TP08 (TP/cours info 1)
Simulation de la réponse d'un circuit RC à une excitation de forme quelconque

Capacité numérique travaillée dans ce TP : mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler la réponse d'un système linéaire du premier ordre à une excitation de forme quelconque.

Méthode d'Euler explicite (à connaître !)

Une résolution numérique par la méthode d'Euler explicite consiste :

1 - À discrétiser le temps en intervalle dt. on va donc créer une liste temps= [0,dt, 2 dt ,…..Ndt]

Ndt est la durée totale de la simulation

2 - À discrétiser la grandeur que l'on cherche à calculer à chaque instant (ici la tension de sortie s(t))

on va donc crée une liste s = [s(0) , s(dt) , s(2dt),….s(Ndt)]

3- À calculer la valeur de la grandeur étudiée (ici s(t)) aux différents instants de discrétisations. Pour cela, on exprime la valeur de la tension à un instant i dt +dt (**notée s[i+1]** , i étant un entier allant de 0 à N-1) **en fonction des tensions aux instants de discrétisation précédents s[i] (et d'autres si nécessaires).**

Le calcul se fait de proche en proche si on donne suffisamment de conditions initiales (par exemple s[0] et s[1] si on peut calculer s[2] à partir de s[0] et s[1])

La relation entre s[i+1] , s[i] (et parfois s[i-1]) est déterminée à l'aide de l'équation différentielle qui régit le fonctionnement du système

Détermination de la relation explicite entre s[i+1], s[i] et s[i-1]

Si **on réalise un développement de Taylor à l'ordre 1 de s(t) :** $s(t+dt)=s(t)+\frac{ds}{dt}dt+o(dt)$

on fait donc l'approximation $s(t+dt)=s(t)+\frac{ds}{dt}(t)dt$

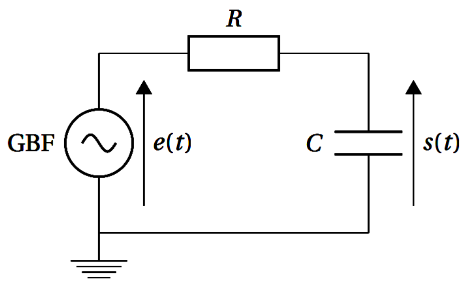
si on ne considère que des instants discrétisés on a

$$\underbrace{s(t)=s(idt)=s[i]}_{\text{En python}} \quad \text{et} \quad \underbrace{s(t+dt)=s(idt+dt)=s((i+1)dt)=s[i+1]}_{\text{En python}}$$

ainsi la valeur de la dérivée à l'instant t de s (t) est : $\boxed{\frac{ds}{dt}(t)\approx\frac{s[i+1]-s[i]}{dt}}$

I Réponse d'un circuit RC à une excitation de forme quelconque

on a réalisé la dernière fois le montage. Avec R=1000Ω et C= 1µF tels que **τ ≈ 1 ms**



a) Déterminer (ou rappeler) l'équation différentielle vérifier par s(t) pour un signal e(t) en entrée. On fera apparaître τ. **(à préparer)**

b) en utilisant l'approximation $\frac{ds}{dt}(t)\approx\frac{s(t+dt)-s(t)}{dt}$,déduire de la question précédente l'expression de la valeur du signal à t+dt notée s(t+dt) en fonction de s(t), dt , τ et e(t) **(à préparer)**

c) Comme sur python s(t) correspond à s[i] et s(t+dt) correspond à s[i+1], montrer que :

s[i+1] = s[i] + (e[i]/tau - 1/tau*s[i])*dt **(à préparer)**

- Ouvrir avec spyder le programme **résolution_eq_diff_euler.py** sur cahier de prépa.

d) Compléter le programme pour qu'il calcul la valeur du signal s aux différents instant [0, dt, 2dt,….N-1 dt]

(ligne s[i+1] =….)

e) À l'aide du **document « annexe documentation python » sur cahier de prépa**, compléter le programme pour qu'il affiche le signal e(t) et le signal s(t) sur le même graphique avec une légende. (fin du programme)

→ On choisira dt de façon à ce que dt soit très inférieur à « tau » (100 fois plus faible)

→ On choisira s[0] de façon à ce que le signal de tension s(0) soit nul

Appel 1 : Appeler le professeur pour qu'il vérifie les courbes

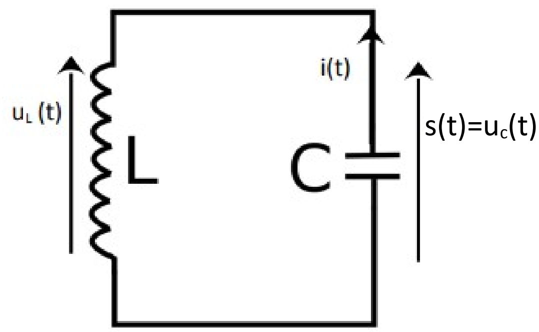
f) Modifier le programme pour qu'il affiche la réponse du circuit à un signal triangulaire en entrée . **Imprimer.**

Vérifier expérimentalement que le résultat numérique est cohérent avec la réalité (câbler le montage et visualiser sur l'oscilloscope) . Représenter sur votre compte-rendu le signal de sortie et le signal d'entrée.

Appel 2 : Appeler le professeur pour qu'il vérifie les courbes

II Réponse d'un circuit LC à une excitation de forme quelconque

On considère maintenant un circuit LC



a) Déterminer (ou rappeler) l'équation différentielle vérifiée par s(t) =u_c(t)
On fera apparaître ω_0 **(à préparer)**

b) Comme $\dfrac{d^2s}{dt^2}(t) \approx \dfrac{\frac{ds}{dt}(t) - \frac{ds}{dt}(t-dt)}{dt}$

en utilisant le fait que $\dfrac{ds}{dt}(t) \approx \dfrac{s(t+dt)-s(t)}{dt}$ Montrer que :

$$\frac{d^2s}{dt^2}(t) = \frac{(s[i+1]-2s[i]+s[i-1])}{dt^2}$$ **(à préparer)**

En python

c) En réinjectant $\dfrac{d^2s}{dt^2}(t) = \dfrac{(s[i+1]-2s[i]+s[i-1])}{dt^2}$ et s(t) = s[i] dans l'équation différentielle sur s(t),trouver une expression de s[i+1] en fonction de s[i], s[i-1], ω_0 et dt. (pas de e(t) ici) **(à préparer)**

Étude numérique : Travail à effectuer :

- **Au début du programme rajouter une ligne w0=1 (valeur arbitraire de ω_0)**
- Modifier le pas de temps dt pour qu'il soit de l'ordre de 10 ms
- **En dessous de la ligne s[0]=s_0 rajouter une deuxième condition initiale : s[1] = s_0**
- **choisir s_0 = 1 (tension initiale de 1 V)**
- **Modifier la boucle for pour qu'elle commence à 1 et pas à 0**
- Modifier le programme pour qu'il calcule la valeur du signal s aux différents instant [0, dt, 2dt,….N-1 dt] s[i+1]=… ; (attention il n'y a plus e(t))
- enlever l'affichage de la tension d'entrée (elle est nulle)

Appel 3 : Appeler le professeur pour qu'il vérifie la courbe

d) Zoomer sur une période et mesurer la valeur de la période, est-ce proche du résultat attendu ?(Calculer la valeur attendue)