TD09- OSCILLATEURS AMORTIS(en régime libre)

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

1 On considère un circuit RLC série soumis à un échelon de tension à t=0. A $t=0^-$, le condensateur est déchargé.

1.a Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$.
Écrire cette équation sous forme canonique, en faisant apparaître la pulsation propre et le facteur de qualité, dont on donnera les expressions et les dimensions.

2 On considère un oscillateur mécanique horizontal amorti par frottement visqueux de la forme $\vec{f}=-\alpha\vec{v}$ on suppose que la vitesse initiale est nulle et $x(0)=x_0$

2.a Établir l'équation différentielle vérifiée par x(t). Écrire cette équation sous forme canonique, en faisant apparaître la pulsation propre et le facteur de qualité, dont on donnera les expressions et les dimensions.

3 Donner l'allure et le nom des trois régimes transitoires différents possibles. On donnera pour chacun des régimes transitoires la valeur du facteur de qualité associée.

4 On s'intéresse au régime transitoire pseudo-périodique.

a En recherchant les racines du polynôme caractéristique, déterminer l'expression de $u_C(t)$ ou x(t) en mécanique.On justifiera les conditions initiales choisies. On pourra introduire une pseudo-pulsation à définir.

b Représenter l'allure de $u_C(t)$ ou x(t) en mécanique et représenter la pseudo-période sur le graphe.

c Exprimer la pseudo-période T en fonction de la période propre T_0 et du facteur de qualité Q. Commenter.

d Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire la durée du régime transitoire (critère à 95%). Commenter.

5 On s'intéresse au régime transitoire apériodique.

a En recherchant les racines du polynôme caractéristique, déterminer la forme de l'expression de $u_C(t)$ ou x(t) en mécanique

b Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire (critère à 95%). Commenter.

6 On s'intéresse au régime transitoire critique.

a En recherchant les racines du polynôme caractéristique, déterminer la forme de l'expression de $u_C(t)$.

b Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire la durée du régime transitoire (critère à 95%).

7 Faire un bilan de puissance du circuit RLC en régime libre

8 Comment varie l'énergie électromagnétique d'un circuit RLC en régime libre ? Justifier. En déduire l'état final en régime libre.

Exercice 2 : paramètres caractéristiques 💣 ★

Un système linéaire est décrit par l'équation caractéristique suivante : $3\frac{d^2s}{dt^2}+2\frac{ds}{dt}+s(t)=e(t)$.

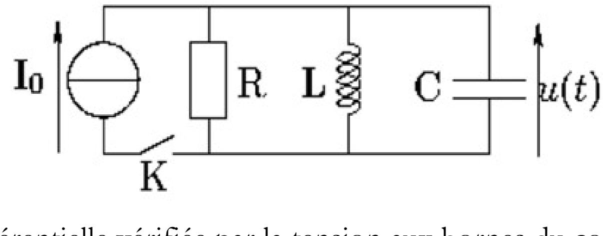
1 Calculer sa pulsation propre, et son facteur de qualité

2 Ce système est soumis à un échelon de tension. Quel est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire?

Exercice 3 : circuit RLC parallèle 💣 💣 ★ ★

Considérons un circuit RLC parallèle. A t=0, on ferme l'interrupteur K.

R = 50Ω, L = 0,10 mH, C = 10 nF, I_0 = 10 mA.



1 Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur u(t).

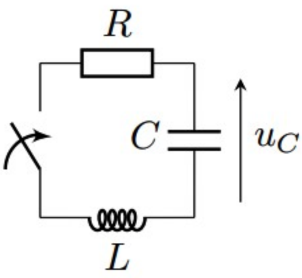
2 Donner les expressions de ω_0 et Q (appelé facteur de qualité), puis les calculer.

3 Quel est le régime de variation de u(t) ?

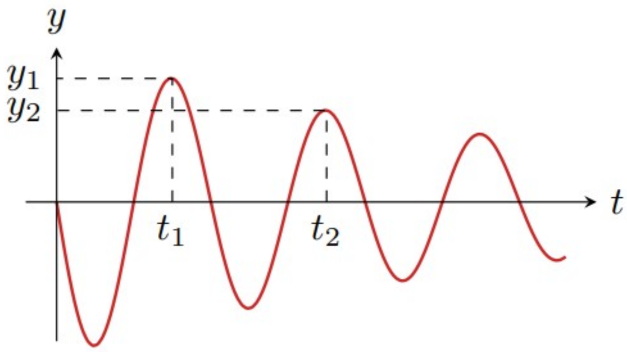
4 A l'instant $t = 0^-$, l'intensité du courant est nulle dans la bobine et le condensateur n'est pas chargé. Déterminer l'expression de u(t), en justifiant les conditions initiales choisies.

Exercice 4 : RLC série en régime libre ★ ★

On étudie le circuit ci-contre où le condensateur est initialement chargé : u_C (t= 0) = U_0.



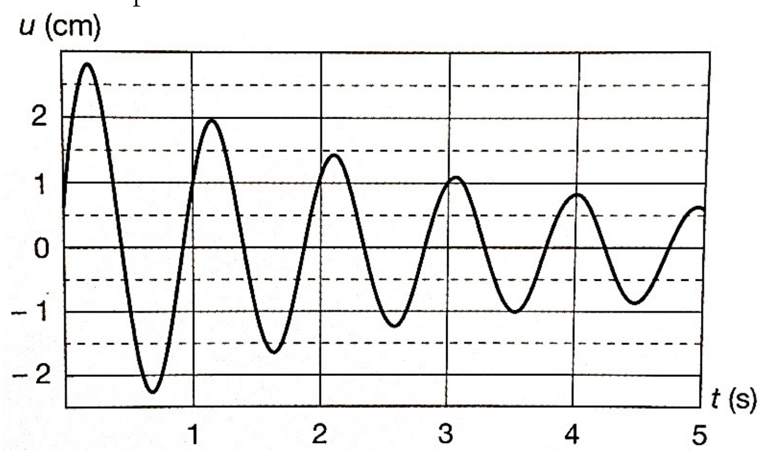
1 - Déterminer les valeurs de i, de uC et de uL à la fermeture du circuit en t = 0+, puis en régime permanent pour t → ∞.
2 - Parmi ces grandeurs, laquelle correspond à y représentée ci-contre ? Comment doit-on procéder pour la mesurer ? Indiquer sur le schéma les branchements de l'oscilloscope.
3 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant i en fonction de $\omega_0 = 1/\sqrt{(LC)}$ et m = R/(2Lω_0).



4 - On suppose m < 1. Déterminer la solution en fonction de **Ω**= ...Que représente **Ω** ? Comment peut-on l'évaluer à partir de la courbe ?
5 - En utilisant des approximations adéquates, trouver une relation simple entre le rapport y_1/y_2 et m.

Exercice 5: Décrément logarithmique et frottements fluides ★ ★ ★

Une masse m d'altitude z est attachée à un ressort vertical de raideur k=10N.m^{-1} et de longueur à vide l_0=10cm fixé au point O. En plus de son poids et de la force élastique du ressort, la force est soumise à une force de frottement fluide $\vec{F} = -h\vec{v}$. Un capteur fournit l'évolution de l'abscisse u(t) de la masse par rapport à sa position d'équilibre au cours du temps.



1 Établir l'équation différentielle vérifiée par z(t). Quelle est la position d'équilibre z_{EQ} ? En déduire l'équation satisfaite par u(t) = z(t) - z_{EQ}.
2 Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q en fonction des données du problème.
3 Résoudre l'équation différentielle en s'aidant du graphique. On ne cherchera pas à déterminer les constantes liées aux conditions initiales.
4 Exprimer la pseudo période T en fonction de la période propre T_0 et de Q.
5 Montrer que le décrément logarithmique défini par $\delta = \ln\left(\dfrac{u(t)}{u(t+T)}\right)$ est indépendant du temps et l'exprimer en fonction du facteur de qualité uniquement.
6 Calculer le décrément logarithmique en utilisant le graphique (on utilisera les positions de la masse à chaque passage au maximum).
7 En déduire la valeur de Q.
8 A partir du graphique, donner la valeur de la pseudo-pulsation.
9 En déduire les valeurs numériques de m et de h.

Exercice 6 (d'après X/ENS) : Interprétation énergétique du facteur de qualité 💣 💣💣 ★ ★

On considère un circuit RLC série en régime libre. A t=0, le condensateur est chargé avec une charge q_0.

1 Etablir l'équation différentielle satisfaite par la charge q(t) du condensateur lors de la décharge. Définir, en fonction de R, L et C, la pulsation propre du système ainsi que le facteur de qualité. On donnera leur dimension.

On se place dans la suite dans le cas d'un amortissement faible, c'est-à-dire Q>1/2.

2 En partant du polynôme caractéristique, donner l'expression de q(t). On justifiera les conditions initiales utilisées.

3 Donner la durée du régime transitoire en utilisant le critère des 95%.

4 Dessiner, sur le même graphe, l'allure de q(t) pour Q=4, puis pour Q=8. Dessiner les deux portraits de phase correspondants.

On se place dans la suite dans le cas d'un amortissement très faible, c'est-à-dire Q>>1.

5 Justifier que l'on peut écrire, dans ce cas, que $q(t)=q_0\cos(\omega_0 t)\exp\left(\frac{-\omega_0}{2Q}t\right)$, et $\dot{q}(t)=-q_0\omega_0\sin(\omega_0 t)\exp\left(\frac{-\omega_0}{2Q}t\right)$.

6 En déduire l'énergie électromagnétique Em(t) contenue dans le circuit à l'instant t.

7 Que dire du signe de $\frac{dE_m}{dt}$? Commenter.

8 Evaluer la variation relative α d'énergie électromagnétique contenue dans le circuit pendant une pseudo période :

$$\alpha=\frac{E_m(t)-E_m(t+T)}{E_m(t)}$$

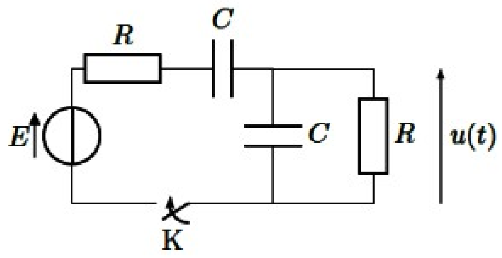
9 En déduire une caractérisation du facteur de qualité.
On donne exp(x) = 1+x pour x<<1.

Exercice 7: Suspension d'un véhicule 💣 ★ ★ ★

La suspension d'une voiture, de masse M = 600 kg, est schématisée par un ressort de raideur k = 2.10^4 N/m.
1. Établir l'équation du mouvement vertical, déterminer la période des oscillations verticales de la voiture à vide.
2. Que devient la période avec 4 passagers de masse totale m = 300 kg.
3. On ajoute à la suspension précédente un amortisseur qui crée une force de frottement proportionnelle à la vitesse verticale $\vec{f}$ = -b $\vec{v}$. A vide, le régime d'amortissement est critique. Écrire l'équation du mouvement vertical. Déterminer b.
4. Lorsque la voiture contient 4 passagers, quelle est l'équation du mouvement vertical. Déterminer la pseudo-période T', la comparer à la période propre de l'oscillation non amortie.

Exercice 8: Pont de Wien 💣 💣 ★ ★

On considère le circuit représenté ci-contre, appelé pont de Wien.
Pour $t<0$, l'interrupteur K est ouvert et les deux condensateurs, de même capacité C, sont déchargés.
On ferme l'interrupteur K à $t=0$. Les deux résistances sont identiques.



Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u et montrer qu'elle s'écrit sous la forme

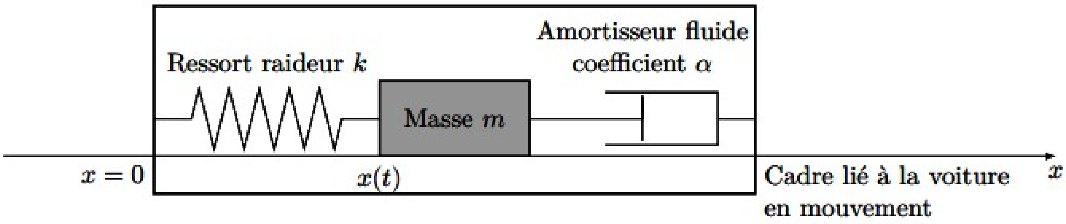
$$\frac{d^2u}{dt^2}+3\omega_0\frac{du_c}{dt}+\omega_0^2u=0$$

Q2. Déterminer les conditions initiales $u(t=0^+)$ et $\frac{du}{dt}(t=0^+)$.

Q3. En déduire l'expression de $u(t)$. Représenter graphiquement son allure.

Exercice 9 Principe de l'accéléromètre (TSI 2020) ★ ★ ★

On considère une masse m susceptible de se déplacer par rapport à une voiture ; lors d'une phase de freinage, le référentiel lié à la voiture est non galiléen. L'ensemble est modélisé en figure 1



La masse m se déplace horizontalement et sans frottement solide sur un support lié à la voiture. Le ressort a pour constante de raideur k et pour longueur à vide L_0. L'amortisseur exerce une force de frottement fluide sur la masse, son expression étant $\vec{f} = -\alpha \vec{V}$

$\vec{V}$ représente la vitesse de la masse dans le référentiel lié à la voiture. **(Mais pas le référentiel liée au sol !)**

Le vecteur unitaire de l'axe des x, orienté dans le sens des x positifs, est noté $\vec{e}_x$. Le référentiel lié à la voiture est animé de l'accélération $\vec{a} = -a\vec{e}_x$ avec a > 0 par rapport au référentiel terrestre considéré quant à lui comme galiléen.

Pour tenir compte du caractère non galiléen du référentiel lié à la voiture, on admet que, dans l'application du principe fondamental de la dynamique **dans le référentiel lié à la voiture**, il est nécessaire d'introduire une force supplémentaire, nommée force d'inertie d'entraînement, d'expression $\vec{F}_e = m a \vec{e}_x$.

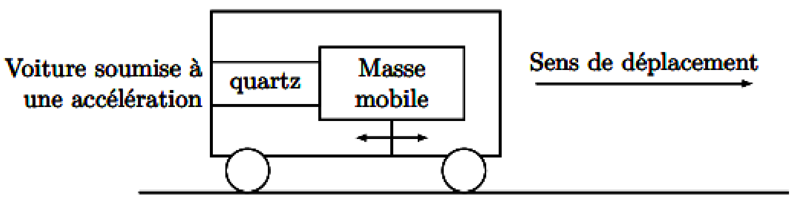
Q1 Effectuer le bilan des différentes forces s'exerçant sur la masse m **dans le référentiel lié à la voiture**

Q2En appliquant le principe fondamental de la dynamique **dans le référentiel lié à la voiture,** montrer que l'équation différentielle du mouvement en $X(t) = x(t) - L_0$ peut être mise sous la forme

$\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dX}{dt} + \omega_0^2 X(t) = a$ en exprimant Q et ω_0 en fonction de m, k et α.

On suppose que la phase de freinage commence à $t = 0$ et on note t_0 l'instant correspondant à l'arrêt complet de la voiture. On suppose qu'avant la phase de freinage, le ressort a une longueur égale à L_0.
On s'intéresse au cas où le facteur de qualité Q est égal à 1/2.
Q3. Quelle est l'expression de $X(t)$ pour t< 0, pour t>0 ? Représenter l'allure des variations de $X(t)$ pour tout t, en supposant que le régime permanent a le temps de s'établir entre $t = 0$ et t_0. On précisera en particulier l'expression approchée de $X(t)$ à $t = t_0$ ainsi que sa valeur si t tend vers l'infini mais le calcul complet n'est en aucun cas demandé

On utilise un quartz piézoélectrique qui doit permettre la mesure de l'accélération de la voiture qui va, au cours d'un choc, varier brutalement.



On néglige la déformation de la voiture de sorte que l'ensemble de celui-ci est animé de la même vitesse par rapport au sol à un instant donné. La voiture roule à la vitesse constante V = 90 km·h–1 soit 25 m·s $^{-1}$.et on suppose qu'elle s'arrête totalement en Δt = 0,15 s.
Q4 Calculer la valeur numérique de l'accélération moyenne durant la phase d'arrêt de la voiture.
Le système étudié est en fait le cristal de quartz qui a pour masse m = 2,81 g.
Q5 . Déterminer,la valeur numérique de l'intensité de la force d'inertie d'entraînement que le quartz subit
Ce Quartz piézoélectrique est caractérisé par la quantité $\mathcal{X}$ correspondant au rapport entre la tension apparaissant à ses bornes et l'intensité de la force à laquelle il est soumis. On donne ici : $\mathcal{X}$ = 6,0 V · N^{-1}.
Q6. Déterminer, la valeur numérique de la différence de potentiel qui apparaît aux bornes du cristal de quartz. La différence vous semble-t-elle décelable ?