

# PROGRAMME DE COLLES N° 6

Semaine du 04/11/2024 au 08/11/2024

👉 Révisions de la 1<sup>re</sup> période 👈

## Format de la colle :

- Automatismes de calcul (env. 10 min) : quelques items simples parmi les thèmes de la liste (actualisée chaque semaine) en page 2.
- Restitution du cours (env. 15 min) : définition et/ou théorème des chapitres au programme, puis démonstrations, exemples ou exercices exigibles listés plus bas.
- Exercice(s) libre(s) (env 30 min).

## — Révisions des chapitres 0 à 4 —

Tous les chapitres de la 1<sup>re</sup> période sont au programme. Les questions de cours portent sur les calculs algébriques.

## — Chapitre 5 : Calculs algébriques —

Tout le chapitre.

### 1 Sommes et produits

- 1.1 Définitions, exemples . . . . .
- 1.2 Sommes de référence, application des sommes géométriques à la factorisation . . . . .
- 1.3 Règles de calcul . . . . .
- 1.4 Changements d'indice : 3 exemples . . . . .
- 1.5 Téléscopages . . . . .
- 1.6 Sommes et produits doubles . . . . .

### 2 Coefficients binomiaux, formule du binôme

- 2.1 Coefficients binomiaux, triangle de Pascal . . . . .
- 2.2 Formule du binôme de Newton . . . . .

### Démonstrations, exemples ou exercices exigibles comme questions de cours

- Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(k\theta)$  pour tous  $\theta \in \mathbb{R} \setminus 2\pi\mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .

- Calculs de  $\sum_{1 \leq i, j \leq n} (i + j)$ ,  $\prod_{1 \leq i, j \leq n} ij$ ,  $\sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{i}{j}$ .

- Preuve de la formule du binôme.

## Automatismes de calcul

On donne quelques exemples de capacité attendue pour chaque thème.

[Le cahier de calcul](#) fournit également une excellente source d'entraînement/inspiration.

- **Logique, raisonnement**

Exemples : montrer que  $x^2 + y^2 \geq 2xy$  pour tous  $x, y \in \mathbb{R}$ , savoir écrire en langage symbolique qu'une suite est majorée, qu'une fonction est  $2\pi$ -périodique et savoir nier ces assertions.

- **Trigonométrie.**

Exemples : formule  $\cos(2a)$ , résolution de  $\sin a = \sin b$ ,  $\cos(2x + 1) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos x = \sin x$ .

- **Inégalités : résoudre/prouver des inégalités simples**

Exemples : résoudre  $|x| \leq 3x + 2$ , montrer que  $|\sin(nx)| \leq n |\sin x|$  pour tous  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , encadrer rapidement  $x \mapsto \frac{\cos x + 2}{x^2 + 4}$  sur  $[0; 1]$ .

- **Calcul élémentaire de nombres complexes** (module, argument, linéarisation, angle moitié, racines carrées,  $n$ -ièmes).

Exemples : calculer la forme exponentielle de  $\sqrt{3} - 3i$ , les racines carrées de  $3 - 4i$ , linéarisation de  $\cos^3 x$ , résolution de  $z^n = 1$  dans  $\mathbb{C}$ .

- **Calcul algébrique** (fractions, simplification d'expressions, sommes et produits usuels, coefficients binomiaux, formule du binôme, etc).

Exemples : donner la formule pour  $\sum_{k=1}^n q^k$ , calculer  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k$ .