{[E]}{[R]}$

Or d'après la loi d'ohm $U = R\cdot I$ donc $[U] = [R]\cdot I$

comme E est une tension on a $[E] = [U] = [R]\cdot I$ donc $\frac{[E]}{[R]} = I = [i]$

7. l'argument de la fonction cosinus ne doit pas avoir de dimension

on sait que $\omega = 2\pi f = 2\frac{\pi}{T} \Rightarrow [\omega] = [2\pi]\cdot T^{-1} = T^{-1}$ ainsi $\boxed{[\omega t] = T^{-1}\cdot T = \varnothing}$

$$\boxed{\textbf{l'argument du cosinus est bien sans dimension}}$$

**Autre méthode :** $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow [\omega] = [g]^{\frac{1}{2}}\cdot[l]^{\frac{-1}{2}} = (L\cdot T^{-2})^{\frac{1}{2}}\cdot L^{\frac{-1}{2}} = T^{-1}$

**De plus,** $[x_0\cos(\omega t)] = [x_0] = L$

on a bien la dimension d'une longueur. La loi est donc homogène, elle est **possiblement** juste.

**Exercice 4 : Force de frottements visqueux**

1 a $\|\vec{F}\|=6\pi\eta r\|\vec{v}\|\Leftrightarrow\eta=\frac{\|\vec{F}\|}{6\pi r\|\vec{v}\|}\Rightarrow\frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{L\cdot L\cdot T^{-1}}=\boxed{M\cdot L^{-1}\cdot T^{-1}}$

b $\|\vec{F}\|=\lambda\|\vec{v}\|\Rightarrow\lambda=\frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{v}\|}\Rightarrow\frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{L\cdot T^{-1}}=\boxed{M\cdot T^{-1}}$

On cherche la dimension de q

$$[q]=\frac{[r^4][p_1-p_2]}{[\eta]\cdot[L]}=\frac{L^4\cdot M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}}{M\cdot L^{-1}\cdot T^{-1}\cdot L}=L^3\cdot T^{-1}=\boxed{[Volume]\cdot T^{-1}}$$

q est homogène à un volume par unité de temps. Le débit est donc **volumique** (pour un débit massique ou aurait $[q_m] = M\cdot T^{-1}$)

**Exercice 5 : Moment d'inertie d'un solide**

1 $E=\frac{1}{2}J\omega^2\Leftrightarrow J=2\frac{E}{\omega^2}\Rightarrow[J]=\frac{[E]}{[\omega^2]}=\frac{M\cdot L^2\cdot T^{-2}}{T^{-2}}=\boxed{M\cdot L^2}$

2. Regardons la dimension de l'expression proposée :

$[J_{sphère}]=M^2\cdot L$ ce n'est pas la dimension attendue pour un moment d'inertie, l'expression est donc fausse

3.

$$a=\frac{(M\sin(\alpha)-m)g}{\underbrace{1}_{\emptyset}+\underbrace{M}_{M}+\underbrace{\frac{J}{R^2}}_{M}}$$

Au dénominateur au somme des grandeurs qui n'ont pas la même dimension , cela n'a pas de sens !
Il faudrait sûrement remplacer 1 par m, ce qui permettrait d'avoir un dénominateur homogène à une masse, l'ensemble sera alors bien homogène à une accélération.

**Exercice 6 : Système international des unités**

**1.** le Newton est une unité de force. La dimension d'une force est $M\cdot L\cdot T^{-2}$
pour trouver l'unité du système international associée on remplace les dimensions du système international par l'unité S.I correspondante

**1 N = 1 kg·m·s⁻¹** → $\boxed{1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}}$

**2. le Pascal est une unité de pression**

**$[P] = M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}$ → $\boxed{1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{kg\cdot m^{-1}\cdot s^{-2}}}$**

**3. Le Joule est une unité d'énergie**

**$[E] = M\cdot L^2\cdot T^{-2}$ → $\boxed{1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-2}}}$**

**4.** le Watt est une unité de puissance

$[P] = M\cdot L\cdot T^{-3}$ → $\boxed{1\mathrm{W} = 1\ \mathrm{kg\cdot L\cdot s^{-3}}}$

**5. l'ohm est l'unité d'une résistance électrique.**

$R=\frac{U}{I}\Rightarrow[R]=\frac{[U]}{[I]}=\frac{M\cdot L^2\cdot T^{-3}\cdot I^{-1}}{I}=M\cdot L^2\cdot T^{-3}\cdot I^{-2}$ → $\boxed{1\ \Omega = 1\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-3}\cdot A^{-2}}}$

6.

le volt est l'unité d'une tension électrique

$[U] = M\cdot L^2\cdot T^{-3}\cdot I^{-1}$ → $\boxed{1\ \mathrm{V} = 1\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-3}\cdot A^{-1}}}$

**Exercice 7 : Secret défense**

1. $R=f(t,E,\rho)$

On cherche une expression de la forme $R=\alpha\cdot t^{\beta}\cdot E^{\gamma}\cdot\rho^{\delta}$

Comme l'expression doit être homogène cela impose : $[R]=[\alpha]\cdot[t]^{\beta}\cdot[E]^{\gamma}\cdot[\rho]^{\delta}$

On remplace par le symbole des dimensions : $L^{1}=T^{\beta}\cdot(M\cdot L^{2}\cdot T^{-2})^{\gamma}\cdot(M\cdot L^{-3})^{\delta}=M^{\gamma+\delta}\cdot L^{2\gamma-3\delta}\cdot T^{\beta-2\gamma}$

Pour assurer l'homogénéité il faut nécessairement des conditions sur les exposants:

$$\begin{cases}\gamma+\delta=0\\ 2\gamma-3\delta=1\\ \beta-2\gamma=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\gamma=-\delta\\ 2\gamma+3\gamma=1\\ \beta=2\gamma\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\delta=-\frac{1}{5}\\ \gamma=\frac{1}{5}\\ \beta=\frac{2}{5}\end{cases}$$

au final $R=\alpha\cdot t^{\frac{2}{5}}\cdot E^{\frac{1}{5}}\cdot\rho^{-\frac{1}{5}}$ soit $\boxed{R=\alpha\left(\frac{E}{\rho}\right)^{\frac{1}{5}}t^{\frac{2}{5}}}$

On a bien $R=A\,t^{\frac{2}{5}}$

**2.**

$$R\approx\left(\frac{E}{\rho}\right)^{\frac{1}{5}}t^{\frac{2}{5}}\Rightarrow\frac{E}{\rho}\approx\left(\frac{R}{t^{\frac{2}{5}}}\right)^{5}\Rightarrow E\approx\rho\cdot\left(\frac{R}{t^{\frac{2}{5}}}\right)^{5}$$

A. N $\boxed{E\approx 1\cdot\left(\frac{2{,}2\cdot 10^{3}}{5^{\frac{2}{5}}}\right)^{5}\approx 2\cdot 10^{15}\,J}$

3. On trouve un résultat du même ordre de grandeur que la valeur réelle. L'analyse dimensionnelle c'est trop bien !

**Exercice 8 : Autour du ressort**

1.a $F=k|l-l_0|\Leftrightarrow k=\frac{F}{|l-l_0|}$ $\Rightarrow$ $[k]=\frac{[F]}{[|l-l_0|]}=\frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{L}=\boxed{M\cdot T^{-2}}$

1.b l'unité de k dans le système international est donc kg.s$^{-2}$

2.

$E=f(k,(l-l_0))$

On chercher une expression de la forme $E=a\cdot k^{\alpha}\cdot(l-l_0)^{\beta}$ avec a une constante sans dimension, $\alpha$ et $\beta$ des nombres rationnels

Comme l'expression doit être homogène cela impose : $[E]=[a]\cdot[k]^{\alpha}\cdot[(l-l_0)]^{\beta}$

On remplace par le symbole des dimensions : $M^{1}\cdot L^{2}\cdot T^{-2}=(M\cdot T^{-2})^{\alpha}\cdot L^{\beta}=M^{\alpha}\cdot T^{-2\alpha}\cdot L^{\beta}$

Pour assurer l'homogénéité il faut nécessairement les conditions suivantes sur les exposants:

$$\begin{cases}\alpha=1\\ -2\alpha=-2\\ \beta=2\end{cases}$$

Au final $\mathbf{E = a\,k\,(l-l_0)^{2}}$

Remarque : en réalité on a plus précisément $E=\frac{1}{2}k(l-l_0)^{2}$

3.

$T=f(k,m,X_0)$

On chercher une expression de la forme $T=a\cdot k^{\alpha}\cdot m^{\beta}\cdot X_0^{\gamma}$ avec a une constante sans dimension, $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ des nombres rationnels

Comme l'expression doit être homogène cela impose : $[T]=[a]\cdot[k]^{\alpha}\cdot[m]^{\beta}\cdot[X_0]^{\gamma}$

On remplace par le symbole des dimensions : $T^{1}=(M\cdot T^{-2})^{\alpha}\cdot M^{\beta}\cdot L^{\gamma}=M^{\alpha+\beta}\cdot T^{-2\alpha}\cdot L^{\gamma}$

Pour assurer l'homogénéité il faut nécessairement les conditions suivantes sur les exposants:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=0\\ -2\alpha=1\\ \gamma=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\beta=\frac{1}{2}\\ \alpha=-\frac{1}{2}\\ \gamma=0\end{cases}$$

au final $\boxed{T=a\,m^{\frac{1}{2}}\,k^{\frac{-1}{2}}\,(X_0)^{0}=a\sqrt{\frac{m}{k}}}$

Remarque : en réalité on a plus précisément $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

**Exercice 9: Ondes et analyse dimensionnelle**

1.a $\boxed{\begin{array}{l}[T] = M\cdot L\cdot T^{-2}\\ [\mu] = M\cdot L^{-1}\end{array}}$ *Attention aux notations : T ici est une force et n'est donc pas homogène à un temps !*

1.b

$v=f(T,\mu)$

On chercher une expression de la forme $v=a\cdot T^{\alpha}\cdot\mu^{\beta}$ avec a une constante sans dimension, $\alpha$ , $\beta$ des nombres rationnels

Comme l'expression doit être homogène cela impose : $[v]=[a]\cdot[T]^{\alpha}\cdot[\mu]^{\beta}$

On remplace par le symbole des dimensions : $L^{1}\cdot T^{-1}=(M\cdot L\cdot T^{-2})^{\alpha}\cdot(M\cdot L^{-1})^{\beta}=M^{\alpha+\beta}\cdot T^{-2\alpha}\cdot L^{\alpha-\beta}$

Pour assurer l'homogénéité il faut nécessairement les conditions suivantes sur les exposants:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=0\\ -2\alpha=-1\\ \alpha-\beta=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\beta=-\alpha\\ \alpha=\dfrac{1}{2}\\ \beta=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

au final $\boxed{v=a(T)^{\frac{1}{2}}\cdot(\mu)^{\frac{1}{2}}=a\sqrt{\frac{T}{\mu}}}$

Remarque : en réalité on a plus précisément $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

1.c On peut analyser les conséquences d'une modification de T ou µ sur la vitesse de propagation d'après l'expression trouvée.

On voit que quand T augmente v augmente aussi. C'est cohérent, si on tend plus la corde, les ondes se propageront plus rapidement dessus.

À l'inverse , plus la masse linéique est importante, plus les ondes se déplaceront lentement sur la corde . C'est cohérent car chaque petit tronçons de corde sera plus difficile à mettre en mouvement si il est plus lourd ( cf deuxième loi de Newton) .

2.a

$$\chi=-\frac{1}{v}\frac{dv}{dp}\Rightarrow[\chi]=\frac{1}{[v]}\frac{[dv]}{[dp]}=\frac{1}{M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}}=\boxed{M^{-1}\cdot L\cdot T^{2}}$$

2.b

$v=f(\chi,\mu)$

On chercher une expression de la forme $v=a\cdot\chi^{\alpha}\cdot\mu^{\beta}$ avec a une constante sans dimension, $\alpha$ , $\beta$ des nombres rationnels

Comme l'expression doit être homogène cela impose : $[v]=[a]\cdot[\chi]^{\alpha}\cdot[\mu]^{\beta}$

*Attention, ici µ est une masse volumique ( et pas linéique)*

On remplace par le symbole des dimensions : $L^{1}\cdot T^{-1}=(M^{-1}\cdot L\cdot T^{2})^{\alpha}\cdot(M\cdot L^{-3})^{\beta}=M^{-\alpha+\beta}\cdot T^{2\alpha}\cdot L^{\alpha-3\beta}$

Pour assurer l'homogénéité il faut nécessairement les conditions suivantes sur les exposants:

$$\begin{cases}-\alpha+\beta=0\\ 2\alpha=-1\\ \alpha-3\beta=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\beta=\alpha\\ \alpha=-\dfrac{1}{2}\\ \beta=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

au final $\boxed{v=a(\chi)^{-\frac{1}{2}}\cdot(\mu)^{-\frac{1}{2}}=a\frac{1}{\sqrt{\chi\mu}}}$

**Exercice 10 : Troisième loi de Kepler**

1.

$v=f(m,R,F)$

On chercher une expression de la forme $v=a\cdot m^{\alpha}\cdot R^{\beta}\cdot F^{\gamma}$ avec a une constante sans dimension, $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$ des nombres rationnels

Comme l'expression doit être homogène cela impose : $[v]=[a]\cdot[m]^{\alpha}\cdot[R]^{\beta}\cdot F^{\gamma}$

On remplace par le symbole des dimensions : $L^{1}\cdot T^{-1}=(M)^{\alpha}\cdot(L)^{\beta}\cdot(M\cdot L\cdot T^{-2})^{\gamma}=M^{\alpha+\gamma}\cdot T^{-2\gamma}\cdot L^{\beta+\gamma}$

Pour assurer l'homogénéité il faut nécessairement les conditions suivantes sur les exposants:

$$\begin{cases} \alpha+\gamma=0 \\ -2\gamma=-1 \\ \beta+\gamma=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=-\gamma \\ \gamma=\frac{1}{2} \\ \beta=\frac{1}{2} \end{cases}$$

au final $\boxed{v=a(m)^{-\frac{1}{2}}\cdot(R)^{\frac{1}{2}}\cdot(F)^{\frac{1}{2}}=a\times\sqrt{\frac{FR}{m}}}$

2. La période de révolution T est la durée nécessaire au mobile pour effectuer un tour complet le long de l'orbite circulaire

La distance d parcourue pendant cette durée est égale au périmètre d'un cercle de rayon R soit d = 2 π R si on suppose que la vitesse est constante pendant la durée T on a alors la relation

$$\boxed{v=\frac{d}{T}=\frac{2\pi R}{T}}$$

si l'expression trouvée à la question précédente est valide en choisissant a = 1, on a alors

$$\sqrt{\frac{RF}{m}}=\frac{2\pi R}{T}\Rightarrow F\frac{R}{m}=\frac{4\pi^2R^2}{T^2}\Rightarrow \boxed{T=\sqrt{\frac{4\pi^2Rm}{F}}}$$

2.a $v=\sqrt{\frac{FR}{m}}=\sqrt{\frac{GMmR}{mR^2}}=\sqrt{\frac{GM}{R}}$ et $T=2\pi\sqrt{\frac{Rm}{\frac{GMm}{R^2}}}=\boxed{2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}}$ $\left(\|\vec{F}\|=\frac{GMm}{R^2}\right)$

2.b $T^2=4\pi^2\frac{R^3}{GM}\Rightarrow\frac{T^2}{R^3}=\frac{4\pi^2}{GM}$ $\boxed{\text{la constante vaut } \frac{4\pi^2}{GM}}$

2.c T ≈ 365,25 Jours = 365,25 x 24 x 3600 s = 3,16 $\cdot 10^7$ s

**Ne pas oublier la conversion !**

$$\frac{T^2}{R^3}=\frac{4\pi^2}{GM_{soleil}}\Rightarrow M_{soleil}=\frac{4\pi^2R^3}{GT^2}$$

$$\boxed{M_{soleil}\approx\frac{4\pi^2(149{,}6\cdot10^6\times10^3)^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\times(3{,}16\cdot10^7)^2}\approx1{,}98\times10^{30}\,kg}$$

**Exercice 11 : Vitesse angulaire et vitesse linéaire**

1. $\boxed{[v]=L\cdot T^{-1} \qquad \dot\theta=\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow[\dot\theta]=\frac{[d\theta]}{[dt]}=\frac{\emptyset}{T}=T^{-1}}$

2.

$$v=?\cdot\dot{\boldsymbol\theta}$$

Grandeur qui a la dimension d'une longueur

Il faudrait multiplier la vitesse angulaire par une grandeur qui possède la dimension d'une longueur pour avoir une grandeur qui a la dimension d'une vitesse linéaire.

On peut proposer $v=l\dot{\boldsymbol\theta}$

3. [T] = M·L·T$^{-2}$ = M · (L·T$^{-1}$)·T$^{-1}$ = $[m]\cdot[v]\cdot[\dot\theta]$

On peut donc proposer l'expression $T=kmv\dot\theta$ avec k une constante sans dimension

( Vous pouvez aussi utiliser la méthode classique en posant $T=km^\alpha v^\beta\dot\theta^\gamma$ … )

D'après la question 1 on sait que $v=l\dot\theta$

Donc on peut proposer l'expression $T=km(l\dot\theta)\dot\theta=kml\dot\theta^2$

**Exercice 12* : What else ?**

1. $c_{EAU}$=4,18 kJ·kg$^{-1}$ ·K$^{-1}$. Donc $[c_{EAU}] = [E] \cdot M^{-1} \cdot \Theta^{-1}$

c'est donc une **énergie massique par unité de température**

| |
|---|
| Autrement dit c'est l'énergie qu'il faut fournir à un kilogramme d'eau pour élever sa température d'un degré Kelvin |

**Le transfert thermique est l'énergie totale reçue par le café contenue dans la tasse ( de masse $m_{café}$) lorsqu'elle passe de sa température initiale $T_i$ à la température ambiante $T_{amb}$**

Il faut estimer par vous même les grandeurs soulignées

Rappel T(en K) = Θ ( en °C ) + 273,15

$m_{café}$ : si on suppose que la masse volumique du café est égale à celle de l'eau , et qu'une tasse de café a une contenance d'environ 100 mL alors on a $m_{café} \approx 100 \cdot 10^{-3}$ L x 1000 g/L = 100 g = 0,1 kg

$T_i \approx 80°C + 273,15 \approx 3,5 \cdot 10^2$ K ( on ne garde que 2 CS car c'est une estimation )

$T_f \approx 20°\,C + 273,15 \approx 2,9 \cdot 10^2$ K

On suppose de plus que la capacité thermique massique du café est égale à celle de l'eau $c_{café} \approx c_{EAU}$

l'énergie transféré au café est donc donnée par la formule $E = m_{eau} c_{EAU} (T_{amb} - T_i)$

En effet $[m_{eau} c_{EAU} (T_{amb} - T_i)] = M \cdot ([E] \cdot M^{-1} \cdot \theta^{-1}) \cdot \theta = [E]$

Ainsi : $$E \approx 0{,}1\,kg \times 4{,}18\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \times -60\,K$$

$$\boxed{E \approx -25\,kJ}$$

*( le signe – vient du fait que le café perd de l'énergie, le transfert thermique s'effectue du café vers l'extérieur)*

**3. On utilise la relation E = mgz →** $\boxed{z = \frac{E}{mg} \approx \frac{25 \times 10^3}{0{,}1 \times 9{,}81} = 26\,km\,!}$

**Cela fait beaucoup d'énergie ! Mais en pratique l'énergie thermique est difficile à transformer en une autre forme d'énergie plus « structurée » comme l'énergie potentielle de pesanteur.**

**Exercice 13 : Une petite blague (de prépa) pour finir …**

Newton a donner son nom à l'unité usuelle d'une force : le Newton

On a vu dans l'exercice 6 que cette unité s'exprime dans le système international de la façon suivante :

1 N = 1 kg·m·s$^{-1}$

Comme un carrée d'un mètre de côté possède une surface d'un mètre carré, lorsque Newton est sur son carré, il y a un Newton sur un mètre carré soit en terme d'unité **1 N.m$^{-2}$**

L'unité du système international équivalente est donc 1 N.m$^{-2}$ =1 kg·m·s$^{-1}$ ·m$^{-2}$ = 1 kg·m$^{-1}$·s$^{-2}$

Or on a vu dans l'exercice 6 que cette unité s'appelle le Pascal !

Ainsi quand Einstein a trouvé un Newton sur un mètre carré il a trouvé un Pascal !