

# PROGRAMME DE COLLES N° 4

Semaine du 07/10/2024 au 11/10/2024

👉 *Ensembles, nombres complexes* 👈

## Format de la colle :

- Automatismes de calcul (env. 10 min) : quelques items simples parmi les thèmes de la liste (actualisée chaque semaine) en page 2.
- Restitution du cours (env. 15 min) : définition et/ou théorème des chapitres au programme, puis démonstrations, exemples ou exercices exigibles listés plus bas.
- Exercice(s) libre(s) (env 30 min).

## Chapitre 3 – Ensembles

Tout le chapitre.

### 1 Généralités

- 1.1 Définitions, notations . . . . .
- 1.2 Décrire un ensemble : en extension, en compréhension . . . . .
- 1.3 Cardinal d'un ensemble fini . . . . .
- 1.4 Inclusion, égalité . . . . .

### 2 Parties d'un ensemble

### 3 Opérations ensemblistes

- 3.1 Réunion, intersection . . . . .
- 3.2 Complémentaires . . . . .
- 3.3 Recouvrement disjoint, partition d'un ensemble . . . . .
- 3.4 Produit cartésien . . . . .

## — Chapitre 4 : Nombres complexes —

Le début jusqu'au module seulement.

### 1 Définition, forme algébrique

- 1.1 Construction . . . . .
- 1.2 Représentation géométrique d'un nombre complexe . . . . .
- 1.3 Conjugué . . . . .
- 1.4 Module : inégalités triangulaires . . . . .

### Démonstrations, exemples ou exercices exigibles comme questions de cours

- Chapitre 3. Exemple 14.3 :  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} \left[0; \frac{1}{n}\right] = \{0\}$  et  $\bigcup_{a > 0} [-a; a] = \mathbb{R}$ .
- Chapitre 3. Exercice 7 : pour  $A, B, C$  trois parties d'un ensemble  $E$ , démontrer que les trois assertions ci-dessous sont équivalentes :

$$(i) (A \setminus B) \subset C$$

$$(ii) (A \setminus C) \subset B$$

$$(iii) A \subset (B \cup C)$$

- Chapitre 4. Développement de  $|z + z'|^2$  et inégalité triangulaire (sans le cas d'égalité pour la démo).

## Automatismes de calcul

On donne quelques exemples de capacité attendue pour chaque thème.

[Le cahier de calcul](#) fournit également une excellente source d'entraînement/inspiration.

- **Logique, raisonnement**

Exemples : montrer que  $x^2 + y^2 \geq 2xy$  pour tous  $x, y \in \mathbb{R}$ , savoir écrire en langage symbolique qu'une suite est majorée, qu'une fonction est  $2\pi$ -périodique et savoir nier ces assertions.

- **Trigonométrie.**

Exemples : formule  $\cos(2a)$ , résolution de  $\sin a = \sin b$ ,  $\cos(2x + 1) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos x = \sin x$ .

- **Inégalités : résoudre/prouver des inégalités simples**

Exemples : résoudre  $|x| \leq 3x + 2$ , montrer que  $|\sin(nx)| \leq n |\sin x|$  pour tous  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , encadrer rapidement  $x \mapsto \frac{\cos x + 2}{x^2 + 4}$  sur  $[0; 1]$ .