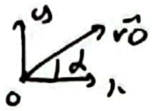
CORRECTION TD08

Exercice 2



$\vec{V_0} = V_0\cos\alpha\,\vec{e_x} + V_0\sin\alpha\,\vec{e_y}$

1) Système mobile de masse m

Ref : TS6 Bilan des forces : $\vec{P} = m\vec{g}$

PFD : $m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \underline{\vec{a} = \vec{cste}}$ $\Rightarrow$ $\ddot{x}(t) = 0$, $\ddot{y}(t) = -g$ ← si axe y vers le haut

Projection sur Ox et Oy

2) Primitive /t

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = V_0\cos\alpha \\ \dot{y}(t) = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases}$$

Primitive /t

$$\begin{cases} x(t) = V_0\cos\alpha\, t + 0 \leftarrow \text{à } t=0,\ x(0)=0 \\ y(t) = -g\frac{t^2}{2} + V_0\sin\alpha\, t + 0 \leftarrow \text{à } t=0,\ y(0)=0 \end{cases}$$

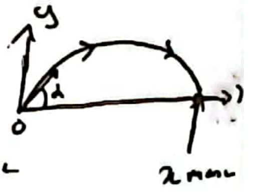
3) pour $t = t_{max}$ tel que $y(t_{max}) = \underset{\overset{\uparrow}{\text{hauteur max}}}{h_{max}}$ on a $\underline{\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0}$

soit $\dot{y}(t_{max}) = 0 \Leftrightarrow -gt_{max} + V_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow \underline{t_{max} = \frac{V_0\sin\alpha}{g}}$

et $y(t_{max}) = -\frac{g}{2}\left(\frac{V_0\sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0\sin\alpha\left(\frac{V_0\sin\alpha}{g}\right) = h_{max}$

$$\boxed{h_{max} = \frac{1}{2}\frac{V_0^2\sin^2\alpha}{g}}$$

4) On suppose que l'objet est au niveau du sol donc on cherche $\underset{\overset{\uparrow}{\text{Portée}}}{x_{max}}$ tel que $y(t_f) = 0$ quand $x(t_f) = x_{max}$



$y(t_f) = 0 \Leftrightarrow -g\frac{t_f^2}{2} + V_0\sin\alpha\, t_f = 0 \Leftrightarrow t_f\left(-g\frac{t_f}{2} + V_0\sin\alpha\right) = 0$

- Soit $t_f = 0$ (pas interessant, c'est l'instant initial)
- Soit $t_f \neq 0 \Rightarrow -g\frac{t_f}{2} + V_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{t_f = \frac{2V_0\sin\alpha}{g}}$

$x_{max} = x(t_f) = V_0\cos\alpha\, t_f = V_0 \times 2\cos\alpha\frac{\sin\alpha V_0}{g}$

$x_{max} = \frac{V_0^2}{g}2\cos\alpha\sin\alpha$ or $2\cos\alpha\sin\alpha = \sin(2\alpha)$

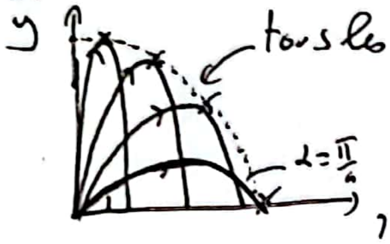
$$\boxed{x_{max} = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)}$$ (homogène)

$\sin(2\alpha)$ est max quand $\sin(2\alpha) = 1 \Leftrightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

avec $\alpha \in [0, 2\pi]$

$$\boxed{\alpha = 45°}$$

5/



tous les points avant cette ligne sont accessible

Determinons l'équaton de la trajectoire pour $\vec{v_0} \neq \vec{0}$ et $\cancel{\vec{v_0} /\!/ \vec{g}}$

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x(t)}{\cos\alpha\, v_0} \\ y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\cos(\alpha)v_0}\right)^2 + v_0\sin\alpha\left(\frac{x}{\cos\alpha\, v_0}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{\cos^2(\alpha)v_0^2} + \tan\alpha\, x}$$

Si $M(x_0, y_0)$ est atteint par la masse on a : $y_0 = -\frac{1}{2}g\frac{x_0^2}{\cos^2\alpha\, v_0^2} + \tan\alpha\, x_0$

or $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow 1 + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

Soit $1 + \tan^2(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$

donc $y_0 = -\frac{1}{2}g\frac{x_0^2}{v_0^2}(1 + \tan^2\alpha) + \tan\alpha\, x_0$

on a bien $$\boxed{\frac{1}{2}g\frac{x_0^2}{v_0^2}\tan^2(\alpha) - x_0\tan(\alpha) + g\frac{x_0^2}{2v_0^2} + y_0 = 0}$$

b) l'inconnue est α dans l'équation précédente

Pour resoudre on peut poser $\underline{X = \tan\alpha}$

l'équat° devient $\frac{1}{2} g \frac{x_0^2}{V_0^2} X^2 - x_0 X + g\frac{x_0^2}{2V_0^2} + y_0 = 0$

équat° Polynomiale à résoudre par X $\Delta = (-x_0)^2 - 4\left(\frac{1}{2} g \frac{x_0^2}{V_0^2}\right)\left(g\frac{x_0^2}{2V_0^2} + y_0\right)$

On ne peut résoudre dans $\mathbb{R}$ que si $\underline{\Delta \geq 0}$

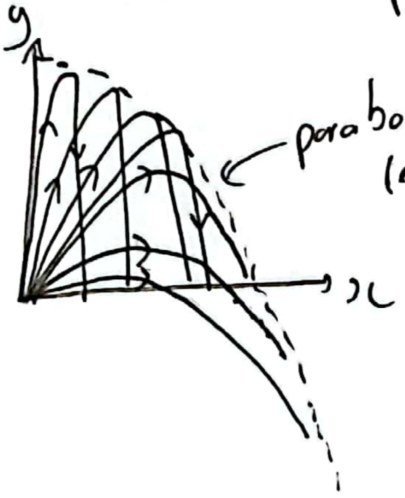
Soit si $x_0^2 - 4\left(\frac{1}{2} g \frac{x_0^2}{V_0^2}\right)\left(g\frac{x_0^2}{2V_0^2} + y_0\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow x_0^2 - 2g\frac{x_0^2}{V_0^2}\left(g\frac{x_0^2}{2V_0^2} + y_0\right) \geq 0$

$\times \frac{V_0^2}{2g x_0^2}$ $\Leftrightarrow \cancel{x_0^2}\left(\frac{V_0^2}{2g\cancel{x_0^2}}\right) - \left(g\frac{x_0^2}{2V_0^2} + y_0\right) \geq 0$

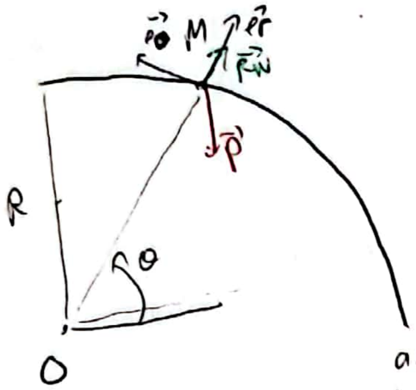
$$\Leftrightarrow \boxed{y_0 \leq \frac{V_0^2}{2g} - \frac{g x_0^2}{2V_0^2}}$$

$\Rightarrow$ Un point ne peut être atteint que s'il se trouve dans la parabole d'équation : $y = \frac{-g}{2V_0^2} x^2 + \frac{V_0^2}{2g}$



parabole d'équat° (en pointillés) $y = -g\frac{x^2}{2v_0^2} + \frac{V_0^2}{2g}$

Exercice 3



Δ avec ces paramètres $\theta \searrow$ quand $t \nearrow \Rightarrow \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta}{dt} < 0$

En coordo polaires :

$\vec{v}(M) = \frac{d(R\vec{e_r})}{dt} = \cancel{\dot{R}}\vec{e_r} + R\dot{\theta}\vec{e_\theta}$

$\dot{R} \to 0$ igloo sphérique donc R = cste (tant que l'Inuit est en contact)

$\vec{v}(M) = \underline{R\dot{\theta}}\vec{e_\theta}$

< 0 donc $\vec{v}$ selon $-\vec{e_\theta}$ (cohérent)

vecteur accélérat° : $\vec{a} = \frac{d}{dt}(R\dot{\theta}\vec{e_\theta}) = \underline{R\ddot{\theta}\vec{e_\theta} - R\dot{\theta}^2\vec{e_r}}$

Système : {Inuite ponctuel de masse m}

Pas de frottements (hypothèse)

Réf : TSG

Bilan des forces

Réaction normale $\vec{R_N} = R_N\vec{e_r}$

Poid $\vec{P} = m\vec{g} = \underline{-mg\cos\theta\vec{e_\theta} - mg\sin\theta\vec{e_r}}$

l'Inuit décolle si $R_N = 0$ à un certain angle θ_{lim}

2^{nde} loi de Newton : $m\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) = R_N\vec{e_r} - mg\cos\theta\vec{e_\theta} - mg\sin\theta\vec{e_r}$

$m(R\ddot{\theta}\vec{e_\theta} - R\dot{\theta}^2\vec{e_r}) = R_N\vec{e_r} - mg\cos\theta\vec{e_\theta} - mg\sin\theta\vec{e_r}$

Projecto sur $\vec{e_\theta}$: $\underline{mR\ddot{\theta} = -mg\cos\theta}$ (1)

$\vec{e_r}$: $\underline{-mR\dot{\theta}^2 = R_N - mg\sin\theta}$ (2)

- Si décolage : $\underline{R_N = 0}$ et $\theta = \theta_{lim}$ $\overset{(2)}{\Leftrightarrow} -mR\dot{\theta}_{lim}^2 = -mg\sin\theta_{lim} \Rightarrow \boxed{R\dot{\theta}_{lim}^2 = g\sin\theta_{lim}}$ si décolage

(1) $\to R\ddot{\theta} = -g\cos\theta$

$\boxed{\text{Astuce : on multiplie par } \dot{\theta}}$

$R\ddot{\theta}\dot{\theta} = -g\dot{\theta}\cos\theta$

et $\ddot{\theta}\dot{\theta} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{\theta}^2\right)$

et $\dot{\theta}\cos\theta = \frac{d}{dt}(\sin\theta)$ Δ à ne pas oublier

donc $R\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{\theta}^2\right) = -g\frac{d}{dt}(\sin\theta)$ $\xrightarrow[\text{primitive}]{}$ $\boxed{R\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 = -g\sin\theta + \text{cste}}$

C.I : • à t=0 $\underline{\dot{\theta}(0) = 0}$ et $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow 0 = -g + \text{cste} \Rightarrow \boxed{\text{cste} = g}$

On a donc $\frac{1}{2}R\dot{\theta}^2 = -g\sin\theta + g$ $\Rightarrow$ $\boxed{R\dot{\theta}^2 = 2g(1-\sin\theta)}$ $\forall t$

or $R\dot{\theta}_{lim}^2 = g\sin(\theta_{lim})$ (si décollage)

donc $2g(1-\sin\theta_{lim}) = g\sin(\theta_{lim})$ $\Rightarrow$ $2g = 3g\sin(\theta_{lim})$

$\sin(\theta_{lim}) = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)}$

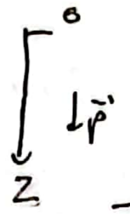
A.N: $\boxed{\theta_{lim} = 42°}$

Exercice 4

1) $[F] = [\lambda][v^2] \Rightarrow [\lambda] = \frac{[F]}{[v^2]} = \frac{MLT^{-2}}{(L\cdot T^{-1})^2} = \underline{M\cdot L^{-1}}$

$\frac{\text{Masse}}{\text{longueur}}$

2) Système : {mobile de masse m}   Réf : TSG



Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{F}$

PFD : $m\vec{a} = \vec{P}+\vec{F} \Leftrightarrow m\frac{dv\vec{e_z}}{dt} = mg - \lambda v \underbrace{v\vec{e_z}}_{\vec{v}}$

$\vec{v} = \dot{z}\vec{e_z}$
avec $\dot{z} > 0$
(axe vers le bas)
$\dot{z} = \|\vec{v}\| = v$

Project° sur Oz $\boxed{m\frac{dv}{dt} = mg - \lambda v^2}$

3) a) $[\frac{mg}{\lambda}] = \frac{[m][g]}{[\lambda]} = \frac{\cancel{M}\cdot L.T^{-2}}{\cancel{M}\cdot L^{-1}} = L^2.T^{-2}$

$\Rightarrow [\sqrt{\frac{mg}{\lambda}}] = [(\frac{mg}{\lambda})^{1/2}] = (L^2T^{-2})^{1/2} = \underline{\underline{L.T^{-1}}}$ ok ✓

b) $[\sqrt{\frac{m}{\lambda g}}] = (\frac{[m]}{[\lambda][g]})^{1/2} = (\frac{M}{M\cdot L^{-1}\cdot L\cdot T^{-2}})^{1/2} = (\frac{1}{T^{-2}})^{1/2} = \underline{\underline{T}}$

ok

4) $m\frac{dv}{dt} = mg - kv(t) \Rightarrow v(t) = Ae^{-\frac{k}{m}t} + v_p$

v_p telle que $\frac{dv_p}{dt} = 0 \Rightarrow mg - kv_p = 0 \Rightarrow v_p = \frac{mg}{k}$

$\boxed{v(t) = Ae^{-\frac{k}{m}t} + \frac{mg}{k}}$

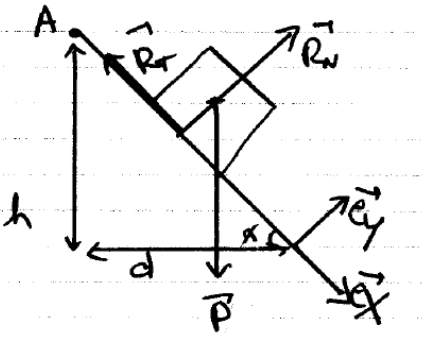
$[k] = \frac{[F]}{[v]} = \frac{MLT^{-2}}{LT^{-1}} = \underline{M.T^{-1}}$

$\underline{[\frac{k}{m}] = \frac{M.T^{-1}}{M} = T^{-1}}$ ← cohérent

car $\underline{[\frac{k}{m}t] = 1}$

Corrigé exercice 05 TD12

Systeme {paquet} Ref TSG BDF : $\vec{P}$, $\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{R_T}$



$$\vec{R_N} = R_N \vec{e_y}$$
$$\vec{R_T} = - R_T \vec{e_x}$$
$$\vec{P} = mg \sin(\alpha) \vec{e_x} - mg \cos(\alpha) \vec{e_y}$$

PFD appliqué au paquet et projeté :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -R_T + mg\sin(\alpha) \\ 0 = R_N - mg\cos(\alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m\ddot{x} = -R_T + mg\sin(\alpha) \\ R_N = mg\cos(\alpha) \end{cases}$$

or $R_T = f R_N$ donc $m\ddot{x} = -f mg\cos(\alpha) + mg\sin(\alpha)$

$$\Rightarrow \ddot{x} = g(\sin(\alpha) - f\cos(\alpha)) > 0$$

$$\Rightarrow \dot{x} = g(\sin(\alpha) - f\cos(\alpha))\, t + \underset{v_0 = 0}{0}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} g(\sin(\alpha) - f\cos(\alpha)) t^2} + \underset{x_0 = 0 \text{ (choix de l'origine)}}{0}$$

La position du point B correspond à $x_B = \dfrac{h}{\sin(\alpha)}$

et donc le temps mis pour arriver en B est t_B tq

$$\frac{h}{\sin(\alpha)} = \frac{1}{2} g t_B^2 (\sin(\alpha) - f\cos(\alpha))$$

$$\Rightarrow \boxed{t_B = \sqrt{\frac{2h}{g\sin(\alpha)(\sin(\alpha) - f\cos(\alpha))}}}$$

A.N. $t_B = \sqrt{\dfrac{2\times 4}{9{,}8 \sin(\frac{\pi}{4})(\sin(\frac{\pi}{4}) - f\cos(\frac{\pi}{4}))}}$ $\left(\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ car } h = d\right)$

$$\Rightarrow \underline{t_B = 1{,}8\,s}. \text{ (avec les bons c.s., 2 s)}.$$

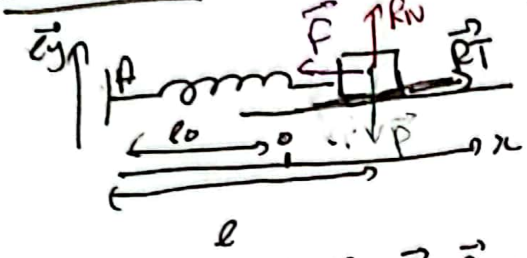
2. Le chariot reste immobile pendant $\Delta t = 1s$, le paquet doit donc partir au maximum à $t_0 = t_B - \Delta t = 0{,}8\,s$ avant l'arrivée du chariot et au minimum à $t_0' = 1{,}8\,s$ avant.

or, le chariot arrive en C_B à $T_0 = \dfrac{C_0C_B}{v_C} \Rightarrow T_0 = 4\,s$.

le joueur doit donc lâcher le paquet <u>entre 2,2 s et 3,2 s</u> !

(Si l'origine des temps est prise lorsque le chariot commence à se déplacer).

Exercice 6



système : { bloc de masse M }

Réf : TSG

Bilan des forces $\vec{R_N} = R_N \vec{e_y}$ ← Réaction normale

⚠ le ressort tire vers la gauche donc $\vec{R_T}$ vers la droite

$$\boxed{\vec{R_T} = + R_T \vec{e_x}}$$

$\ell - \ell_0 = 0$ ↓

Force de rappel $\vec{F} = - K x \vec{e_x}$

Poids $\vec{P} = M \vec{g} = - M g \vec{e_y}$

à l'équilibre : $\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{F} + \vec{R_T} = \vec{0}$

Projecto sur Oy : $\boxed{Mg = R_N}$

Projecto sur Ox $-Kx + R_T = 0 \Rightarrow \boxed{Kx = R_T}$

- Loi de Coulomb statique :

le solide reste immobile si $R_T \leq f R_N$

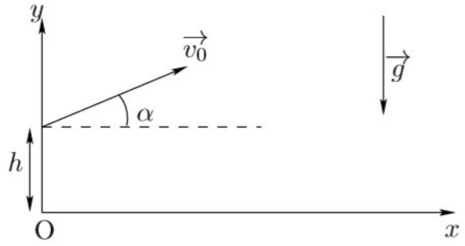
$\Leftrightarrow Kx \leq f M g$

$$x \leq f \frac{Mg}{K}$$

dès que $x > x_{max}$ avec $x_{max} = f \frac{Mg}{K}$

le bloc glisse !

Corrigé exercice 07 TD08



Calculons le cas général et on regardera les valeurs numériques. On considère un modèle sans frottement. Le PFD au point M dans le référentiel galiléen donne, après simplification par les masses,

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{g}$$

Après projections sur x et y, on a le système suivant

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases}$$

Au vu des angles, on a la vitesse initiale selon x et y qui vaut

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ce qui donne après intégration de l'accélération

$$\begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos\alpha \\ \dot{y} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

On suppose que $x(0) = 0$ et $y(0) = h$. Donc

$$\begin{cases} x(t) = v_0\, t\, \cos\alpha \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}\ g\, t^2 + v_0\, t\, \sin\alpha + h \end{cases}$$

On cherche à déterminer quelle est la distance maximale obtenue par chaque personne. On doit donc déterminer le temps de parcours du boulet. Pour cela, on utilise l'équation $y(t)$. En effet, lorsque le boulet touche le sol, on a $y(t) = 0$. Il faut donc résoudre l'équation du deuxième ordre suivante

$$-\frac{1}{2}\ g\, t^2 + v_0\, t\, \sin\alpha + h = 0$$

Le discriminant donne $\Delta = (v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh > 0$. Les solutions sont donc réelles. Il y a alors deux solutions, une positive et l'autre négative. On ne garde que celle qui est positive vu que l'on parle de temps t. D'où

$$t_+ = \frac{v_0\, \sin\alpha + \sqrt{(v_0\, \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}$$

On fera attention à la valeur choisie à cause du signe $-$ devant $-g$. Pour déterminer la distance x, il faut calculer $x(t_+)$ ce qui donne

$$\mathrm{X}_{\max} = v_0\, t_+\, \cos\alpha = \frac{v_0 \cos\alpha}{g} \times (v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0\, \sin\alpha)^2 + 2gh})$$

Avec les applications numériques, on a, en prenant $g = 10$ m.s^{-2} et $h = 1$ m par exemple,

$$\boxed{\mathrm{X}_1 = 70 \text{ m} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{X}_2 = 82 \text{ m}}$$

C'est la personne qui lance plus fort avec un angle plus petit qui gagne au lancer de poids. C'est le cas au lancer de poids car il se trouve qu'en théorie, il faudrait envoyer le boulet à 45° pour l'envoyer le plus loin mais il se trouve que le corps humaine est au maximum de ses performances pour un angle plus petit de 35° environ, c'est-à-dire qu'il envoie le boulet avec le plus de force pour 35°.

Corrigé exercice 08 TD08

$\boxed{\textbf{I.B.1}}$ En l'absence de tout frottement, écrivons la conservation de l'énergie mécanique du sauteur entre les instants $t = 0$ (où $z = h_{\min}$ et $v = 0$) et $t = t_{\mathrm{f}}$ (où $z = 0$ et $v = c_{\mathrm{son}}$) :

$$mgh_{\min} = \frac{1}{2}\, m\, {c_{\mathrm{son}}}^2$$

Ainsi
$$\boxed{h_{\min} = \frac{{c_{\mathrm{son}}}^2}{2g} = 5{,}89 \text{ km}}$$

$\boxed{\textbf{I.B.2}}$ En présence de la force de frottement $\overrightarrow{\mathrm{F_D}}$, le principe fondamental de la dynamique appliqué au sauteur dans le référentiel terrestre supposé galiléen s'écrit

$$m\,\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = -mg\,\overrightarrow{e_z} + \overrightarrow{\mathrm{F_D}}$$

avec $\overrightarrow{g}$ uniforme et considérons l'atmosphère comme isotherme. La vitesse est maximale lorsque

$$mg = \mathrm{KA}\,\rho(z_{\max})\,v^2$$

Posons $\mathrm{H} = \mathrm{RT}/\mathrm{M_a}g$ tel que $\rho(z) = \rho_0\,\mathrm{e}^{-z/\mathrm{H}}$. Cherchons l'altitude $z_{\max}$ telle que $v = c_{\mathrm{son}}$. Il vient

$$\frac{mg}{\mathrm{KA}\,{c_{\mathrm{son}}}^2} = \rho_0\,\mathrm{e}^{-z_{\max}/\mathrm{H}}$$

L'énoncé fournit la vitesse terminale $v_{\mathrm{t}} = 79{,}4 \text{ m.s}^{-1}$ qui vérifie l'équation suivante en $z = 0$:

$$mg = \mathrm{KA}\,\rho_0\,{v_{\mathrm{t}}}^2$$

L'équation en $z = z_{\max}$ peut alors s'écrire

$$\mathrm{e}^{z_{\max}/\mathrm{H}} = \left(\frac{c_{\mathrm{son}}}{v_{\mathrm{t}}}\right)^2$$

Déterminons la valeur numérique de H avec une température de $\mathrm{T} = 300$ K,

$$\mathrm{H} = 8{,}79 \text{ km}$$

> La valeur de la constante des gaz parfaits R donnée dans l'énoncé est erronée. En effet, $\mathrm{R} = 8{,}31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. Mais cette coquille affecte peu les valeurs numériques.

d'où
$$z_{\max} = 2\mathrm{H}\,\ln\left(\frac{c_{\mathrm{son}}}{v_{\mathrm{t}}}\right) = 25{,}6 \text{ km}$$

Il reste à trouver l'altitude initiale h qui permet d'atteindre $z = z_{\max}$ avec une vitesse $v = c_{\mathrm{son}}$. Décomposons la chute en deux temps : la chute libre jusqu'à $z = z_{\max}$ puis le système, soumis toujours à son poids, est maintenant soumis à la force de frottement. Pendant la première phase, le système chute de $z = h$ à $z = z_{\max}$ et sa vitesse varie de 0 à c_{son}. D'après la question précédente,

$$mgh = mgz_{\max} + \frac{1}{2}\, m\, {c_{\mathrm{son}}}^2$$

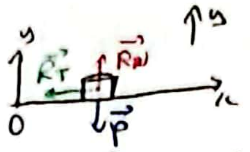
d'où
$$c_{\mathrm{son}} = \sqrt{2g\,(h - z_{\max})}$$

Ainsi $$\boxed{h = z_{\max} + \frac{{c_{\text{son}}}^2}{2g} = 31{,}5 \text{ km}}$$

On remarque que la valeur obtenue est du même ordre de grandeur que la hauteur réelle. En outre, l'hypothèse de l'atmosphère isotherme peut être remise en cause car à ces altitudes, la température doit être loin de 300 K.

Exercice 5

modélisation de la voiture dans la phase de freinage :



en phase de mouvement

$||\vec{R_T}|| = f||\vec{R_N}||$

Système : {voiture} (masse m

Réf : TSG

Bilan des forces

Réaction normale du support $\vec{R_N} = R_N\vec{e_y}$

Poids $\vec{P} = -mg\vec{e_y}$

Réaction tangentielle : $\vec{R_T} = -R_T\vec{e_x}$

2ème loi de Newton : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{R_N} + \vec{R_T} + \vec{P} \Leftrightarrow m(\ddot{x}\vec{e_x} + \ddot{y}\vec{e_y}) = -R_T\vec{e_x} - mg\vec{e_y} + R_N\vec{e_y}$

Projection sur (Ox) : $m\ddot{x} = -R_T$

Projection sur (Oy) : $m\ddot{y} = -mg + R_N$

Pas de déplacement selon (Oy) : $\ddot{y} = 0 \Rightarrow \boxed{R_N = mg}$

Comme $R_T = fR_N \Rightarrow R_T = fmg$

et finalement $m\ddot{x} = -fmg \Rightarrow \boxed{\ddot{x} = -fg}$

on primitive 2 fois par rapport au temps pour avoir x(t)

$$x(t) = -fg\frac{t^2}{2} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{vitesse initiale}}}{\dot{x}(0)}t + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{abscisse initiale}}}{x(0)}$$

on cherche x(0)

on suppose qu'à t=0, la voiture commence à freiner et se trouve sur l'origine du repère, on note tf l'instant de fin du freinage

$x(0) = 0 \Rightarrow \boxed{x(t) = -fg\frac{t^2}{2} + \dot{x}(0)t}$

on suppose aussi qu'à la fin du freinage $\dot{x}(t_f) = 0$ (voiture immobile)

D'après les données on peut estimer $\underbrace{x(t_f)}_{\text{distance parcourue pendant le freinage}} \simeq \underbrace{5\times3{,}5 + 5\times3}_{\text{environ 5 lignes blanches}} \pm 3m$

$\underline{x(t_f) = 33 \pm 3m}$

et

$\dot{x}(t) = -fgt + \dot{x}(0)$, or $\dot{x}(t_f) = 0 \Leftrightarrow -fgt_f + \dot{x}(0) = 0 \Rightarrow \boxed{t_f = \frac{\dot{x}(0)}{f\times g}}$

on réinjecte t_f ds $x(t_f)$: $x(t_f) = -fg\left(\frac{\dot{x}(0)}{fg}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \dot{x}(0) \times \frac{\dot{x}(0)}{f \times g}$

$$x(t_f) = -\frac{1}{2}\frac{\dot{x}(0)^2}{f \times g} + \frac{\dot{x}(0)^2}{f \times g} = \frac{1}{2}\frac{\dot{x}(0)^2}{f \times g}$$

finalement $\boxed{\dot{x}(0) = \sqrt{2fgx(t_f)}}$ homogène $[2fgx] = L.T^{-2}.L = L^2.T^{-2}$

$[\sqrt{2fgx}] = L.T^{-1}$

A.N $\dot{x}(0)_{min} = \sqrt{2\times0{,}8\times9{,}81\times30} = 21{,}7\,m.s^{-1} = \underline{78{,}1\,Km/h}$

$\dot{x}(0)_{max} = \sqrt{2\times0{,}8\times9{,}81\times36} \simeq 23{,}8\,m.s^{-1} = \underline{85{,}6\,Km/h}$

<u>la vitesse est comprise entre 78 et 86 Km/h</u>