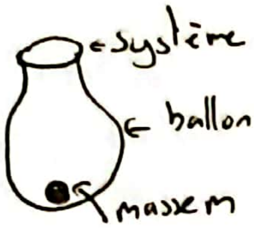
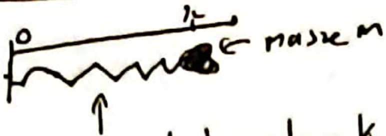
Correction DM04



modélisation $\rightarrow$

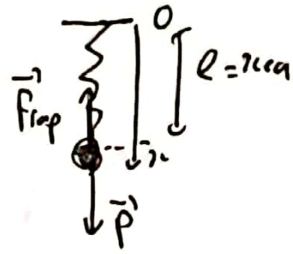


ressort de raideur K
et longueur à vide l_0

$l_0 \simeq 10\,cm$

protocole pour déterminer K :
on accroche une masse $m \simeq 400g$ sur le ballon et on mesure l'allongement à l'équilibre $(x_{eq} - l_0)$

modélisation :



Bilan des forces :

Poids : $\vec{P} = m\vec{g}$ et force de rappel $\vec{F}_{rap} = -K(x_{eq} - l_0)\vec{e_x}$

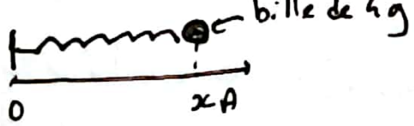
À l'équilibre, les forces se compensent : $\vec{F}_{rap} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow mg\vec{e_x} - K(x_{eq} - l_0)\vec{e_x} = \vec{0}$

Projection sur (Ox) : $mg - K(x_{eq} - l_0) = 0 \Rightarrow \boxed{K = \frac{mg}{(x_{eq} - l_0)}}$

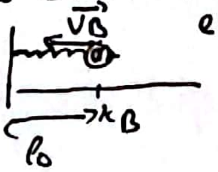
expérimentalement on trouve $\underline{x_{eq} - l_0 \simeq 5\,cm}$ A.N: $\boxed{K \simeq 80\ N.m^{-1}}$

Pour estimer la vitesse atteinte par le projectile on considère les 2 situations suivantes :

Ⓐ
- le ballon est tendu avec un allongement maximum et la bille est immobile



Ⓑ
- le ballon est détendu $(l = l_0)$ et la bille est animée d'une vitesse de norme V_B



<u>on cherche V_B</u>

on suppose que le système {bille + ressort} ne subit aucune force non-conservative, <u>l'énergie mécanique du système se conserve donc :</u>

$$E_m(B) = E_m(A) \quad \text{avec} \quad E_m(A) = \frac{1}{2}K(l_{max} - l_0)^2 + \frac{1}{2}m\cancelto{0 \text{ car}}{V_A}^2$$

$$E_{pe}(B) + E_c(B) = E_{pe}(A) + E_c(A) \qquad E_m(B) = \frac{1}{2}K(\cancelto{0}{l_0 - l_0})^2 + \frac{1}{2}mV_B^2$$

E_{pe} : énergie potentielle élastique en B

on a donc $\frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}K(l_{max} - l_0)^2 \Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{\frac{K}{m}(l_{max} - l_0)^2}}$

Homogénéité : $\frac{K}{m}$ a la dimension d'une pulsation au carré donc $[\frac{K}{m}] = T^{-2}$

et $[l_{max} - l_0] = L$

ainsi $\left[\sqrt{\frac{K}{m}(l_{max}-l_0)^2}\right] = (T^{-2}L^2)^{1/2} = \underline{L.T^{-1}}$ ← c'est bien la dimension d'une vitesse !

Application numérique :

on estime $\underline{l_{max} - l_0 \simeq 20\,cm}$ ← il est difficile d'allonger plus le ballon sans le détruire

On a alors $V_B = \sqrt{\frac{80}{4\times10^{-3}}(20\times10^{-2})^2} \Rightarrow \boxed{V_B \simeq 28\,m.s^{-1}} \simeq \underline{100\,Km/h}$

Cette valeur semble cohérente. On s'attend à avoir une vitesse bien inférieure à la célérité du son dans l'air par exemple (soit $343\,m.s^{-1}$)

Q2)

L'énergie cinétique transportée par la bille vaut $E_c = \frac{1}{2} m v_B^2$

A.N $\boxed{E_c \simeq 1{,}6\,J \simeq 2\,J}$

$\boxed{E_c << 20\,J}$ ← le lance pierre n'est pas une arme de catégorie C

Q3) On suppose que $E_c = 20\,J$ Dans la video, On a alors $E_c = \frac{1}{2} m v_B^2$

or $v_B = \frac{K_c}{m}(l_{max} - l_0)^2$ donc $E_c = \frac{1}{2} K_c (l_{max} - l_0)^2$ ← c'est l'énergie potentielle élastique initiale

Sur la vidéo on estime $(l_{max} - l_0) \simeq 20\,cm$

on alors $\boxed{K_c = \frac{2 E_c}{(l_{max}-l_0)^2}}$ A.N : $\boxed{K_c \simeq 1\times10^3\,N.m^{-1}}$

Ce qui est un ordre de grandeur au dessus du K calculé à la question 1

Q4) $\|\vec{F}\| = \|-K_c(l_{max} - l_0)\vec{e_x}\|$

$F = K_c(l_{max} - l_0)$ A.N $\boxed{F \simeq 200\,N}$

Pour soulever un pack d'eau (6 bouteilles de 1,5 litres) il faut exercer une force égale à son poids (en norme)

Soit $P = 6\times1{,}5\,Kg \times 9{,}81\,m.s^{-2}$ A.N $\overline{P = 88\,N}$ $\boxed{F \simeq 2{,}2\,P}$ ← c'est une force importante ! (2 pack)