CHAP 10 : oscillations en régime sinusoïdal forcé, notion de résonance

Rapport de jury :
- La lecture graphique d'une valeur numérique ne doit pas être effectuée à la va-vite. Le temps qu'on espère gagner ne vaut pas ce que coûte ce manque de précision dans la suite.
- Rappelons que l'argument d'un nombre complexe $\underline{Z} = \underline{a} + i\underline{b}$ n'est pas toujours arctan(b/a).
(centrale PSI 2023)

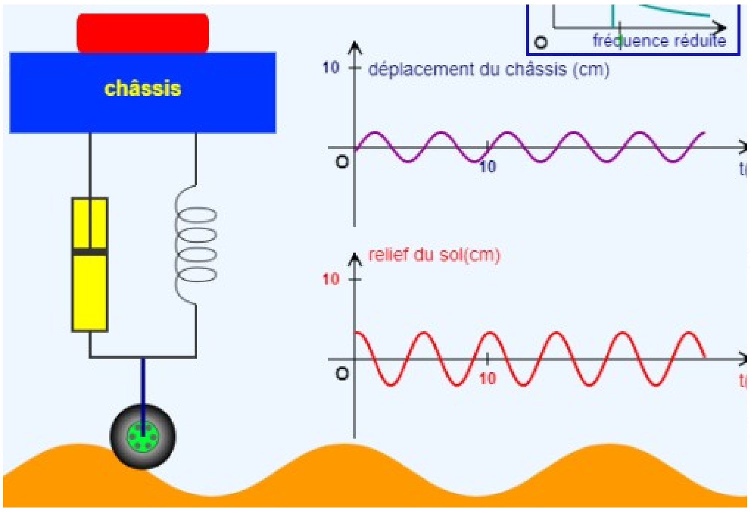
Objet d'étude :
On étudie principalement des systèmes du deuxième ordre ou du premier ordre, électriques ou mécaniques, qui répondent à une équation différentielle :

Dans ce chapitre f(t) est une fonction sinusoïdale du temps (qui possède la dimension de x(t)) très souvent de la forme:
c'est f(t) qui constitue le « forçage » sinusoïdal du système

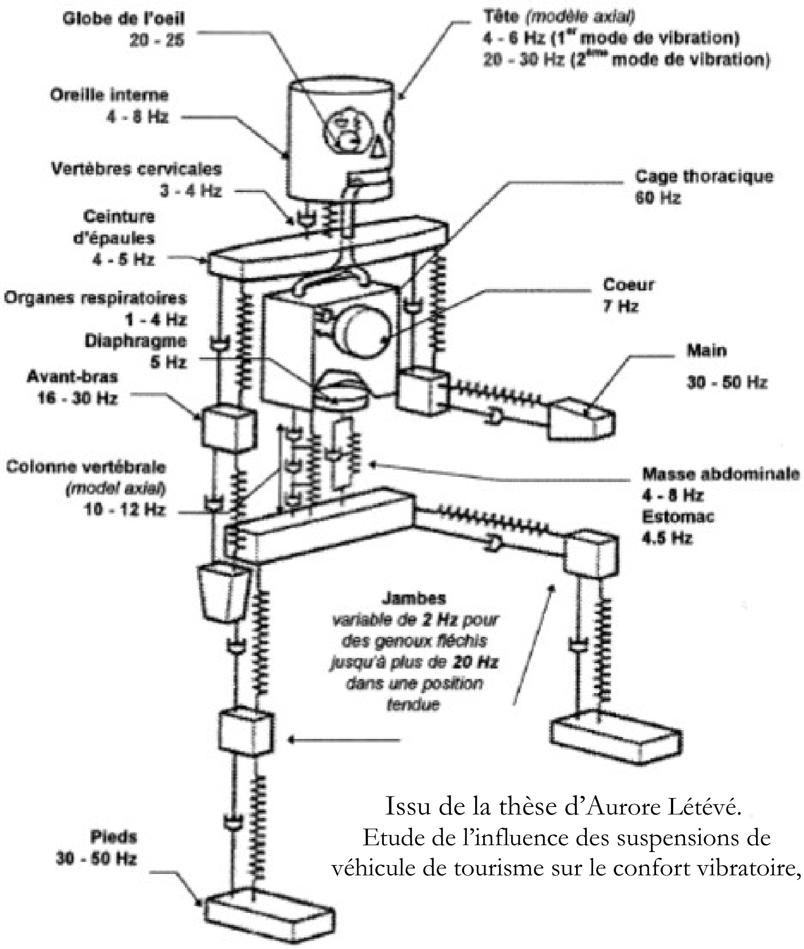
Solutions : Les solutions seront de la forme $\mathbf{x(t) = x_H(t) + x_p(t)}$

Avec $x_H(t) \to 0$ quand $t > T_R$
(c'était le cas dans les chapitres précédents 1er ordre, et 2ème ordre avec **solutions …….)**
(coefficients de l'équation différentielle homogène **tous …………………….)**
Donc au bout d'un certain temps on aura :

But du chapitre :



anim
La fréquence d'excitation dépend de la vitesse linéaire de la voiture par rapport au sol. Si elle va à la bonne vitesse, la fréquence d'excitation est résonnante :
Le châssis (et les personnes dans la voiture) oscillent avec une grande amplitude
Les organes du corps peuvent aussi renter en résonancesi ils sont sollicités à des fréquences bien précises. Cela provoque des problèmes allant d'un simple mal-être jusqu'à la dégradation d'une ou plusieurs fonctions biologique D'où l'importance d'éviter la transmission des vibrations aux régions physiologiquement sensibles.

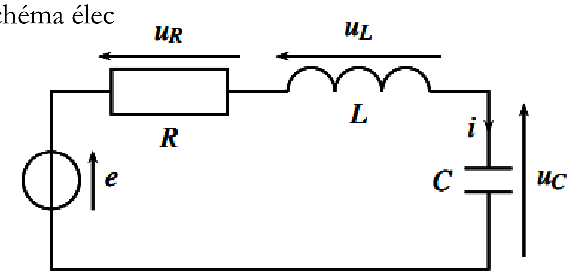


Issu de la thèse d'Aurore Létévé.
Etude de l'influence des suspensions de véhicule de tourisme sur le confort vibratoire,

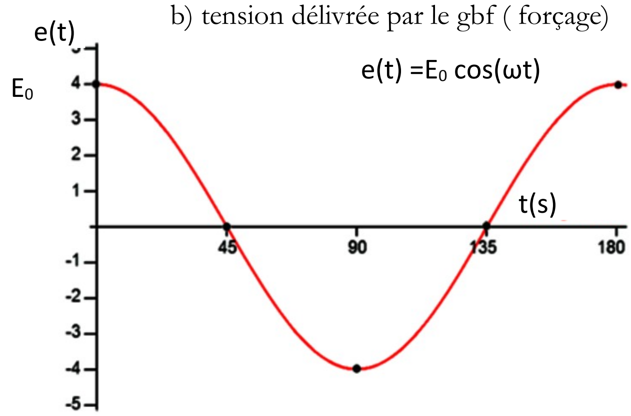
I Exemples de systèmes soumis à une excitation sinusoïdale

I.1) circuit RLC série en RSF

a) schéma élec

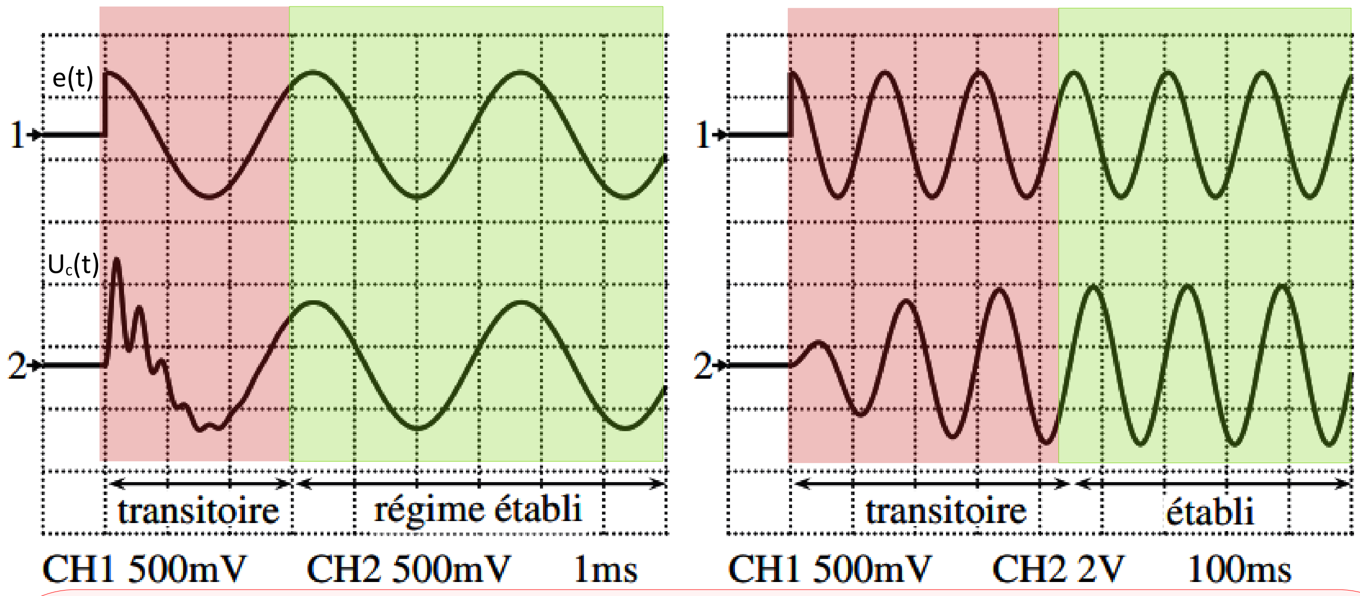


b) tension délivrée par le gbf (forçage)



c) Observations expérimentales

Allures possibles des signaux e(t) et u_c(t) en mode « monocoup » (single):



On distingue :

-
  (T_R le temps de réponse associé à u_{CH}(t) la solution de l'équation différentielle **homogène)**
- **régime permanent**(ou établi) durant lequel signal de sortie s(t)
- **Rmq(voc) ce régime permanent sinusoïdal est appelé**

En RSF, Le signal de sortie n'a pas la même amplitude que le signal d'entrée. De plus, on remarque qu'il est déphasé par rapport au signal d'entrée. Plus précisément il est en retard sur le signal d'entrée (il atteint ses maxima plus tard que le signal d'entrée). La fréquences

Ainsi pour t>T_R (en RSF) on a :

avec $u_{c0} \neq E$ et $\omega = 2\pi f$

⚠

Le but du chapitre est d'exprimer u_{c0} et φ en fonction de E , ω_0 et Q

Rmq

le régime permanent est le seul à être observé sur un oscilloscope en mode « normal » ou « auto ».
Pour observer le régime transitoire il faut utiliser le mode single

I.2)Système mécanique en RSF

a) description du système étudié

système : { mobile de masse m}

Réf : du laboratoire supposé galiléen

Bilan des forces :

- $\vec{f}=F_0\cos(\omega t)\vec{u}_x$ est une force sinusoïdale exercée par un opérateur extérieur ou une machine(entrée/excitation)
- $\overrightarrow{f_{frott}}=-\lambda\dot{x}\vec{u}_x$ force de frottement fluide
- $\vec{P}=m\vec{g}$ le poids du système
- Force de rappel du ressort $\vec{F}=-k\,x(t)\vec{e}_x$

On suppose que le mouvement s'effectue seulement selon l'axe(Ox)

PFD appliqué au système dans le réf d'étude :

En projetant sur l'axe (Ox) :

b) Observations expérimentales

Voir vidéo

On observe un régime permanent pour lequel la fréquence d'oscillation est la même que la fréquence d'excitation

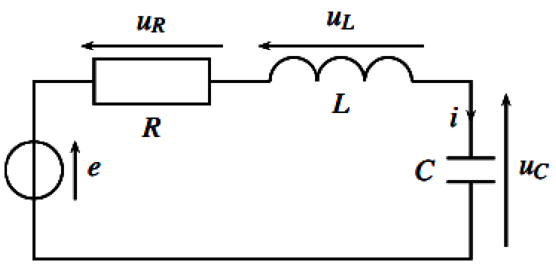
- l'amplitude des oscillations dépend de la fréquence d'excitation
- elle est maximale pour une fréquence appelée fréquence de résonance
- u(t) est déphasé par rapport au signal d'excitation

Ainsi en régime permanent (RSF) on s'attend à $\boldsymbol{u(t)=u_0\cos(\omega t+\phi)}$

Le but du chapitre est d'exprimer u_0 et φ en fonction de f, ω_0 et Q et e

<u>Application directe du pont diviseur de tension avec les impédances complexes en régime sinusoïdal</u>

Donner l'expression de la tension complexe aux bornes de chaque dipôles dans un circuit RLC série en RSF en fonction de la tension complexe <u>e(t)</u>

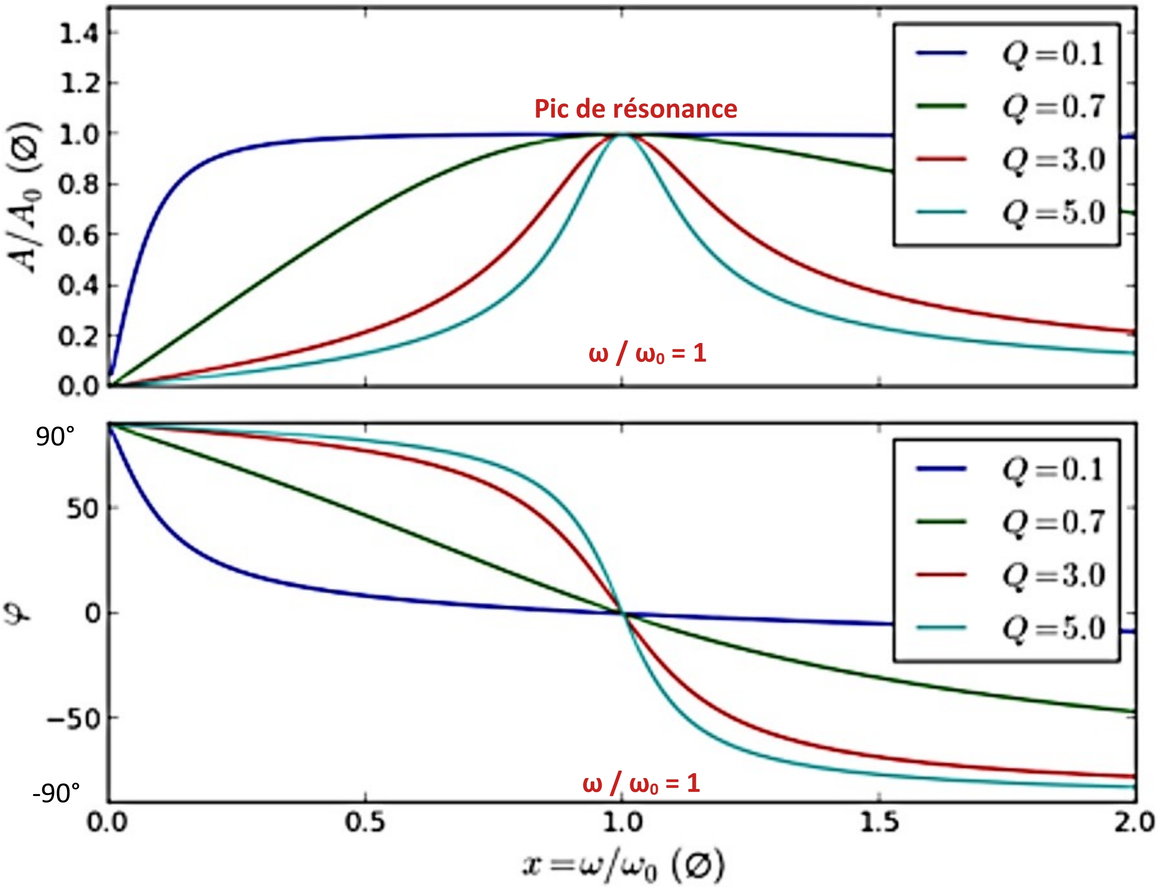


<u>III Le phénomène de résonance</u>

III.1) Résonance en intensité dans un circuit RLC en RSF

b) Expression de l'amplitude réelle de l'intensité du courant et de la phase à l'origine de l'intensité:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{I_0(\omega)}{\frac{E_0}{R}}$$



Phase

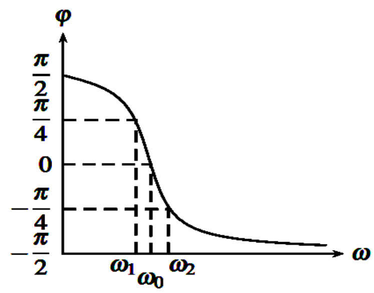
Le pic de résonance est d'autant plus étroit que

Méthode pour déterminer Q et ω_0 à partir du graphe de $I_0(\omega)$:

- On cherche l'abscisse ω pour laquelle **l'amplitude de i est maximale** : on en déduit ω_0
- On relève les deux pulsations ω_1 et ω_2, de part et d'autre de ω_0, pour lesquelles

- **Finalement on calcule**

Méthode pour déterminer Q et ω_0 à partir du graphe de φ(ω)



-On cherche l'abscisse ω pour laquelle **le déphasage entre i(t) et e(t) passe par 0** : on en déduit
- On relève les pulsations ω_1 et ω_2 pour lesquelles **le déphasage vaut**

- **Finalement on calcule**

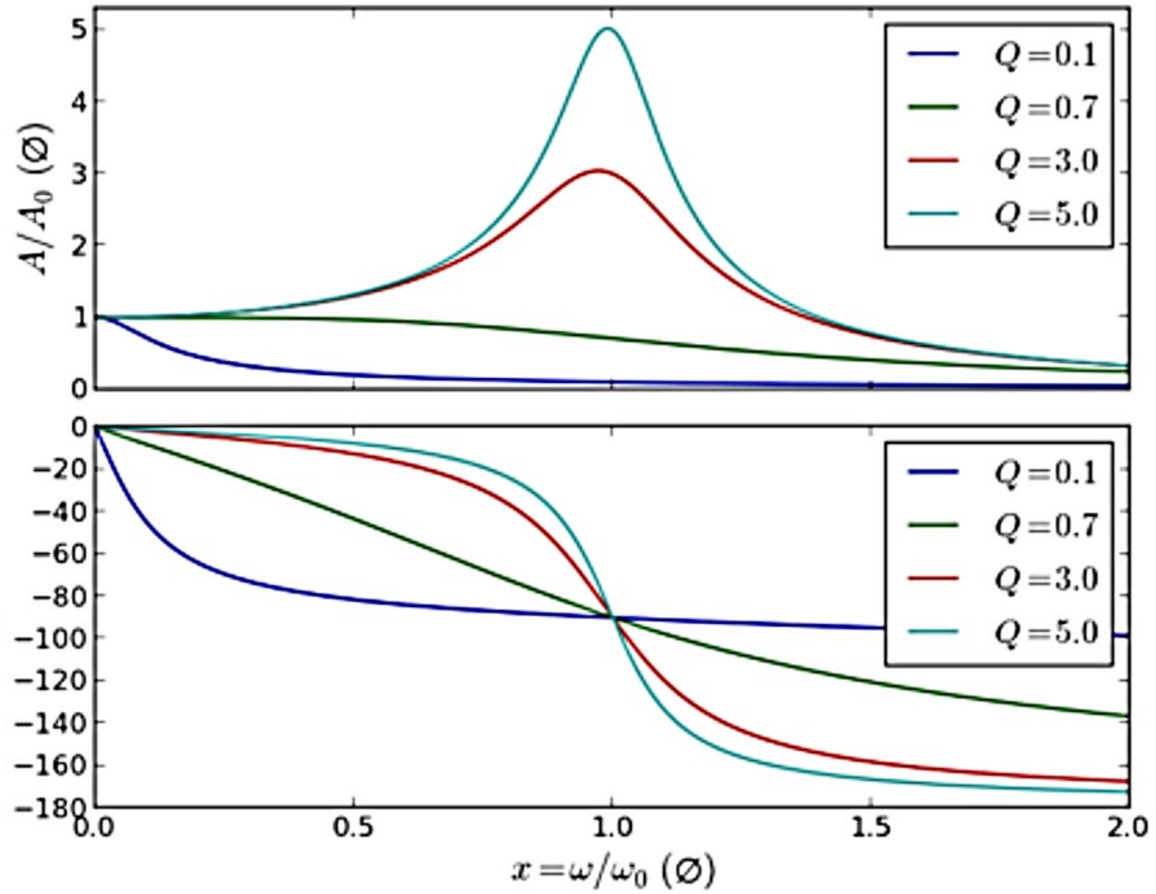
III.2) Oscillateur mécanique : résonance en élongation

b) Expression de l'amplitude réelle et de la phase à l'origine pour u(t)

Résonance de type Élongation (résonateur mécanique) / Tension aux bornes de C (résonateur électrique)

$$\frac{A}{A_0}=\frac{U_0(\omega)}{z_0}$$

Phase



Rmq **si**)

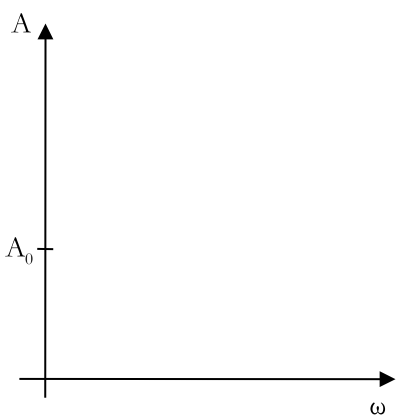
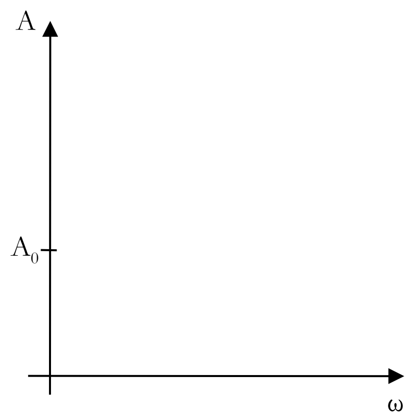
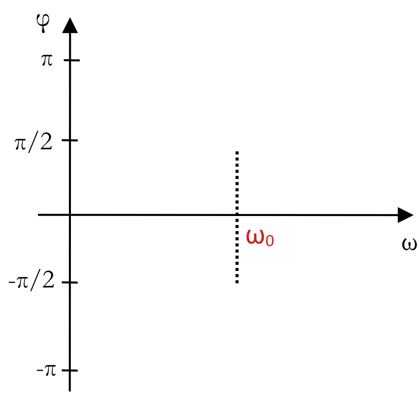
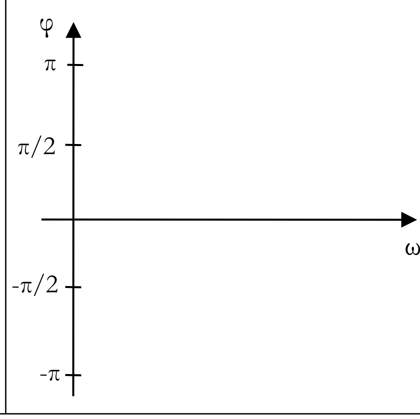
Justification de l'allure de φ(ω)

en basse fréquence $\omega \ll \omega_0$

en haute fréquence $\omega \gg \omega_0$

BILAN : Comparaison des deux types de résonances

ω_0

<table>
<tr><td colspan="3">Signal en régime permanent : $A(t) = A\cos(\omega t+\varphi)$</td></tr>
<tr><td></td><td>Résonance « type intensité »</td><td>Résonance « type élongation »</td></tr>
<tr><td>Exemples</td><td>▪ Exemple électrique :
▪ Exemple mécanique :</td><td>▪ Exemple électrique : $u_c(t)$
▪ Exemple mécanique :</td></tr>
<tr><td>Condition sur Q pour avoir résonance</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Pulsation de résonance ω_R</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Amplitude complexe $\underline{A}_0$ du signal cherché</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Allure de $A(\omega)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Allure de $\varphi(\omega)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>