

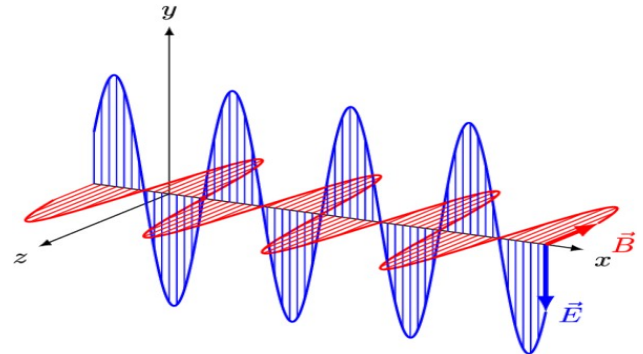
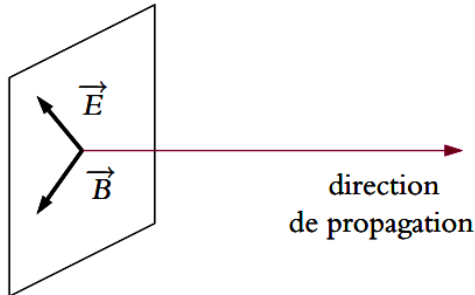
CHAP1 : MODELE DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

I vers une approche géométrique de la propagation des ondes lumineuses

I. 1 Caractéristiques d'une onde lumineuse

Sans entrer dans les détails que vous verrez en spé, la lumière est une onde électromagnétique.

Les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ qui composent la lumière peuvent être décomposés en des champs qui varient sinusoidalement dans le temps et dans l'espace (ils oscillent et se propagent à la vitesse... De la lumière).



a) Période, pulsation et fréquence

Ces composantes de la lumière varient sinusoidalement dans le temps à différentes fréquences $\nu = \frac{1}{T}$ où T est la période de l'onde.

Rmq 1: Pour caractériser l'onde on utilise aussi la **pulsation** ω (oméga) telle que

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

Pour une onde **sinusoïdale** (aussi appelée **monochromatique**), nous pouvons définir :

→ la vitesse de propagation, appelée **célérité** notée v (m.s^{-1})

b) célérité de la lumière

La célérité de la lumière dépend du milieu traversé

Dans un milieu autre que le vide, elle est inférieure à c :

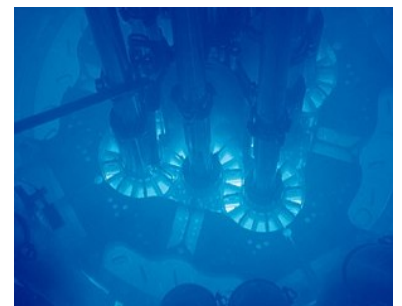
$$v = \frac{c}{n}$$

→ $c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$ est la célérité de la lumière **dans le vide**

→ v est la célérité de la lumière **dans le milieu considéré**

→ $n = \frac{c}{v}$ l'indice optique du milieu de propagation tel que $n > 1$

Rayonnement
Tcherenkov



L'indice optique caractérise la réfringence d'un milieu

Milieu de propagation	Indice optique (aussi appelé indice de réfraction)
Vide	$n = 1$
Air (C.N.T.P.)	$n_{\text{air}} = 1 + 3.10^{-4} \simeq 1$
Eau	$n = 1,33$
Verre courant	$n = 1,5$
Diamant	$n_{\text{diamant}} = 2,4.$

Rmq 2 (voc) : Dans un milieu **dispersif**, n dépend de la longueur d'onde de la lumière. (le verre est dispersif)

Rmq 3 : D'un point de vue optique, l'air est équivalent au vide.

Question : peut-on aller plus vite que la lumière ?

Oui dans un milieu transparent (mais pas plus vite que la lumière dans le vide). Certains électrons émis lors des désintégrations nucléaires dans les centrales dépassent la vitesse de la lumière dans le milieu où ils se trouvent (de l'eau). Un phénomène appelé effet Tcherenkov se produit alors et entraîne l'émission d'une lumière bleutée autour du réacteur

⚠ la fréquence ne dépend pas du milieu traversé ⚠

c'est la fréquence qui est caractéristique de la couleur du rayonnement lumineux mais pas directement la longueur d'onde

⚠ La longueur d'onde dépend du milieu traversé ⚠

Ces ondes lumineuses se propagent dans le vide avec la célérité c , la donnée de ν , T ou ω impose la

période spatiale λ_0 , aussi appelée la **longueur d'onde dans le vide**.

$$\lambda_0 = c \times T = \frac{c}{\nu} = 2\pi \frac{c}{\omega}$$



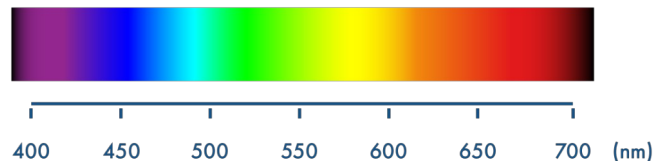
Les longueurs d'onde dans le vide correspondant au domaine du visible varient de **400 nm à 750 nm** pour un œil moyen. Les couleurs principales sont récapitulées dans le tableau suivant :

Tableau à connaître (PHz = 10^{15} Hz)

Couleurs	Violet	Bleu	Vert	Jaune	Orange	Rouge
ν (PHz)	0,75-0,67	0,67-0,6	0,6-0,53	0,53-0,5	0,5-0,48	0,48-0,4
λ_0 (nm)	400-450	450-500	500-570	570-590	590-620	620-750

⚠ Attention ⚠

Le spectre de la lumière blanche que vous connaissez depuis la seconde (ci contre) n'est donc valable que dans le vide et dans l'air.



Mais il est faux dans d'autres milieux !

Lien entre longueur d'onde λ dans un milieu d'indice n et longueur d'onde dans le vide λ_0 :

$$\lambda = \frac{\nu}{n} = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n}$$

Application : vous regardez en étant sous l'eau un projecteur orange monochromatique au fond d'une piscine.

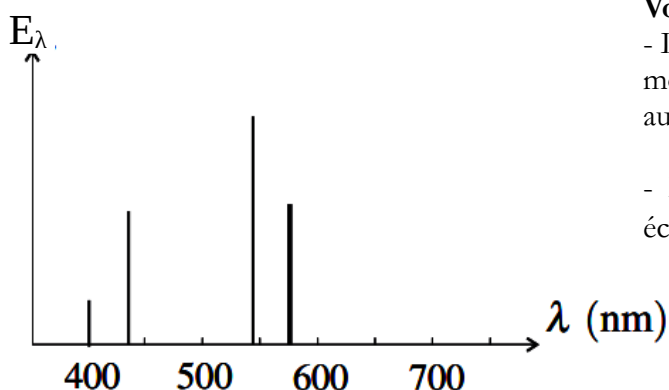
Quelle est la longueur d'onde de la lumière qui arrive jusqu'à votre œil ?

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{600}{1,33} = 451 \text{ nm}$$

d) Notion de Spectre. Penser à l'arc-en-ciel

Les ondes lumineuses réelles sont des superpositions (ou somme) d'ondes sinusoïdales de différentes fréquences (et donc de différentes longueurs d'onde).

Def : Sur un spectre, on représente en fonction de la longueur d'onde, la contribution énergétique E_λ de chaque onde sinusoïdale composant la lumière à l'éclairement total E



Voc :

- L'éclairement E (**exprimé en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$**) représente la puissance moyenne par unité de surface qui traverse une surface perpendiculaire aux rayons lumineux

- La contribution d'une longueur d'onde à l'énergie totale est appelée éclairement spectral (notée E_λ exprimé en $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$)

I. 2 spectres des sources lumineuses

a) Les sources de lumière blanche

Une lumière blanche est une lumière dont le spectre est continu et contient toutes les longueurs d'onde du domaine visible.

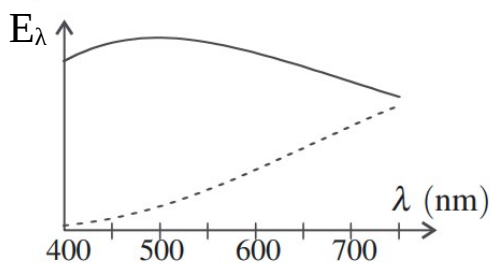


Figure 4.2 – Spectres de la lumière solaire (trait plein) et de la lumière d'une lampe à filament (pointillé).

Spectres continus

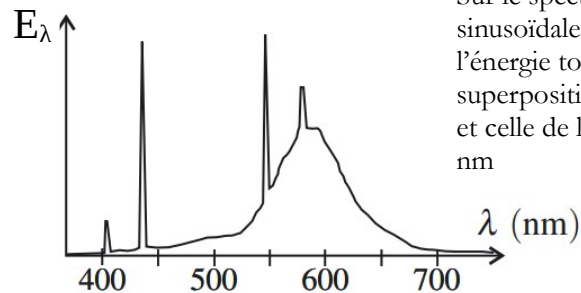


Figure 4.3 – Spectre d'une lampe « à économie d'énergie ».

Sur le spectre ci-contre L'onde sinusoïdale qui contribue le plus à l'énergie totale transportée par la superposition des ondes sinusoïdales et celle de longueur d'onde 546,1 nm

b) Les lampes spectrales

les lampes spectrales contiennent des vapeurs d'atomes excités par une décharge électrique, ces atomes sont ainsi portés dans un état excité et se désexcitent en émettant des photons, dont l'énergie est égale à la différence d'énergie entre deux niveaux d'énergie de l'atome

Une lampe spectrale émet une série de longueurs d'onde caractéristique de l'élément qu'elle contient. Le spectre est constitué de pics fins appelés raies spectrales.

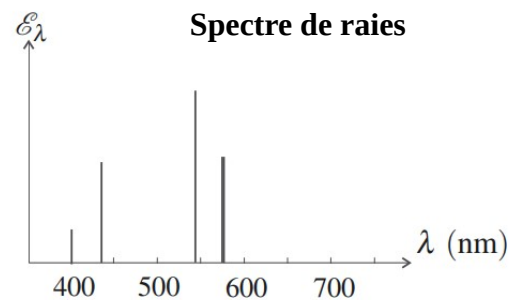


Figure 4.4 – Spectre d'une lampe au mercure (basse pression).

c) Faisceau laser

La lumière d'un faisceau laser présente une raie spectrale unique beaucoup plus fine qu'une raie de lampe spectrale. Le spectre est quasiment monochromatique

I.3 Modèle de la source ponctuelle et monochromatique

b) source ponctuelle

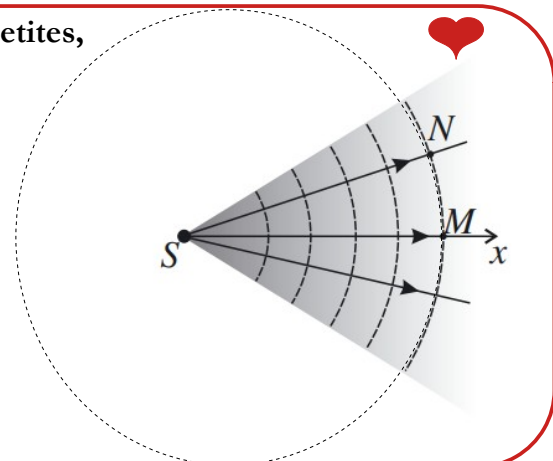
Une source ponctuelle S est une source de dimensions infiniment petites, assimilable à un point tel que :

- les rayons lumineux sont les droites issues de S ,
- les points situés sur une même sphère de centre S

(tels que les points M et N sur la figure) reçoivent des signaux identiques.

(c'est à dire que l'amplitude du champ $\vec{E}$ y prend la même valeur.

c'est à dire que l'intensité lumineuse est la même en ces points)



b) Source ponctuelle monochromatique

- Une source ponctuelle est de plus monochromatique si elle émet une onde lumineuse monochromatique, c'est-à-dire purement sinusoïdale, c'est à dire possédant une seule fréquence

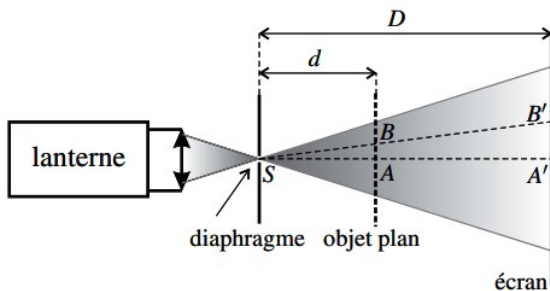
c) Notion de rayon lumineux

Les rayons lumineux sont les lignes le long desquelles l'onde lumineuse se propage. Ce sont aussi les trajectoires selon lesquelles l'énergie lumineuse se déplace.

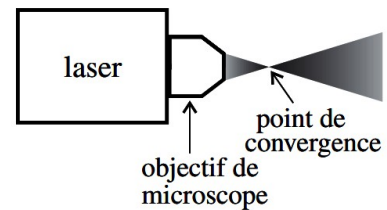
Comment obtenir une source ponctuelle monochromatique dans la vraie vie ?

On fait converger la lumière issue d'une lampe spectrale sur un diaphragme. On peut assimiler le centre S du très petit diaphragme à une source ponctuelle.

Pour obtenir une lumière monochromatique, on rajoute un filtre devant le diaphragme



La lumière d'un laser est presque idéalement monochromatique. En faisant converger le faisceau à l'aide d'un objectif de microscope, objectif de très courte distance focale (voir chapitre 2) on obtient une source ponctuelle et monochromatique située au point de convergence du faisceau.



I.4 Approximation de l'optique géométrique

Bien que l'on puisse définir un rayon lumineux comme le trajet suivi par la lumière, il est, en fait, impossible d'isoler un rayon lumineux. Plus l'espace dans lequel la lumière doit se propager est restreint, plus son caractère ondulatoire se fait ressentir. Ainsi, en limitant très fortement un faisceau lumineux, au lieu de restreindre ce dernier, il s'élargit : c'est le phénomène de diffraction

a) Modèle de l'optique géométrique

def : Le modèle de l'optique géométrique consiste à modéliser la lumière par un ensemble de rayons lumineux. On les représente par des lignes munis d'une flèche indiquant le sens de propagation.

Condition de validité : Il faut pouvoir négliger le phénomène de diffraction . Pour cela, les ouvertures traversées par la lumière doivent toutes avoir une dimension D supérieure à 1000λ où λ est la longueur d'onde de la lumière.

$$D > 1000\lambda$$

La déviation des rayons lumineux due à la diffraction, de l'ordre de λ/D , sera dans ce cas négligeable

✧ les phénomènes de diffraction seront étudiés en deuxième année et, pour notre part, étant donné les dimensions des miroirs et des lentilles que nous utiliserons, nous ne serons jamais limités par ce phénomène.

II Lois fondamentales de l'optique géométrique

II.1 Propagation rectiligne

Depuis la plus haute Antiquité, il est observé que la lumière issue d'une source ponctuelle se propageant dans un milieu homogène et isotrope emprunte un trajet rectiligne passant par la source.

Rmq 4 : À indice constant donc à vitesse constante, le trajet rectiligne permet de minimiser le temps de parcours.

Voc important : Un milieu homogène est un milieu qui est en chaque point le même : même température, même indice optique, même masse volumique.

Observation expérimentale : Dans un milieu homogène et isotrope, les rayons lumineux sont des droites.

Ainsi la prévision du comportement de la lumière pourra se faire directement à l'aide des lois de la géométrie, et c'est pour cela que l'on parle d'optique géométrique.

Dans une suite de milieux homogènes, le trajet d'un rayon lumineux sera formé d'une succession de segments de droite.

Dans un milieu inhomogène les rayons sont courbés, si un rayon courbe arrive jusqu'à l'œil, le cerveau interprète le trajet de la lumière comme un trajet en ligne droite on observe un mirage

Voc : un dioptré est la surface d'interface entre deux milieux homogènes.

II.2 Lois de Snell-Descartes

Partout dans le monde, ces lois s'appellent les lois de Snell. En France, elles s'appellent les lois de Descartes. Nous les appellerons les lois de Snell – Descartes.

Ces lois permettent d'exprimer le changement de direction d'un rayon lumineux au passage d'un dioptré

À retenir (schéma aussi) :

Le rayon incident, la normale au miroir au point d'incidence et le rayon réfléchi appartiennent à un même plan appelé plan d'incidence

De plus on a la relation entre l'angle d'incidence i et l'angle entre le rayon réfléchi et la normale :

$$i = -r$$

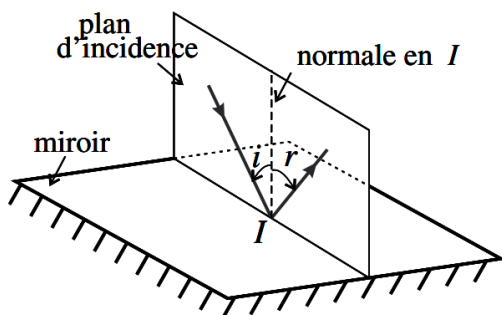


Attention les angles sont orientés

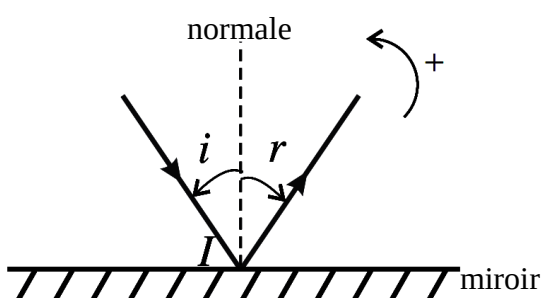
$i > 0$ car orienté dans le sens trigonométrique

$r < 0$ car orienté dans le sens anti-trigonométrique

a) Loi sur la réflexion



Dans le plan d'incidence :



b) Loi sur la réfraction

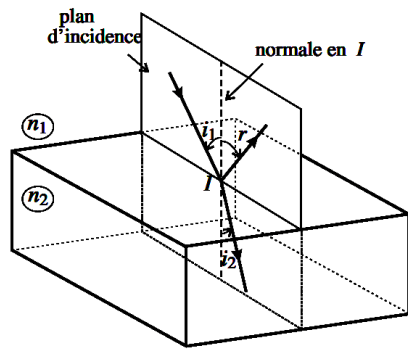
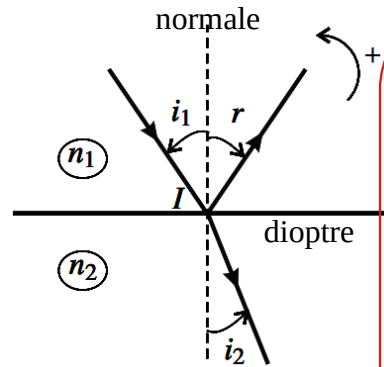


Schéma 1 : vue en 3D

Schéma 2 : vue dans
Le plan d'incidence

À retenir (schéma 2 aussi) :

Le rayon incident, la normale au miroir au point d'incidence et le rayon réfracté, appartiennent à un même plan appelé plan d'incidence

Une partie de la lumière est réfractée (transmise) l'angle i_1 entre la normale et le rayon incident et l'angle i_2 entre la normale et le rayon réfracté (transmis) sont reliés par la relation :

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

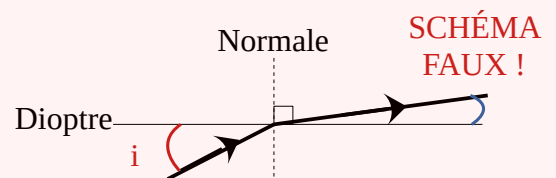
n_1 étant l'indice optique du milieu où se propage le rayon incident

n_2 celui du milieu où se propage le rayon réfracté

Rmq 5 : Une partie de la lumière est réfléchiée selon la loi de la réflexion

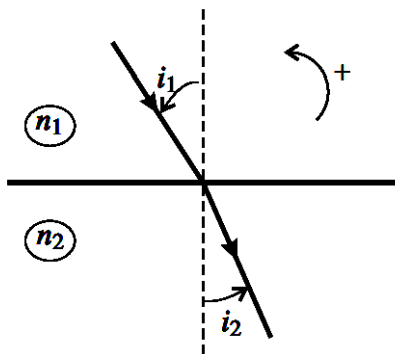
Rmq 6 : Ici les angles sont orientés de la normale vers les rayons lumineux. **C'est un choix arbitraire.** Lorsque les angles ne sont pas orientés sur un schéma il est commode de les orienter dans le sens trigonométrique (et pas forcément de la normale vers le rayon) pour qu'ils soient positifs. La loi de la réflexion devient $i = r$

⚠ **Erreur classique : mesurer les angles entre le rayon et le dioptré (et pas par rapport à la normale) ⚠**

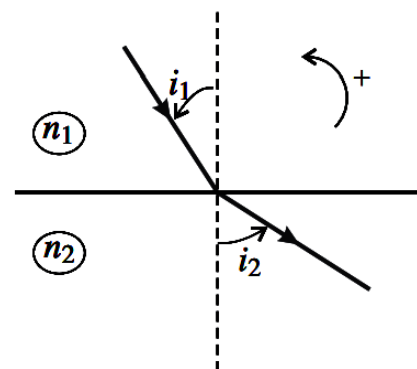


c) Sens de la déviation au passage d'un dioptré

Si la lumière provient du milieu **moins réfringent** ($n_1 < n_2$)
Le rayon **réfracté** est **plus proche** de la normale que le rayon incident



Si la lumière provient du milieu **plus réfringent** ($n_1 > n_2$)
Le rayon **réfracté** est **plus éloigné** de la normale que le rayon incident



Preuve $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$ donc $\sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)$ (1)

si $n_1 < n_2$ alors $\frac{n_1}{n_2} < 1$ et $\frac{n_1}{n_2} \sin(i_1) < \sin(i_1)$

d'après (1) : $\sin(i_2) < \sin(i_1)$

Comme la fonction arcsin est strictement croissante :

$\arcsin(\sin(i_2)) < \arcsin(\sin(i_1))$ donc $i_2 < i_1$

https://phet.colorado.edu/sims/html/bending-light/latest/bending-light_fr.html

II.3 Phénomène de réflexion totale

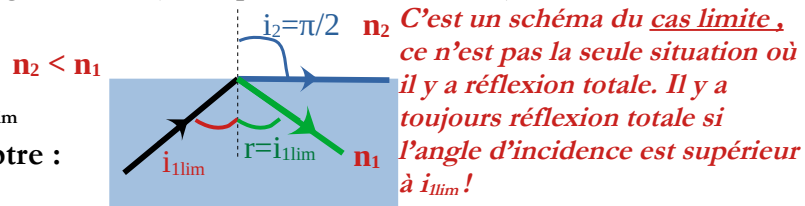
a) Condition de réflexion totale

(!) Raisonnement +schéma à savoir refaire (!)

Pour $n_1 > n_2$, comme le rayon réfracté est plus éloigné de la normal que le rayon incident, on imagine que pour un angle incident suffisamment grand l'angle réfracté est égale à $\pi/2$ (il est parallèle à l'interface)

Cherchons la valeur de l'angle d'incidence limite i_{lim} pour laquelle le **rayon réfracté** est parallèle au dioptre :

Il y a aussi un rayon réfléchi



D'après la loi de Snell-Descartes sur la réfraction $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

donc $\sin(i_1) = \frac{n_2}{n_1} \sin(i_2)$ si le rayon réfracté est rasant $i_2 = \frac{\pi}{2}$ donc $\sin(i_2) = 1$

ainsi $\sin(i_{1lim}) = \frac{n_2}{n_1}$ donc

$$i_{1lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

si $i_1 > i_{1lim}$ on a $\sin(i_1) > \sin(i_{1lim}) \Rightarrow \sin(i_1) > \sin(\arcsin(\frac{n_2}{n_1})) \Rightarrow \sin(i_1) > \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1) > 1$

Or d'après la loi de Snell-Descartes sur la réfraction $\frac{n_1}{n_2} \sin(i_1) = \sin(i_2)$

Donc on aurait $\sin(i_2) > 1$ ce qui est impossible !

On en déduit qu'il n'y a plus de réfraction si $i_1 > i_{lim}$. i_{lim} est appelé angle limite d'incidence

Le rayon incident est donc totalement réfléchi si $i_1 > i_{lim}$, on parle de réflexion totale

b) Cas où la réflexion totale ne peut pas avoir lieu : angle limite de réfraction

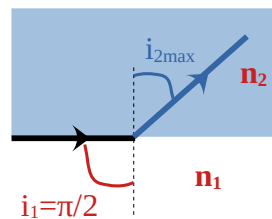
Si $n_1 < n_2$ Le phénomène de réfraction a toujours lieu, peu importe l'angle d'incidence

jusqu'à l'**incidence rasante** (cas où $i_1 = \pi/2$)

le **rayon réfracté** émerge alors avec un angle i_{2max} :

Cherchons la valeur de l'angle réfracté limite i_{2max} pour laquelle le **rayon incident** est parallèle au dioptre :

Snell-Descartes $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_{2max})$ avec $i_1 = \pi/2$



C'est un schéma du cas limite, (incidence rasante) Il ne faut pas confondre avec le cas précédent !

$$\sin(i_{2max}) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1) = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow i_{2max} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

c) Application de la réflexion totale : fibre à saut d'indice (voir TD)

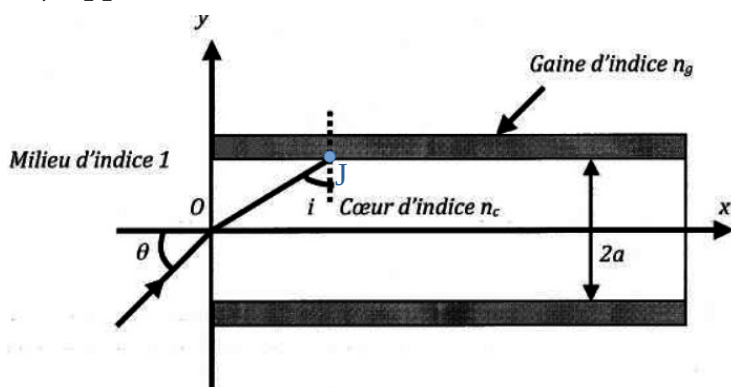


schéma de la fibre optique à saut d'indice



https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/dioptres/fibre_optique.php?typanim=Javascript

Définition : cône d'acceptance

Seul les rayons dans un cône (dit d'acceptance) d'angle au sommet θ_{lim} (avant d'entrer dans la fibre) peuvent subir des réflexions totales dans la fibre et ainsi être bien guidés, les rayons plus inclinés ne sont pas transmis.

Déterminons la valeur de $\sin(\theta_{\text{lim}})$ que l'on appelle ouverture numérique ; (!) savoir refaire (!)

On écrit la loi de Snell-Descartes sur la refraction en O $\sin(\theta) = n_c \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) \Leftrightarrow \sin(\theta) = n_c \cos(i)$

Snell Descartes en J : $n_c \sin(i) = n_g \sin(r)$ il n'y a pas de rayon réfracté (réflexion tot) si l'angle i est

suffisamment grand. Dans le cas limite $r = \frac{\pi}{2}$ et $\sin(i_{\text{lim}}) = \frac{n_g}{n_c}$.

si θ augmente, i diminue ! La réflexion totale en J n'est donc possible que pour des angles θ suffisamment petits

cherchons la valeur max possible pour θ

comme $\cos(i_{\text{lim}})^2 + \sin(i_{\text{lim}})^2 = 1$ alors $\cos(i_{\text{lim}}) = \sqrt{1 - \sin(i_{\text{lim}})^2}$ soit $\cos(i_{\text{lim}}) = \sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}$ et

$$\sin(\theta_{\text{lim}}) = n_c \cos(i) \Leftrightarrow \sin(\theta_{\text{lim}}) = n_c \sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2} \Leftrightarrow \sin(\theta_{\text{lim}}) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

l'angle du cône est donc

$$\theta_{\text{lim}} = \arcsin(\sqrt{n_c^2 - n_g^2})$$

Définition : Dispersion intermodale (notée Δt)

C'est la différence de durée de trajet entre :

- un rayon à la limite du cône d'acceptance : qui met une durée $\Delta t_{\max}$ pour parcourir une distance L
- un rayon qui se propage en ligne droite sans réflexions : qui met une durée Δt_0 pour parcourir L

Déterminons la valeur de de la dispersion intermodale

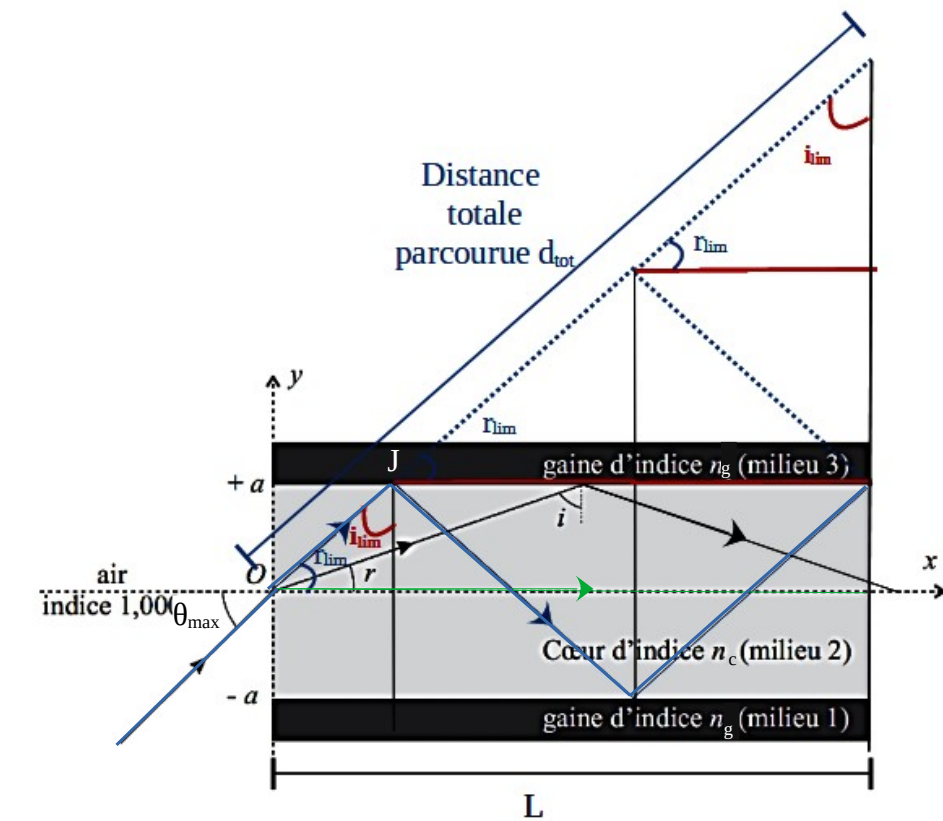
Attention les rayons se propagent dans le cœur d'indice donc à la célérité $v = \frac{c}{n_c}$

le rayon le plus rapide met une durée $\Delta t_0 = \frac{L}{v} = L \frac{n_c}{c}$ pour parcourir la distance L

en « dépliant par la pensée le rayon à la limite du cône d'acceptance » (voir schéma ci-dessous)

On voit qu'il parcourt une distance d_{tot} telle que $d_{\text{tot}} = \frac{L}{\cos(r_{\text{lim}})}$ pour une distance L de fibre

ce qui nécessite un temps $\Delta t_{\max} = \frac{d_{\text{tot}}}{v} = d_{\text{tot}} \frac{n_c}{c} = \frac{L n_c}{c \cos(r_{\text{lim}})}$



En bleu : Rayon le moins rapide à la limite du cône d'acceptance

En vert : rayon le plus rapide

Or si on regarde le trajet après la première réflexion, dans le triangle OJH on a :

$i_{\text{lim}} = \pi/2 - r_{\text{lim}}$ donc $\cos(r_{\text{lim}}) = \sin(i_{\text{lim}})$ et de plus $\sin(i_{\text{lim}}) = \frac{n_g}{n_c}$ donc

$$\Delta t_{\max} = \frac{L n_c}{c \cos(r_{\text{lim}})} = L \frac{n_c}{c} \frac{n_c}{n_g} = L \frac{n_c^2}{c n_g}$$

finalement la dispersion intermodale vaut : $\Delta t_{\max} - \Delta t_0 = L \frac{n_c}{c} \left(\frac{n_c}{n_g} - 1 \right)$

