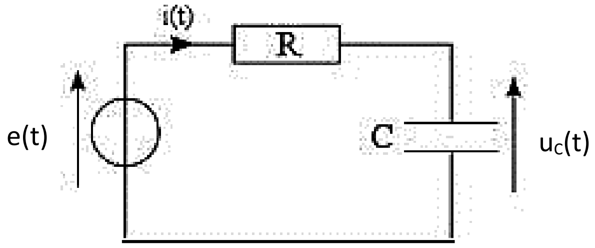
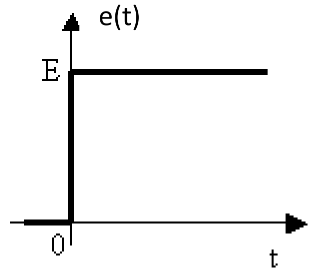
TD05- CIRCUITS LINÉAIRES DU 1er ORDRE

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

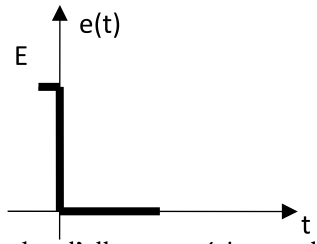
1 On considère un circuit RC série auquel on applique un échelon de tension.





a Représenter sur le même graphe l'allure expérimentale de e(t) et de $u_C(t)$. Distinguer sur ce graphe le régime transitoire et le régime permanent.
b Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$. On introduira un temps caractéristique τ.
c Résoudre l'équation différentielle sachant qu'à $t=0^-$, le condensateur est déchargé.
d Déterminer la durée du régime transitoire. N.B. : On supposera que le régime permanent est atteint lorsque la tension aux bornes du condensateur a atteint 99% de sa valeur maximale.
e Énoncer trois méthodes différentes pour déterminer τ. On pourra s'appuyer sur des graphes.
f Tracer le portrait de phase de $u_C(t)$ en expliquant la démarche.

2 Une fois le condensateur chargé, à t=0, on laisse se décharger le condensateur, qui est alors en régime libre (e(t)=0).

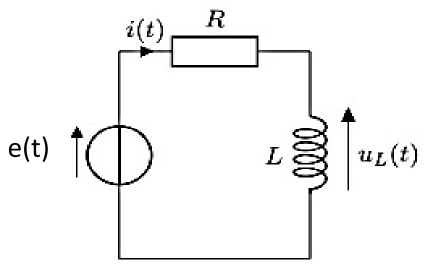


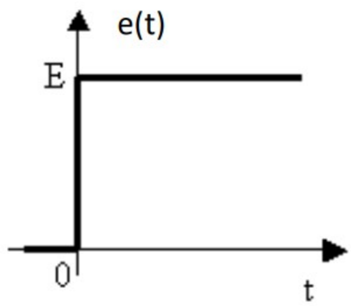
a Représenter sur le même graphe l'allure expérimentale de e(t) et de $u_C(t)$. Distinguer sur ce graphe le régime transitoire et le régime permanent.
b Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$. On introduira un temps caractéristique τ.
c Résoudre l'équation différentielle sachant qu'à $t=0^-$, le condensateur est chargé.

3 On s'intéresse maintenant à l'intensité i(t) dans le circuit lors de la charge du condensateur (e(t)=E).
3.a Représenter sur le même graphe l'allure expérimentale de e(t) et de $u_R(t)$ lors de la charge. Distinguer sur ce graphe le régime transitoire et le régime permanent.
3.b Etablir l'équation différentielle vérifiée par i(t). On introduira un temps caractéristique τ.
3.c Résoudre l'équation différentielle sachant qu'à $t=0^-$, le condensateur est déchargé.

4 On s'intéresse à la réponse d'un circuit RC série à un échelon de tension.
4.a Faire un bilan de puissance, et commenter.
4.b Faire un bilan d'énergie, et commenter.

5 On considère un circuit RL série auquel on applique un échelon de tension.





a Etablir l'équation différentielle vérifiée par i(t). On introduira un temps caractéristique τ.
b Résoudre l'équation différentielle.
c Faire un bilan de puissance, et commenter.

Exercice 2 : constantes de temps

1 Montrer, en utilisant les relations entre intensité et tension, que RC est homogène à un temps.

Pour un condensateur en convention récepteur on a la relation tension courant : $i(t)=C\frac{du_c}{dt}(t)$

On en déduit par homogénéité de la loi : $I=[C]\frac{[Tension]}{T}\Rightarrow[C]=\frac{I\cdot T}{[Tension]}$

Pour un résistor en convention récepteur $U=RI\Rightarrow[Tension]=[R]\cdot I\Rightarrow[R]=\frac{[Tension]}{I}$

ainsi : $[RC]=\frac{[Tension]\cdot I\cdot T}{I\cdot[Tension]}=T$

2 Montrer, en utilisant les relations entre intensité et tension, que L/R est homogène à un temps.

Pour une bobine en convention récepteur : $U_L(t)=L\frac{di}{dt}(t)$ on en déduit

$[Tension]=\frac{[L]\cdot I}{T}\Rightarrow[L]=\frac{T\cdot[Tension]}{I}$

Pour un résistor en convention récepteur $U=RI\Rightarrow[Tension]=[R]\cdot I\Rightarrow[R]=\frac{[Tension]}{I}$

ainsi : $[\frac{L}{R}]=\frac{\frac{T\cdot[Tension]}{I}}{\frac{[Tension]}{I}}=T$

Exercice 3 : Equations différentielles

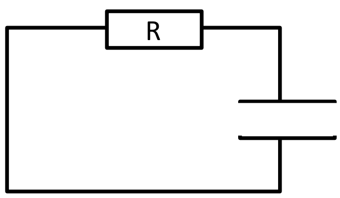
Résoudre les équations différentielles suivantes :

1 $\frac{du}{dt}+\frac{1}{\tau}u=0$, avec $u(0^+) = E$

On reconnaît une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants sans second membre, on en déduit que les solutions sont de la forme : $u(t)=\lambda e^{\frac{-t}{\tau}}$

D'après la condition initiale $u(0^+) = E$ donc $\lambda e^{\frac{-0}{\tau}}=E\Rightarrow\lambda=E$ ainsi $\boldsymbol{u(t)=Ee^{\frac{-t}{\tau}}}$

On reconnaît l'équation différentielle associée à un circuit R C classique **en régime libre (second membre de l'équation différentielle nul) de plus initialement le condensateur est chargé**

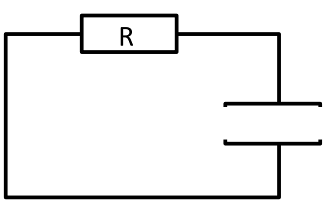


C (chargé à t=0)

2. $5\frac{du}{dt}+\frac{1}{RC}u=0$, avec $u(0^+) = E$

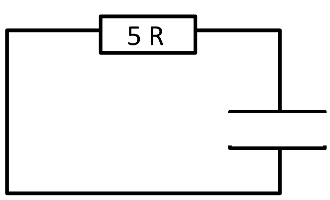
On reconnaît une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants sans second membre, on en déduit que les solutions sont de la forme :

$u(t)=\lambda e^{\frac{-t}{5RC}}$



5C

(chargé à t=0)



C (chargé à t=0)

3 $\frac{di}{dt}+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(R_1+R_2)}i=0$, avec $i(0^+) = \frac{E}{R_1+R_2}$

On reconnaît une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants sans second membre, on en déduit que les solutions sont de la forme :

$i(t)=\lambda e^{\frac{-t}{\tau}}$ avec $\tau=\frac{(R_1+R_2)C_1C_2}{C_1+C_2}$

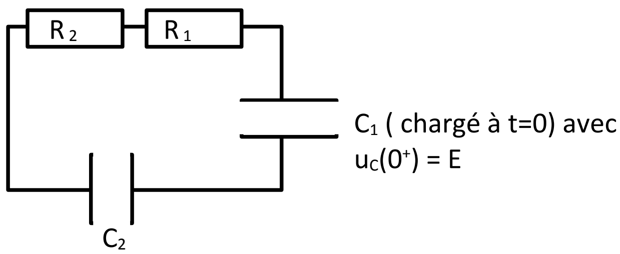
D'après la condition initiale $i(0^+) = \frac{E}{R_1+R_2}$ donc $\lambda e^{\frac{-0}{\tau}}=\frac{E}{R_1+R_2}\Rightarrow\lambda=\frac{E}{R_1+R_2}$ ainsi $i(t)=\frac{E}{R_1+R_2}e^{\frac{-t}{\tau}}$

On remarque que le temps caractéristique peut se mettre sous la forme $\tau_{eq}=R_{eq}C_{eq}$

avec $R_{eq}=R_1+R_2$ **(on reconnaît la résistance équivalente associée à deux résistances en série)**

$C_{eq}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$ **(on reconnaît la capacité équivalente associée à deux condensateurs en série)**

On en déduit le circuit :



4. $\frac{du}{dt}+\frac{1}{C(R_1+R_2)}u=\frac{U_0}{(R_1+R_2)C}$ avec **u(0+) = E**

On reconnaît une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants avec second membre constant (de la forme $y'+ay=b$, on en déduit que les solutions sont de la forme : $y(t)=\lambda e^{-at}+\frac{b}{a}$

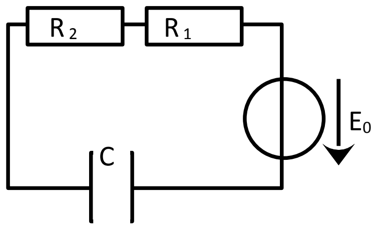
par identification $a=\frac{1}{C(R_1+R_2)}$ et $b=\frac{U_0}{C(R_1+R_2)}$

Ainsi $u(t)=\lambda e^{\frac{-t}{C(R_1+R_2)}}+U_0$

D'après la condition initiale u(0+) = E donc $\lambda e^{\frac{-0}{C(R_1+R_2)}}+U_0=E\Rightarrow\lambda=E-U_0$

ainsi $u(t)=(E-U_0)e^{\frac{-t}{C(R_1+R_2)}}+U_0$

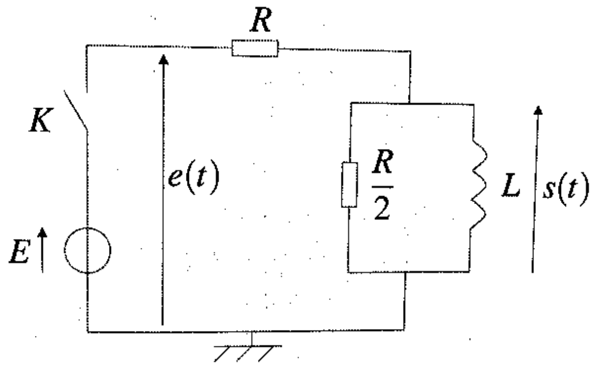
Ici on remarque un second membre dans l'équation différentielle avec une tension U_0. On en déduit qu'un générateur de f-e-m U_0 est présent dans le circuit



initialement chargé

Exercice 5 : Etude d'un circuit RL

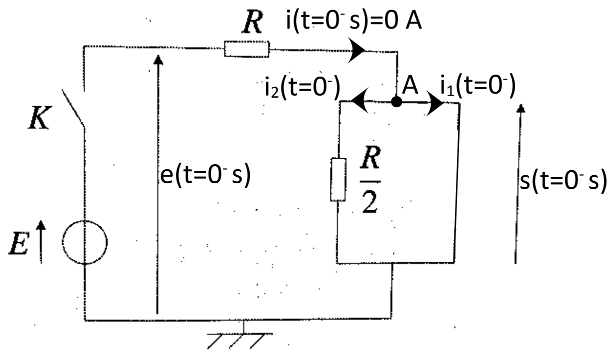
On considère le circuit représenté ci-dessous. A l'instant t=0 s, on ferme l'interrupteur K, qui était ouvert depuis « très longtemps ».



1 Donner les valeurs de $s(0^-)$ et $s(0^+)$.

À $t = 0^-$ le circuit est ouvert depuis très longtemps.On peut donc supposer qu'un régime permanent est atteint. On sait qu'en régime permanent comme le courant est constant, la tension aux bornes d'une bobine est nulle (voir chapitre précédent) elle se comporte donc comme un fil.

Schéma équivalent en régime permanent à $t=0^-$:

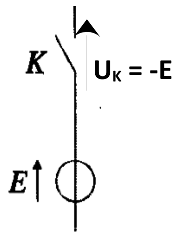


D'après le schéma équivalent : $\mathbf{s(t=0^-s) = 0\ V}$ (court circuit)

De plus ; comme l'interrupteur est ouvert, l'intensité du courant est nulle dans toutes les branches :

$\boxed{\mathbf{i(t=0^-) = i_2(t=0^-) = i_1(t=0^-) = 0\ A}}$

Attention ! Comme le circuit est ouvert , une tension opposée à la f-e-m du générateurs apparaît aux bornes de l'interrupteur. La loi des mailles ne s'écrit pas de la même façon que lorsque le circuit est fermé !

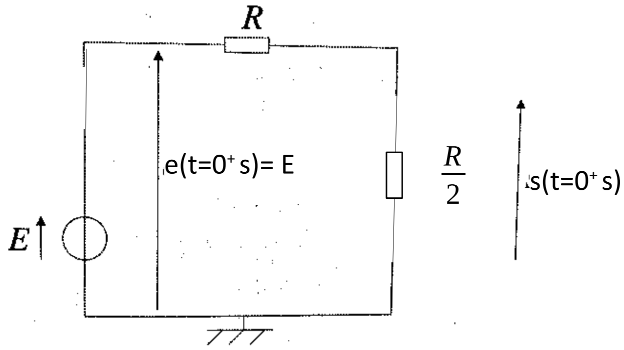


Remarque méthode. Pour ce genre de question on se sert de la continuité des grandeurs électriques aux bornes des bobines et des condensateurs.

Le courant qui circule das une bobine est une grandeur continue ainsi on a forcement $\mathbf{i_1(t=0^+) = i_1(t=0^-) = 0\ A}$

ainsi à l'instant $t= 0^+$ on a toujours $i_1(t=0^+) = 0$ A : **la branche qui contient la bobine se comporte donc comme un interrupteur ouvert.**

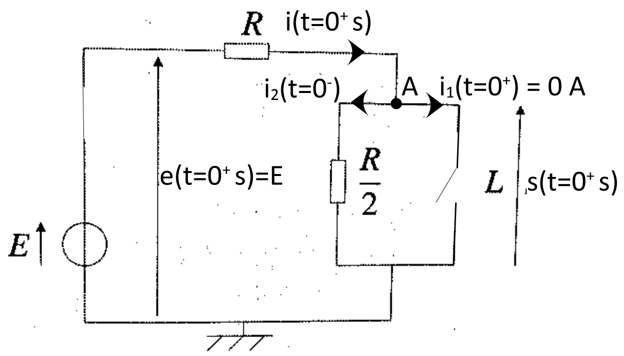
Schéma équivalent à $t=0^+$ s :



En utilisant la formule du pont diviseur de tension : $\boxed{s(t=0^{+})=\dfrac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2}+R}E=\dfrac{E}{3}}$

2 On appelle i l'intensité du courant traversant la résistance R. Donner les valeurs de $i(0^-)$ et $i(0^+)$.

On a déjà montré que **$i(t=0^-) = 0A$**

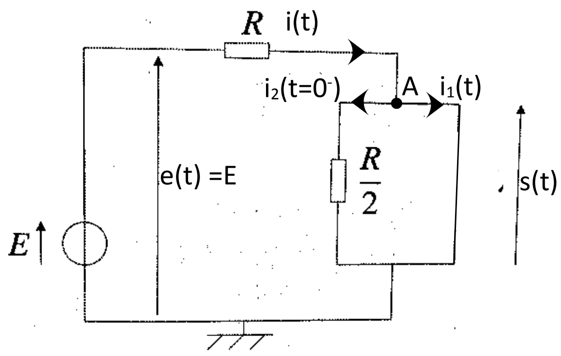


à t= 0^+ s , on a montré que $i_1(t=0^+)=0$ en écrivant la loi des nœuds en A on a $i(t=0^+) = i_2(t=0^+)$

En écrivant la loi d'Ohm aux bornes de la résistance R/2 on a $\boxed{s(t=0^{+})=\dfrac{R}{2}i(t=0^{+})}$

d'après la question 1 on en déduit $\dfrac{E}{3}=\dfrac{R}{2}i(t=0^{+})\Rightarrow\boxed{i(t=0^{+})=2\dfrac{E}{3R}}$

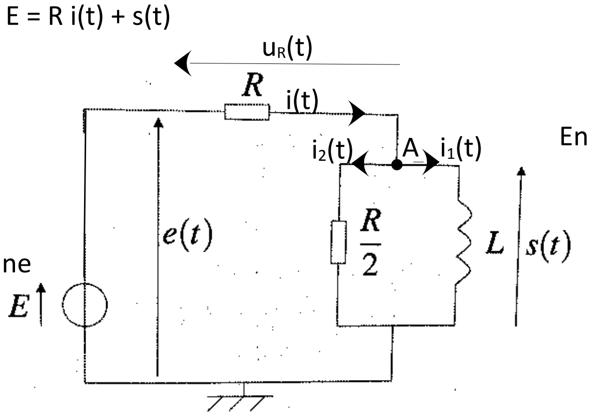
3 Que vaut s(t) lorsque t tend vers l'infini ?
Quand t tend vers +∞ on atteint de nouveau un régime permanent, la bobine se comporte de nouveau comme un fil et le schéma équivalent du circuit est :



on en déduit $\boxed{\lim_{t\to+\infty} s(t)=0V}$

4 Établir l'équation différentielle vérifiée par s(t) pour t>0
loi des mailles : $E = U_R(t) + s(t) \rightarrow E = R\,i(t) + s(t)$

Loi des nœuds en A :
$i(t) = i_2(t) + i_1(t)$
Loi d'ohm pour R/2 :
$$s(t)=\frac{R}{2}i_2(t)\Rightarrow i_2(t)=\frac{2s(t)}{R}$$
Relation tension-courant pour la bobine
$$s(t)=L\frac{di_1}{dt}(t)\Rightarrow i_1(t)=\frac{s(t)}{L}$$



En dérivant la loi d'ohm :
$$\frac{di}{dt}=\frac{di_2}{dt}+\frac{di_1}{dt}\Rightarrow\frac{di}{dt}=\frac{2}{R}\frac{ds}{dt}+\frac{s(t)}{L}$$
En dérivant la loi des mailles :
$$0=R\frac{di}{dt}+\frac{ds}{dt}\Rightarrow 0=2\frac{ds}{dt}+\frac{R}{L}s(t)+\frac{ds}{dt}$$
$$\boxed{\frac{ds}{dt}=\frac{-R}{3L}s(t)}$$

5

6

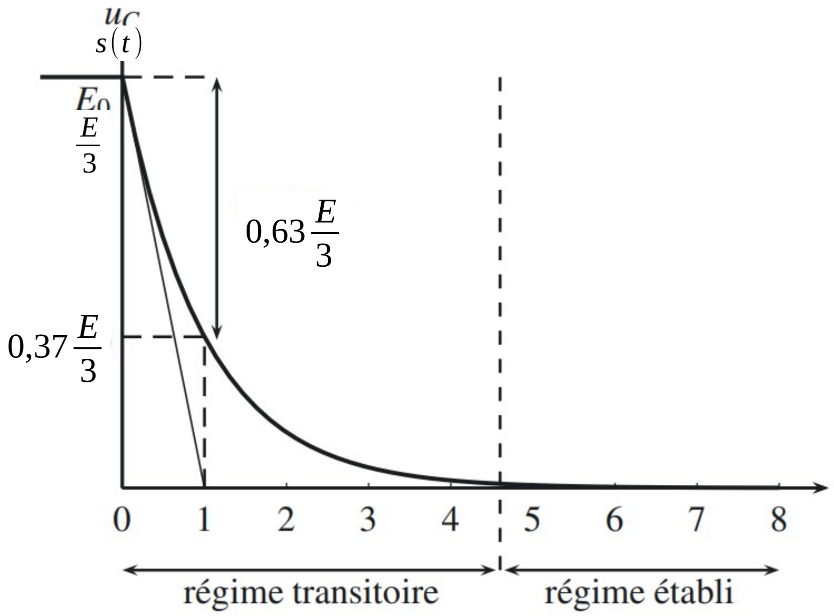
7 En déduire l'expression de s(t).

On reconnaît une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants sans second membre, on en déduit que les solutions sont de la forme :

$s(t)=\lambda e^{\frac{-t}{\tau}}$ avec $\tau=3\frac{L}{R}$

$s(t=0^{+})=\frac{E}{3}$ donc on en déduit $s(0^{+})=\lambda=\frac{E}{3}$ $\rightarrow$ $\boxed{s(t)=\frac{E}{3}e^{\frac{-Rt}{3L}}}$

8 Tracer l'allure de s(t).



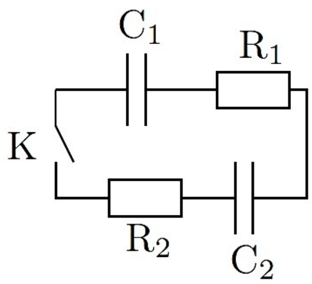
9 Exprimer, en fonction de L et R, le temps t_0 au bout duquel la tension s a été divisée par 10.

on chercher t_{10} tel que

$$s(t_{10})=\frac{s(t=0^{+})}{10}\Rightarrow s(t_{10})=\frac{E}{30}\Rightarrow\frac{E}{3}e^{\frac{-Rt_{10}}{3L}}=\frac{E}{30}\Rightarrow e^{\frac{-Rt_{10}}{3L}}=\frac{1}{10}\Rightarrow-\frac{Rt_{10}}{3L}=\ln\left(\frac{1}{10}\right)\Rightarrow\frac{Rt_{10}}{3L}=\ln(10)\Rightarrow \boldsymbol{t_{10}=3\frac{L}{R}\ln(10)}$$

Exercice 6* : Charge par décharge

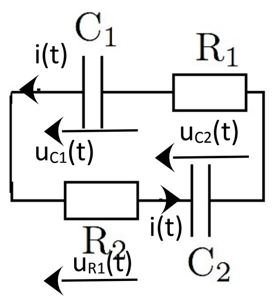
A t=0^- s, C_1 est chargé sous une tension V_0 et C_2 est déchargé. A t=0, on abaisse l'interrupteur K. On appelle i(t) le courant dans le circuit.



1 Quel dipôle peut être traité en convention générateur ? En déduire la relation courant/tension pour ce dipôle dans ce cas.

Le condensateur chargé stocke de l'énergie. Si on ferme l'interrupteur, ce condensateur va transférer cette énergie aux autres dipôles en générant un courant électrique.

Le condensateur de capacité C_1 peut être traité en convention générateur



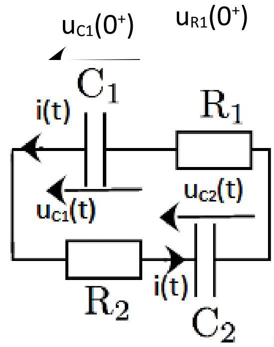
Ainsi avec les notations sur le schéma

$$i(t)=-C_1\frac{du_{C1}(t)}{dt}$$

2 Déterminer $u_{C1}(0^+)$, $u_{C2}(0^+)$ et $i(0^+)$.

(Rmq : *on va sûrement utiliser une relation de continuité des grandeurs électriques*)
À $t=0^-$ s comme l'interrupteur est ouvert on a $i(0^-) = 0$ A
ainsi la tension aux bornes des résistances est nulle d'après la loi d'ohm.
Attention ! À $t= 0^-$ La loi des mailles ne s'écrit pas de la même façon que lorsque l'interrupteur est fermé car une tension opposée à celle du générateur apparaît aux bornes de l'interrupteur.
Or d'après l'énoncé le condensateur de capacité C_1 est déchargé. la charge $q(t)$ accumulé sur ces armatures à $t=0^-$ est donc nulle $q(t=0^-)$, comme $q(t) = C_1\, u_{C1}(t)$, on en déduit $u_{C1}(t=0^-) = 0$ V

On sait que la tension aux bornes d'un condensateur est une grandeur continue donc :



$u_{C1}(t=0^+)= u_{C1}(t=0^-) = V_0$ et $u_{C2}(t=0^+)= u_{C2}(t=0^-) = 0$ V

On peut écrire la loi d'ohm à $t=0^+$ s :

$u_{c1}(0^+) = u_{R1}(0^+) + u_{R2}(0^+) + u_{C2}(0^+)$ (1)

$V_0 = R_1\, i(0^+) + R_2\, i(0^+) + 0$ donc $i(t=0^+)=\dfrac{V_0}{R_1+R_2}$

3 Trouver l'équation différentielle satisfaite par i(t).
on réécrit la loi des nœuds (1) à un instant t>0 quelconque :
$u_{C1}(t) = u_{R1}(t) + u_{R2}(t) + u_{C2}(t)$ (1*)
On utilise la loi d'ohm pour les résistances : $u_{C1}(t) = R_1\, i(t) + R_2\, i(t) + u_{C2}(t)$ (1**)

on utilise les relation tension courant pour les condensateur : $i(t)=-C_1\dfrac{d u_{C1}(t)}{dt}$ et $i(t)=C_2\dfrac{d u_{C2}(t)}{dt}$

on dérive l'équation issue de la loi des mailles (1**) pour faire apparaître les dérivées temporelles des tensions aux bornes des condensateurs :

$$\frac{du_{C1}}{dt}=(R_1+R_2)\frac{di}{dt}+\frac{du_{C2}}{dt}$$

on utilise les relation courant tension pour avoir une équation différentielle sur i seulement :

$$-\frac{i(t)}{C_1}=(R_1+R_2)\frac{di}{dt}+\frac{i(t)}{C_2}\Rightarrow \boldsymbol{\frac{di}{dt}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)=-(R_1+R_2)\,i(t)}$$

4 Résoudre l'équation différentielle en tenant compte des conditions initiales.
On reconnaît une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants sans second membre, on en déduit que les solutions sont de la forme :

$$i(t)=\lambda e^{\frac{-t}{\tau}} \quad \text{avec} \quad \tau=\frac{(R_1+R_2)}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}=(R_1+R_2)\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

$$i(t=0^+)=\frac{V_0}{R_1+R_2} \quad \text{donc on en déduit} \quad i(0^+)=\lambda=\frac{E}{3} \quad \rightarrow \quad i(t)=\frac{V_0}{R_1+R_2}e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t}$$

5 En déduire les expressions de $u_{C1}(t)$ et $u_{C2}(t)$ en tenant compte des conditions initiales.

$$i(t)=-C_1\frac{du_{C1}(t)}{dt}\Rightarrow\frac{du_{C1}}{dt}=\frac{-i(t)}{C_1}=\frac{du_{C1}}{dt}=-\frac{V_0}{C_1(R_1+R_2)}e^{-(R_1+R_2)\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}t}$$

On cherche les primitives :

$$u_{C1}(t)=-\frac{V_0}{C_1(R_1+R_2)}\frac{-(R_1+R_2)C_1C_2}{C_1+C_2}e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t}+k=V_0\frac{C_2}{C_1+C_2}e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t}+k$$

Avec k une constante à déterminer à l'aide des conditions initiales
condition initiale : $u_{C1}(0^+) = V_0$ donc

$$V_0\frac{C_2}{C_1+C_2}e^0+k=V_0\Rightarrow k=V_0-V_0\frac{C_2}{C_1+C_2}\Rightarrow k=V_0\frac{C_1}{C_1+C_2}$$

Au final $u_{C1}(t)=V_0\dfrac{C_2}{C_1+C_2}e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t}+V_0\dfrac{C_1}{C_1+C_2}$

on raisonne de même pour u_{C2}(t) $\frac{d u_{C2}(t)}{dt}=\frac{i(t)}{C_2}=\frac{V_0}{C_2(R_1+R_2)}e^{-(R_1+R_2)\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}t}$

On cherche les primitives :

$$u_{C2}(t)=\frac{V_0}{C_2(R_1+R_2)}\ \text{-}\frac{(R_1+R_2)C_1C_2}{C_1+C_2}e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t}+k'=-V_0\frac{C_1}{C_1+C_2}e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t}+k'$$

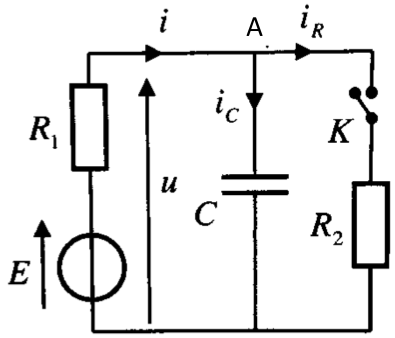
Avec k' une constante à déterminer à l'aide des conditions initiales

condition initiale : $u_{C2}(0^+) = 0$ $-V_0\frac{C_1}{C_1+C_2}+k'=0\Rightarrow k'=V_0\frac{C_1}{C_1+C_2}$

donc au final $u_{C2}(t)=V_0\frac{C_1}{C_1+C_2}(1-e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t})$

Exercice 7* : Décharge et recharge d'un condensateur

L'interrupteur K est ouvert depuis un temps « très long ». A t=0, on ferme l'interrupteur K. On constate alors que la tension u(t) aux bornes du condensateur évolue avec une constante de temps τ=2,0ms. Au bout d'un temps très supérieur à τ, on ouvre de nouveau l'interrupteur K, et cette fois la tension aux bornes du condensateur évolue avec une constante de temps τ'=10ms.



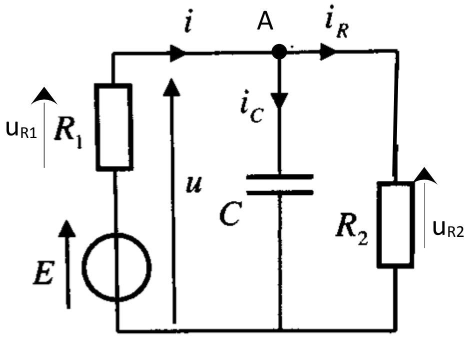
1 Déterminer $i_C(0^-)$, $i_R(0^-)$, $i(0^-)$ et $u(0^-)$.
L'interrupteur est ouvert depuis longtemps, le régime permanent est donc établi et le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert
On en déduit :

- $\boxed{i_R(0^-) = 0}$ (K ouvert)
- $\boxed{i_C(0^-) = 0}$ (condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert)
- d'après la loi des nœuds en A $\boxed{i(0^-) = i_R(0^-) + i_C(0^-) = 0}$

d'après la loi des mailles dans la maille de gauche : $E = u(0^-) + R_1 \times 0$

on en déduit $\boxed{u(0^-) = E}$

2 Déterminer $i_C(0^+)$, $i_R(0^+)$, $i(0^+)$ et $u(0^+)$.
On sait que la tension aux bornes d'un condensateur est une grandeur continue. Ainsi $\boxed{u(0^+)=u(0^-) = E}$



En écrivant la loi des mailles dans la maille de gauche à l'instant $t=0^+$
$E = u_{R1} + u(0^+)$ → u_{R1} = E-E =0 donc d'après la loi d'ohm $\boxed{i(0^+)=0}$

En écrivant la loi des mailles dans la maille de droite à l'instant $t=0^+$
u (0^+ = u_{R2} → u_{R2} = E donc d'après la loi d'ohm $\boxed{i_R(0^+)=\frac{E}{R}}$

Loi des nœuds en A : $i(0^+) = i_C(0^+) + i_R(0^+)$ donc $\boxed{i_c(0^{+}) = -i_R(0^{+}) = -\frac{E}{R}}$

3 Donner la valeur de u juste avant la réouverture de K.

Comme on a attendu un temps très supérieur à la constante de temps du régime transitoire avant la réouverture de K, on en déduit que le régime permanent est atteint. Le condensateur se comporte donc de nouveau comme un interrupteur ouvert , ainsi $\mathbf{i_c = 0}$. par contre on a toujours $\mathbf{u = u_{R2}}$

On peut ensuite appliquer la formule du pont diviseur de tension dans la grande maille :

$$\boxed{u = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E}$$

4 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u entre t=0 et la réouverture de K. En déduire l'expression de τ.

On écrit la loi des mailles dans les deux mailles (droite et gauche) et la loi des nœuds en A:

$$\begin{cases} E = R_1 i(t) + u(t) \\ u(t) = R_2 i_R(t) \\ i(t) = i_R(t) + i_c(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i(t) = \dfrac{E - u(t)}{R_1} \\ i_R(t) = \dfrac{u(t)}{R_2} \\ i(t) = i_R(t) + i_c(t) \end{cases}$$

On utilise la relation tension courant pour un condensateur en convention récepteur : $i_c(t) = C\frac{du}{dt}$

On peut réécrire la loi des nœuds en A en fonction de u :

$$\frac{E-u}{R_1} = \frac{u}{R_2} + C\frac{du}{dt} \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{du}{dt} + u\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{E}{C R_1}}$$

l'équation est de la forme $\boxed{\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{CR_1}}$ on en déduit $\boxed{\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C}$

5 Déterminer l'expression de τ'.

Si l'interrupteur est ouvert on a $i_R = 0$

On écrit la loi des mailles dans les deux mailles (droite et gauche) et la loi des nœuds en A:

$$\begin{cases} E = R_1 i(t) + u(t) \\ i(t) = i_c(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i(t) = \dfrac{E - u(t)}{R_1} \\ i(t) = C\dfrac{du}{dt} \end{cases} \Rightarrow C\frac{du}{dt} + \frac{u}{R_1} = \frac{E}{R_1} \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{du}{dt} + \frac{u}{R_1 C} = \frac{E}{C R_1}}$$

l'équation est de la forme $\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau'} = K$ on en déduit $\boxed{\tau' = R_1 C}$

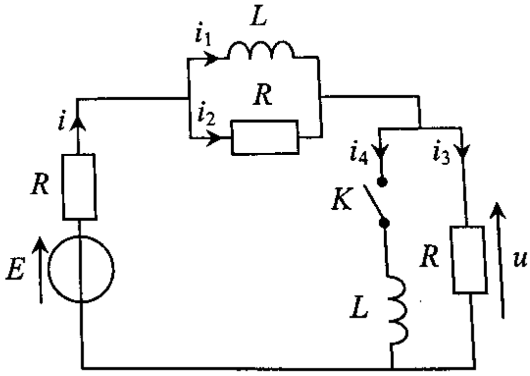
6 Montrer que les mesures faites donnent accès à la valeur numérique du rapport des résistances $\frac{R_1}{R_2}$. Faire l'application numérique.

$$\frac{\tau'}{\tau} = \frac{R_1 C}{\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\frac{R_1}{R_2} = \frac{\tau'}{\tau} - 1}}$$

A.N

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{10}{2{,}0} - 1 = 5 - 1 = 4}$$

Exercice 8* : Conditions initiales et régime permanent



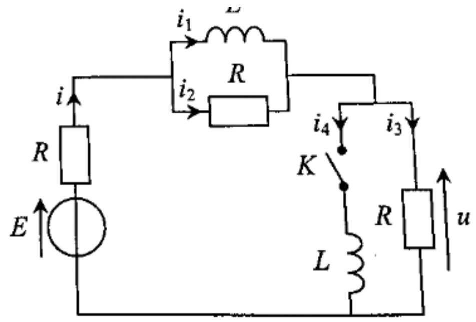
Dans le montage de la figure ci-contre, (à gauche) le générateur de tension continue a une force électromotrice E. L'interrupteur K est ouvert depuis « très longtemps ». On ferme l'interrupteur à t=0.

1. Déterminer u et les intensités i_1, i_2, i_3, i_4 et i à $t=0^-$ puis à $t=0^+$.

L'interrupteur est ouvert depuis longtemps, le régime permanent est donc établi et les bobines se comporte comme des fils

On en déduit :

- $i_2(0^-) = 0$ (la résistance est court-circuitée aucun courant ne passe à travers)
- $i_4(0^-) = 0$ (K est ouvert donc l'intensité du courant dans la branche qui contient l'interrupteur est nulle)
- $i_1(0^-) = i_3(0^-) = i(0^-)$



D'après la loi des mailles dans la maille équivalente à $t=0^-$:

on en déduit **$i_1(0^-) = i_3(0^-) = i(0^-) = E/2R$**

De plus en appliquant la formule du pont diviseur de tension :

$$u(0^-)=\frac{R}{R+R}E=\frac{E}{2}$$

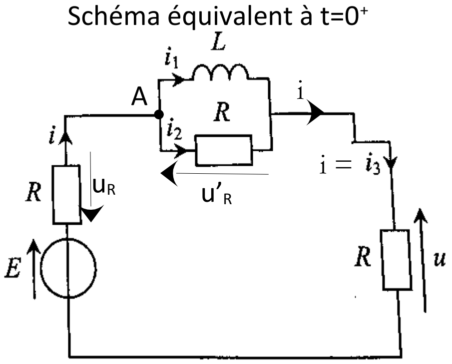
à t=0 on ferme l'interrupteur.

On sait que le courant aux bornes d'une bobine est une grandeur continue (car l'énergie stockée dans la bobine est continue) , on en déduit :

$i_1(0^+) = i_1(0^-) = E/2R$

$i_4(0^+) = i_4(0^-) = 0$ on en déduit que la bobine traversé par l'intensité i_4 se comporte comme un interrupteur ouvert $t=0^+$

Schéma équivalent à $t=0^+$



la loi des nœuds en A impose $i(0^+) = i_1(0^+) + i_2(0^+)$ → $i(0^+)=\frac{E}{2R}+i_2(0^+)$

la loi des mailles impose : $E = u_R + u'_R + u$

En utilisant la loi d'Ohm : $E = Ri(0^+) + Ri_2(0^+) + R\,i(0^+)$

or $i_2(0^+)=i(0^+)-\frac{E}{2R}$

donc $E=2Ri(0^+)+R\left(i(0^+)-\frac{E}{2R}\right)\Rightarrow E+\frac{E}{2}=3Ri(0^+)\Rightarrow i(0^+)=\frac{E}{2R}$

On en déduit $i_2(0^+)=0$ → la résistance traversée par i_2 est toujours court-circuité, la bobine se comporte encore comme un fil à $t=0^+$

2. Déterminer u et les intensités i_1, i_2, i_3, i_4 et i lorsque t tend vers l'infini.

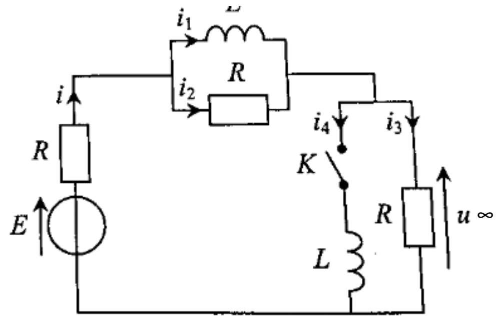
Quand t tend vers l'infini un régime permanent est atteint est les bobines se comportent comme des fils

- **$i_2(t \to \infty) = 0$** (la résistance est court-circuitée aucun courant ne passe à travers)

- **$i_3(t \to \infty) = 0$** (la résistance est court-circuitée aucun courant ne passe à travers)

$i_1(t \to \infty) = i_4(t \to \infty) = i(t \to \infty)$

d'après la loi des mailles : dans le schéma électrique équivalent



$i_1(t \to \infty) = i_4(t \to \infty) = i(t \to \infty) = \dfrac{E}{R}$

$u(t \to \infty) = 0$