

## FORMULAIRE INCERTITUDES

### I Cas d'une série de mesures – traitement statistique (évaluation de type A)

On réalise  $N$  fois le même protocole pour obtenir un ensemble de résultats expérimentaux  $x_i$ . L'incertitude-type  $u(x)$  sur cet ensemble correspond à son écart-type.

- La valeur numérique de la mesure  $a$  est alors égale à la **moyenne arithmétique**<sup>1</sup> de l'ensemble des valeurs obtenues :

$$a = \bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

- L'incertitude-type sur la mesure ( $u(A)$ ) est le rapport de l'**écart-type expérimental**<sup>2</sup>  $s_{\text{exp}}$  par  $\sqrt{n}$  :

$$s_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2} \Rightarrow u(A) = \frac{s_{\text{exp}}}{\sqrt{n}}$$

### II Incertitude sur une seule mesure (évaluation de type B)

Situation	Incertitude-type	Exemple courant
<b>Le constructeur indique la tolérance <math>\alpha</math></b>	$u(A) = \frac{\alpha}{\sqrt{3}}$	<i>S'il est indiqué sur une burette <math>\pm 0,05\text{mL}</math>, l'incertitude due à la verrerie sera <math>u(V)_{\text{tolérance}} = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,03\text{mL}</math> (on ne garde ici qu'un seul chiffre significatif, puisque le constructeur n'en donne qu'un seul)</i>
<b>Dans le cas de la lecture de graduation</b>	$u(A) = \frac{\frac{1}{2} \text{ graduation}}{\sqrt{3}}$	<i>Si une règle est graduée en mm l'incertitude due à une la lecture d'une position <math>X</math> sera <math>u(X)_{\text{lecture}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \text{mm} = 0,3 \text{mm}</math></i>
<b>Pour un appareil numérique</b>	Se référer à la notice constructeur, en général de la forme : $u(A) = \frac{p \times \text{valeur lue}}{\sqrt{3}} + \frac{N \text{ digit}}{\sqrt{3}}$	<i>Si un ampèremètre affiche 5,22 mA avec une précision de (3% ± 1digit) (digit = dernier chiffre affiché)</i> $u(I)_{\text{num}} = \frac{0,03 \times 5,22}{\sqrt{3}} + \frac{1 \times 0,01}{\sqrt{3}} \text{ mA}$
<b>L'expérimentateur(trice) est sûr(e) que le résultat se trouve dans l'intervalle <math>[m-\alpha ; m+\alpha]</math></b>	$u(A) = \frac{\alpha}{\sqrt{3}}$	<i>Si on repère <b>sur un oscilloscope</b> que le max de tension se situe dans l'intervalle <math>[1,85\text{V} ; 1,89\text{V}]</math>, alors l'incertitude sur le max de tension <math>V_{\text{max}}</math> est :</i> $u(V_{\text{max}})_{\text{courbe}} = \frac{0,02}{\sqrt{3}} = 0,11 \text{ V}$

Ces résultats sont pour un intervalle de confiance à 68%. On multiplie par 2 pour un intervalle de confiance à 95%, et par 3 pour un intervalle de confiance à 99,7%.

### III Propagation des incertitudes

Cas	Relation	Incertitude
1	$X = \lambda Y$ ( $\lambda$ constante)	$u(X) =  \lambda  \cdot u(Y)$
2	$X = Y + Z$ <u>ou</u> $X = Y - Z$	$u(X) = \sqrt{u(Y)^2 + u(Z)^2}$
3	$X = Y/Z$ <u>ou</u> $X = Y \cdot Z$	$u(X) =  X  \sqrt{\left(\frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + \left(\frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$

**Cas classique important :** incertitude sur la mesure d'une distance  $d$  à partir de deux position  $X_1$  et  $X_2$  sur une règle graduée au mm :  $u(d) = \sqrt{u(X_1)^2 + u(X_2)^2} = \sqrt{0,288^2 \times 2} = 0,4 \text{ mm}$

1 Fonction «MOYENNE()» de Excel  
2 Fonction « ECARTYPE() » de Excel