

PROGRAMME DE COLLES N° 3

Semaine du 30/09/2024 au 04/10/2024

👉 *Inégalités, ensembles* 👈

Format de la colle :

- Automatismes de calcul (env. 10 min) : quelques items simples parmi les thèmes de la liste (actualisée chaque semaine) en page 2.
- Restitution du cours (env. 15 min) : définition et/ou théorème des chapitres au programme, puis démonstrations, exemples ou exercices exigibles listés plus bas.
- Exercice(s) libre(s) (env 30 min).

Chapitre 2 – Inégalités dans \mathbb{R}

Tout le chapitre.

1 Ordre et valeur absolue dans \mathbb{R}

- 1.1 Signe d'un réel
- 1.2 Ordre et opérations (rappels)
- 1.3 Maximum, minimum de deux réels, de deux fonctions
- 1.4 Intervalles dans \mathbb{R}
- 1.5 Valeur absolue d'un réel, d'une fonction
- 1.6 Inégalités triangulaires

2 Bornes d'une partie de \mathbb{R}

3 Sous-ensembles de \mathbb{Z} , partie entière, décimale

Chapitre 3 – Ensembles

Jusqu'à la réunion et l'intersection seulement.

1 Généralités

- 1.1 Définitions, notations
- 1.2 Décrire un ensemble : en extension, en compréhension
- 1.3 Cardinal d'un ensemble fini
- 1.4 Inclusion, égalité

2 Parties d'un ensemble

3 Opérations ensemblistes

- 3.1 Réunion, intersection

Démonstrations, exemples ou exercices exigibles comme questions de cours

- Chapitre 2. Inégalité triangulaire $|x + y| \leq |x| + |y|$ avec le cas d'égalité.
- Chapitre 2. Proposition 19 points 1) et 2) : $[x + k] = [x] + k$ pour tous $x \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{Z}$ et la fonction partie entière $x \mapsto [x]$ est croissante sur \mathbb{R} .
- Chapitre 3. Exemple 14.3 : $\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} \left[0; \frac{1}{n}\right] = \{0\}$ et $\bigcup_{a > 0} [-a; a] = \mathbb{R}$.

Automatismes de calcul

On donne quelques exemples de capacité attendue pour chaque thème.

[Le cahier de calcul](#) fournit également une excellente source d'entraînement/inspiration.

- **Logique, raisonnement**

Exemples : montrer que $x^2 + y^2 \geq 2xy$ pour tous $x, y \in \mathbb{R}$, savoir écrire en langage symbolique qu'une suite est majorée, qu'une fonction est 2π -périodique et savoir nier ces assertions.

- **Trigonométrie.**

Exemples : formule $\cos(2a)$, résolution de $\sin a = \sin b$, $\cos(2x + 1) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos x = \sin x$.

- **Inégalités : résoudre/prouver des inégalités simples**

Exemples : résoudre $|x| \leq 3x + 2$, montrer que $|\sin(nx)| \leq n |\sin x|$ pour tous $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$, encadrer rapidement $x \mapsto \frac{\cos x + 2}{x^2 + 4}$ sur $[0; 1]$.